LA TOPOGRAPHIE
SANS TOPOGRAPHES

TRAITÉ DE PHOTOGRAMMÉTRIE

F. OLLIVIER

CHEF DE BATAILLON DU GÉNIE

INGÉNIEUR DIPLÔMÉ DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE D'OPTIQUE

LA TOPOGRAPHIE SANS TOPOGRAPHES

TRAITÉ DE PHOTOGRAMMÉTRIE

Préface de M. MAURICE D'OCAGNE, Membre de l'Institut

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, Boulevard Pasteur ; 65, rue de Sèvres, Paris (xv^e).

PRÉFACE

Sous un titre plutôt modeste, le travail du capitaine Ollivier constitue bel et bien, à notre avis, le traité le plus complet et le plus savant qui ait encore été écrit sur l'art de la photogrammétrie, englobant à la fois les levés topographiques effectués par la photographie et la transformation automatique des clichés obtenus en cartes cotées.

Il ne nous semble pas que la question ait jamais été traitée aussi à fond, à la fois sous tous ses aspects. L'auteur fait montre en ces matières d'une érudition à la fois géométrique, physique, physiologique et historique des plus remarquables et même, peut-on dire, absolument complète, ce qui confère à son exposé une singulière valeur.

Les deux premiers chapitres constituent plutôt une introduction au sujet, introduction historique, d'une part, physique, de l'autre.

L'historique très consciencieux qui remplit le chapitre I apparaît comme plus développé et mieux mis au point qu'aucun de ceux qui l'ont précédé. L'auteur y met notamment mieux en lumière qu'il semble qu'on ne l'ait fait jusqu'ici le rôle primordial qui revient à Laussedat et à son assistant Javary dans l'établissement de ce nouvel art; il fait voir, en particulier, que, dès 1860, Laussedat avait imaginé tous les organes qu'on retrouve plus ou moins perfectionnés dans le photothéodolite de Zeiss.

Quant au chapitre II, il contient sur la vision du relief une théorie dont nous n'avons vu nulle part l'équivalent, soit que les purs opticiens manquent de données suffisantes en physiologie, soit que les physiologistes ne possèdent qu'une éducation géométrique trop rudimentaire. Le capitaine Ollivier, largement pourvu de la formation correspondant à chacune de ces spécialités, a pu formuler avec la plus parfaite netteté les principes qui expliquent le phénomène et en déterminent la précision. C'est là une base indispensable à l'appréciation de la réelle valeur des procédés mis en œuvre dans la photogrammétrie, tous les à peu près se trouvant ainsi rigoureusement exclus d'une telle appréciation.

C'est dans les chapitres III à VI qu'est traité ce qui constitue, à proprement parler, le fond du sujet. On y trouve d'abord, au chapitre III,

stéréophotogrammétrie, principes géométriques, d'une part, instrumentaux, de l'autre. Ce second point appelle une remarque intéressante : l'auteur a très heureusement compris que l'enseignement de toute technique instrumentale doit nécessairement se scinder en deux : indication, sur types schématiques, des principes théoriques sur lesquels est fondée la construction des instruments; description détaillée des divers organes de ces instruments. La première partie suffit, au reste, parfaitement à ceux qui veulent simplement comprendre le fonctionnement des instruments sans se soucier des détails de leur réalisation.

Ces détails font ensuite l'objet d'un chapitre purement descriptif, le chapitre IV, où rien ne manque de tout ce qui importe au spécialiste.

Le point capital est de pouvoir apprécier les précisions instrumentales, sans quoi l'on ne sait pas, à vrai dire, ce que l'on fait. Ce point est examiné à fond dans le chapitre V, et de la façon la plus rigoureuse. Il n'est pas à notre connaissance qu'il ait jamais été traité jusqu'ici d'une façon aussi complète dans aucun ouvrage français. Il témoigne chez l'auteur d'un sens tout à fait remarquable de la précision.

Le chapitre VI est consacré aux corrections destinées — en vue d'accroître la précision dans toute la mesure possible — à tenir compte des imperfections résiduelles de l'instrument, en même temps que de celles qui tiennent à l'observateur.

Les trois derniers chapitres visent la mise en œuvre des principes exposés dans les chapitres précédents en vue d'obtenir la topographie du terrain levé. Il faut d'abord fixer les règles d'application de ces principes pour chaque partie de l'opération : c'est l'objet des procédés décrits au chapitre VII. Puis, il s'agit de coordonner ces procédés en vue d'arriver, suivant la définition de Goulier, « le plus sûrement et le plus rapidement possible, à obtenir le degré d'exactitude requis ». C'est à quoi tendent les méthodes examinées au chapitre VIII.

Enfin, le chapitre IX met en lumière ce que l'on peut attendre de l'emploi rationnellement effectué de cet art précieux de la photogrammétrie, quels sont les résultats pratiques qu'on en peut tirer, d'après l'expérience, seule capable de fixer les limites de son emploi.

L'exemple choisi à cet effet se rapporte à un terrain difficile levé aux abords du Mont-Blanc, successivement par les méthodes de l'ancienne topographie, puis par le moyen du stéréocomparateur, et enfin par celui du stéréoautographe. Cet examen comparatif fait nettement ressortir les avantages de cette dernière solution, qui, de plus en plus, apparaît comme

En fixant d'une façon aussi précise et aussi complète son état actuel, le capitaine Ollivier aura certainement contribué à ses progrès futurs.

Son travail, que nous n'hésitons pas à regarder comme faisant honneur à la science française, mérite d'être lu et médité attentivement par tous ceux qui, à un titre quelconque, sont susceptibles de s'intéresser à la question.

M. D'OCAGNE,

Membre de l'Institut.

7 janvier 1927.

AVANT-PROPOS

La topographie est une science relativement jeune [1], mais qui, du jour où la nécessité de son étude est apparue clairement à toutes les nations, a fait des progrès rapides et considérables, si bien qu'il a pu sembler à certains esprits que ses méthodes et ses procédés avaient atteint un degré de perfection qui les rendait presque définitifs. Il pouvait alors apparaître qu'il n'y avait plus de progrès à attendre que dans le perfectionnement des instruments classiques. La mise au point des méthodes et des procédés ainsi que la conception et la réalisation des instruments les plus pratiques et les mieux adaptés à leur mise en œuvre sont dues à un topographe français, le colonel du génie Goulier (1818-1891), qui est resté le maître incontesté de la topographie classique et qu'aucun disciple ou successeur n'est jamais parvenu à égaler.

L'admiration que nous devons à cet illustre officier ne doit toutefois pas faire négliger l'étude des perfectionnements que les chercheurs des divers pays ont essayé d'apporter à l'art des levés.

Le point de départ de ces perfectionnements est l'œuvre d'un autre officier du génie, le colonel Laussedat (1819-1907) qui eut l'idée d'utiliser la photographie comme source de renseignements topographiques. Il fut ainsi le créateur de la *photogrammétrie* qui, au début, ne fut guère qu'un *procédé* topographique, qu'un cas particulier d'utilisation du procédé classique dit de l'intersection. Toutefois, ses travaux prirent rapidement une importance considérable. Ils furent repris et perfectionnés en France et surtout à l'étranger, et nous pouvons dire que la photogrammétrie fut bien vite plus qu'un procédé; elle devint une véritable *méthode* de levés [2]. Il n'est pas exagéré de dire qu'elle devint même une vraie science qui, elle-même, donna naissance à deux sciences toutes nouvelles et pourtant déjà très développées : la *stéréophotogrammétrie* et la *stéréoautogrammétrie*, dont les perspectives d'avenir apparaissent dès maintenant illimitées.

Il serait peut-être exagéré de dire, dès aujourd'hui, que la topographie

(1) La première représentation cartographique un peu exacte en France et appuyée sur un canevas géodésique a été commencée en 1750 par Cassini de Thury, directeur de l'Observatoire et membre de l'Académie des Sciences, sur l'ordre de Louis XV. La carte générale de la France établie par ce savant, d'abord pour le compte du Gouvernement, puis continuée à partir de 1756 par une société privée qu'il constitua, fut achevée en 1815. Son échelle était d'une ligne pour 100 toises (1/86 400e).

(2) Dans ce qui suivra nous emploierons par suite indifféremment tantôt le mot méthode, tantôt le

classique a vécu et que les méthodes nouvelles ont définitivement renversé les anciennes. Quoi qu'il en soit, ces dernières se sont montrées jusqu'ici totalement impuissantes dans les régions montagneuses, alors que les nouvelles, au contraire, trouvaient dans de tels terrains leurs circonstances d'emploi les plus favorables.

Il est donc sage d'étudier de très près les sciences topographiques nouvelles et d'essayer de distancer l'étranger dans la conception et la réalisation des instruments qui leur conviennent.

En outre, nous ne devons pas oublier que l'établissement de cartes précises s'impose constamment à chaque nation et que, par suite, l'art des levés conserve toujours son importance. Les cartes qui conviennent en effet à une époque déterminée arrivent, au bout d'un certain temps, à n'être plus que d'une utilité médiocre, par suite de la précision de plus en plus grande qui leur est demandée, du nombre croissant de détails qu'elles doivent représenter et de l'échelle sans cesse croissante qui en résulte pour leur établissement. Enfin, il ne faut pas oublier que de nombreuses régions, aux colonies surtout, n'ont pas encore été levées.

Or, nous avons vécu jusqu'ici, en France, sur une carte établie surtout dans un but militaire : la carte d'État-major au 1/80 000[e]. Celle-ci, commencée en 1818, utilisait des levés au 1/10 000[e] qui, lors de la gravure, devaient être réduits au 1/50 000[e]. Par la suite, une commission, présidée par Laplace, diminua cette échelle; les levés furent continués, de 1834 à 1840, partie au 1/20 000[e] et partie au 1/40 000[e], puis ils ne furent plus exécutés qu'au 1/40 000[e] et la gravure fut faite au 1/80 000[e]. Tous ces levés furent conduits en vue de l'exécution d'une carte presque exclusivement militaire et durent être exécutés très rapidement [1]. De nombreuses critiques ont été faites à cette carte, mais elles oublient les conditions dans lesquelles elle a été établie et le but qu'elle était appelée à remplir. Si nous la jugeons de ce point de vue, nous ne pouvons que dire, au contraire, qu'elle constitue un document remarquable, exécuté avec une grande unité de plan, et donnant avec une exactitude très suffisante tous les détails que son échelle comporte. En fait, elle n'a été égalée par aucune autre carte d'échelle analogue, si ce n'est la carte suisse au 1/100 000[e] de Dufour.

A l'heure actuelle, toutefois, la carte au 1/80 000[e] n'est plus adaptée aux besoins modernes : elle ne convient plus à l'artilleur qui dispose de pièces à longue portée remarquablement précises, elle ne permet pas non plus au sapeur d'étudier dans tous ses détails une organisation d'ensemble du terrain avec ses multiples dispositifs généraux : tranchées, abris, écoule-

(1) La planimétrie était donnée par le cadastre. Le

ment des eaux, communications, zones de stationnement, points d'eau, dépôts de tous genres, etc.

Elle ne donne plus satisfaction au touriste qui quitte les grand'routes pour parcourir pas à pas la région qu'il visite. Elle est encore bien plus insuffisante pour l'alpiniste, puisque celui-ci estime déjà que la carte au 1/50 000e « est incapable de donner les renseignement multiples que l'on demande dans la haute montagne. Pour n'en citer que deux exemples, elle condenserait, sur un seul centimètre carré, les six profondes dénivelées, dont une dépasse 100 m, qui jalonnent le parcours du Pic occidental au Pic central de la Meije, séparés par quatre heures de marche, et elle permettrait à peine la distinction des deux sommets de l'aiguille du Dru, qui, cependant, ont chacun leur voie spéciale d'ascension » [1].

Enfin, et surtout, l'échelle du 1/80 000e est beaucoup trop faible pour l'ingénieur qui veut étudier sur la carte un avant-projet déjà très approché de travaux publics. C'est ainsi, par exemple, qu'il peut être appelé à tracer une route dont les rampes extrêmes lui sont imposées par le trafic auquel elle est destinée, à se rendre compte de l'importance des ouvrages d'art à construire, à évaluer la cubature des terrassements, à prévoir les mouvements de terre. Il lui faut, pour ce travail, une carte à assez grande échelle, en principe le 1/10 000e. La même échelle s'impose, plus catégoriquement encore, pour l'étude d'un avant-projet de voie ferrée. Dans d'autres cas, il sera nécessaire de disposer d'un tel document pour des tracés de canaux, pour des études d'irrigation ou d'adduction d'eau, d'assèchement de régions marécageuses, etc.

La carte à grande ou à moyenne échelle rendra encore des services considérables à l'ingénieur qui est appelé à élever des barrages ou installer des conduites forcées pour l'utilisation de l'énergie hydraulique du territoire. Elle est également indispensable à l'électricien qui doit, pour l'installation de ses lignes de transport de force, pouvoir déterminer rapidement les parcours possibles, se rendre compte des obstacles à franchir, des agglomérations à éviter, et calculer avec une certaine approximation l'espacement et la hauteur des pylônes, les flèches des câbles et se rendre compte des difficultés d'approvisionnement des chantiers et de transport des matériaux.

Il est donc indispensable, pour le civil comme pour le militaire, de disposer aujourd'hui d'une carte précise à échelle assez grande. Pratiquement, le 1/10 000e donne satisfaction à tous.

Cette nécessité était déjà apparue de bonne heure aux militaires qui, après la guerre de 1870-1871, levèrent les environs des places fortes au 1/10 000e dans les terrains moyennement accidentés, et au 1/20 000e dans les terrains

accidentés. Ces levés prirent le nom de plans directeurs. Par la suite, ces échelles furent également adoptées pour les minutes devant servir à l'établissement d'une carte générale de la France au 1/50 000e. Mais ces levés à grande échelle ne couvrent à l'heure actuelle que le septième environ de la superficie du territoire d'avant-guerre (1).

Les puissances étrangères nous ont devancés dans cette voie : l'Angleterre possède un plan de tout son territoire au 1/10 560e, l'Allemagne a levé 85 % du sien au 1/25 000e et l'Autriche la totalité. Les Pays-Bas disposent d'une carte presque complète à la même échelle, l'Italie l'a exécutée pour les deux cinquièmes de son territoire et l'Espagne pour plus du tiers. La Suisse possède des cartes au 1/25 000e, pour ses régions moyennement accidentées, et au 1/50 000e en haute montagne. Toute la superficie de la Belgique est levée au 1/20 000e.

Nous sommes donc très nettement distancés dans cette voie, alors que nous avions été en tête du mouvement cartographique, depuis Cassini jusqu'au milieu du XIXe siècle. Nous ne saurions maintenant nous désintéresser des méthodes nouvelles à grand rendement qui peuvent naître, tant en France qu'à l'étranger, et nous pouvons les adopter, sans aucun froissement d'amour-propre national, puisqu'en définitive elles ne sont guère que des conséquences, des corollaires, pourrions-nous dire, de la méthode photogrammétrique du colonel Laussedat.

Nous allons être conduit, au cours de cet ouvrage, à exposer, avec quelques détails, les principes de cette science d'origine très nettement française, à décrire les principaux instruments imaginés pour ses applications pratiques et à suivre les progrès réalisés jusqu'à nos jours dans ce domaine nouveau. Nous n'insisterons que sur les faits saillants, nous contentant d'exposer brièvement dans cet avant-propos les divers stades de cette évolution.

La photogrammétrie est, comme nous l'avons dit, une science née en France : ses principes et ses méthodes furent étudiés à fond, pour la première fois, par un officier du génie français, le capitaine Laussedat, dès l'année 1852. Les premiers essais, assez délicats, par suite des difficultés des manipulations photographiques de l'époque, et exécutés à l'aide de clichés imparfaits, donnés par des objectifs aux aberrations insuffisamment corrigées, fournirent des résultats des plus encourageants.

Un praticien de valeur, le capitaine Javary, poursuivit ces expériences de 1863 à 1870, modifia les premiers appareils, perfectionna de nombreux

(1) Il ne faudrait pas croire que les minutes au 1/10 000e, 1/20 000e et 1/40 000e de la carte d'État-major puissent être utilisées pour les besoins des ingénieurs. Elles ont été établies très vite, en vue d'une réduction et pour l'exécution d'une carte purement militaire. Elles ne sauraient donc donner la précisi[illegible]

points de détail et exécuta un nombre assez considérable de levés topog phiques remarquables.

Après la guerre de 1870-1871, les officiers du génie entraînés a opérations photogrammétriques se virent obligés d'abandonner leurs études et leurs expériences, pour se consacrer à de multiples travaux techniques urgents et la photogrammétrie tomba peu à peu dans l'oubli.

Il est certain que les premiers appareils employés n'étaient pas parfaits : ils étaient lourds et encombrants, les défauts de leurs objectifs limitaient leurs possibilités d'emploi, les opérations de développement et de tirage étaient complexes et délicates. Il fallait des opérateurs habiles et des topographes déjà rompus à l'emploi des vieux procédés classiques pour tirer de la science nouvelle le maximum de rendement qu'elle était susceptible de fournir. Il est indéniable que le talent et l'habileté du capitaine Javary ont contribué largement à la réussite de ses travaux.

Il n'en est pas moins vrai que les résultats obtenus étaient des plus encourageants, et qu'il était permis d'espérer beaucoup de la méthode photogrammétrique, si les appareils qu'elle employait étaient perfectionnés au fur et à mesure que l'optique et la mécanique progressaient. Un fait, en tout cas, était définitivement acquis, c'est qu'il était possible d'exécuter des levés topographiques complets et suffisamment précis, en utilisant des clichés photographiques. Il devenait possible de faire la carte d'une région dans laquelle les opérateurs ne pouvaient stationner que peu de temps, ce qui présentait un intérêt de premier ordre dans les opérations militaires du temps de guerre et dans de nombreuses circonstances du temps de paix.

Les travaux de Laussedat et de Javary se répandirent rapidement à l'étranger et leurs procédés s'y perfectionnèrent, alors qu'en France la méthode photogrammétrique était peu à peu abandonnée. On ne s'explique guère aujourd'hui cette sorte de défaveur, alors que les plus belles perspectives d'avenir étaient ouvertes. Peut-être faut-il attribuer ce fait au manque d'enthousiasme des topographes pour les méthodes nouvelles. La topographie classique, en effet, fut bien vite portée en France, plus que partout ailleurs, à un haut degré de perfection, grâce à un homme de génie, le colonel Goulier, qui mit au point des méthodes encore suivies actuellement à la lettre, et qui réalisa des instruments étudiés d'une façon parfaite, dans leurs plus infimes détails, instruments toujours en usage et qui n'ont pas encore été bien sérieusement concurrencés par une foule d'appareils nouveaux, construits dans divers pays, par de nombreux inventeurs.

Il faut bien reconnaître aussi que certains milieux officiels ne prisèrent pas à leur juste valeur les nouveaux procédés et n'en virent pas pendant

de trente ans après les premières études du capitaine Laussedat, le cours de topographie de Fontainebleau n'envisage de « demander à la chambre noire que ce dont elle est capable, c'est-à-dire un canevas rapide et exact d'une interprétation intelligente » (1).

A l'étranger, par contre, l'importance de la nouvelle méthode topographique, créée par le capitaine Laussedat, fut bien vite reconnue et des travaux cartographiques nombreux furent entrepris.

En Allemagne, dès 1865, les topographes et le grand État-major eurent leur attention appelée sur la photogrammétrie par les *Archives photographiques* de Berlin. « En 1867, le Dr Meydenbauer exécuta à Fribourg, en Silésie, son premier levé par la photogrammétrie. Mais c'est surtout aux levés de bâtiments qu'il appliqua ce procédé. Pendant la guerre de 1870-1871, les Allemands l'appliquèrent également, devant Strasbourg et Paris, à la reconnaissance des places assiégées. Le Dr Stolze établit en 1882 le plan des ruines de Persépolis au moyen de clichés rapportés de Perse. Des levés en haute montagne furent effectués vers 1890 par différents opérateurs (2). »

En Espagne, le lieutenant-colonel Rafaël Peralta exécuta, en 1890-1891, des travaux photogrammétriques à la Brigade topographique du génie espagnol.

En Italie, quelques essais furent tentés en 1855 par Porro qui utilisait un appareil photographique orienté à l'aide d'une boussole. Une carte des Alpes fut entreprise, en grande partie à l'aide de documents photographiques, en 1875, après une série d'expériences du lieutenant Manzi. Elle fut poursuivie pendant plusieurs années, sous l'énergique direction du colonel Ferrero, directeur de l'Institut géographique italien.

En Suisse, des essais comparatifs des méthodes classiques et de la méthode photogrammétrique furent entrepris en 1896 par M. Rosenmund.

Au Canada, les Anglais firent un large emploi de la méthode nouvelle et, dès 1895, M. Deville, Surveyor general, publiait un ouvrage très documenté : *Photographic Surveying, including the elements of descriptive geometry and perspective*.

Mais ce fut surtout en Autriche que les travaux que fit Laussedat comme capitaine, puis comme commandant, furent étudiés de plus près. Dès 1891, l'Institut géographique militaire de Vienne en apprécia toute la valeur et toute la portée et il se consacra, jusqu'en 1894, à l'expérimentation de la méthode et des procédés de ce grand précurseur. Il les adopta définitivement en 1895 « pour toutes les régions favorables, et avait déjà car-

(1) *Revue générale des Sciences, 30 mars 1924.* La stéréoautogrammétrie, par Paul Corbin, page 223.

(2) *Revue de l'Industrie minérale, 15 novembre, 1er et 15 décembre 1921.* La stéréotopographie, par le commandant Vavon.

tographié par cette méthode environ 400 km carrés au 1/25000e, à l'allure moyenne de 120 km carrés par an, qu'il allait porter à 180 ou 200, à partir de 1900 » (1). C'est ainsi qu'il cartographia 1278 km carrés dans le Tyrol autrichien, de 1899 à 1904. Il fut surtout poussé dans cette voie de hardies réalisations par le colonel von Hübl, chef de la Section topographique.

La France se laissait distancer et peu de travaux pratiques importants furent entrepris, jusqu'au jour où M. Joseph Vallot, directeur de l'Observatoire du Mont-Blanc, et son cousin M. Henri Vallot, ingénieur des Arts et Manufactures, entreprirent, aux environs de 1892, la triangulation du massif du Mont-Blanc, en vue de réaliser un canevas qui devait leur servir à appuyer un levé photogrammétrique de cette région à l'échelle du 1/20000e, dont la première feuille fut publiée en 1907. D'autres levés de montagnes, exécutés en partie seulement à l'aide de la photographie, furent effectués en 1905 et 1906, sur une vingtaine de kilomètres carrés, par MM. Flusin, Jacob, Lafon et Offner, dans le massif des Grandes Rousses, en s'appuyant sur le réseau géodésique de M. Helbronner, et aboutirent à une très belle carte que le ministère de l'Agriculture publia en 1908.

Tous ces travaux, dont la plupart sont remarquables, portèrent presque toujours sur des régions montagneuses, d'accès très difficile et de parcours pénible, sinon impossible. Le choix de ces terrains d'essais tient en partie au fait qu'il est difficile d'y employer les procédés topographiques classiques, mais encore et surtout au fait qu'ils présentent, en général, de nombreux détails facilement identifiables : arêtes rocheuses, aiguilles, chalets isolés, taches de neige, etc. Or nous verrons, dans ce qui suit, que l'identification est la grosse difficulté de la photogrammétrie, et cela explique le choix des massifs montagneux pour les levés exécutés par cette méthode.

Cette difficulté, la seule un peu sérieuse d'ailleurs, et qui pouvait être invoquée par ceux des topographes classiques qui étaient adversaires du progrès, n'allait pas tarder à être supprimée, par une très belle découverte qui, malheureusement, n'est plus l'œuvre d'un Français.

En 1893, un ingénieur de Charlottenburg, dont le nom malgré tout est français, Hector de Grousilliers, imagina le principe du télémètre stéréoscopique qui fut réalisé, en 1898, par le Dr Pulfrich des Établissements Zeiss et qui fut dénommé *stéréotélémètre*.

De la conception de ce télémètre à l'application de ses principes au pointé stéréoscopique sur des couples de clichés parallèles représentant un même terrain, il n'y avait qu'un pas. Celui-ci fut bien vite franchi par le Dr Pulfrich qui réalisa, aux environs de 1901, un premier appareil stéréoscopique permettant de mesurer sur les photographies les éléments nécessaires à leur restitution. Cet appareil fut appelé *stéréocomparateur* et

(1) *Revue générale des Sciences, 30 mars 1914.* La stéréoautogrammétrie, par Paul Corbin, page 223.

la science nouvelle que son emploi allait faire naître fut dénommée *stéréophotogrammétrie.*

Le Dr Pulfrich est donc, sans conteste, *le créateur de la stéréophotogrammétrie*, mais ses travaux ne sauraient faire oublier ni éclipser ceux du *commandant Laussedat*, qui fut le *père de la photogrammétrie.* Ces deux sciences, intimement liées l'une à l'autre d'ailleurs, peuvent être et sont souvent groupées sous une appellation unique : la *topophotographie*, car elles sont utilisées maintenant surtout par les topographes.

Le nouvel appareil n'allait pas rester bien longtemps soumis à des expériences uniquement théoriques. En 1903, l'Institut géographique militaire autrichien en acquit un exemplaire et en étudia de suite les possibilités d'emploi et les méthodes d'utilisation. Les premiers essais effectués furent encourageants et le colonel von Hübl, passé général, partisan de la stéréophotogrammétrie, comme il avait été partisan de la photogrammétrie, fit immédiatement de la science naissante une science pratique. Il décida d'employer conjointement les deux méthodes et fit ainsi cartographier 1270 km carrés de terrain de 1905 à 1907.

Enfin, en 1908, le lieutenant von Orel, de l'Institut géographique militaire, parvint à faire réaliser un premier appareil qui, joint au stéréocomparateur, permettait de supprimer les constructions graphiques et d'obtenir automatiquement le report des points. Cet instrument fut perfectionné par la suite et, en 1911, un nouveau modèle rendait possible le tracé automatique, d'un mouvement continu, de toutes les lignes planimétriques et des courbes de niveau. Cet instrument remarquable, le premier du genre, fut appelé *stéréoautographe* et la science qui découla de son emploi fut la *stéréoautogrammétrie.*

Malgré tous ces progrès rapides, quelques topographes classiques français ne voulurent pas croire à l'avenir merveilleux des méthodes nouvelles, et c'est ainsi que M. Paul Corbin a pu citer des extraits d'un ouvrage de caractère officiel datant de 1911 et dans lequel il a relevé ce passage :

« Partout où les procédés anciens peuvent être mis en œuvre, l'avantage leur reste et jusqu'ici rien, dans leur domaine, ne peut rivaliser avec eux à aucun point de vue, mais on connaît certains cas exceptionnels où l'on sera trop heureux d'employer la photographie, et cela suffit pour que l'on se tienne au courant de la pratique de ce moyen [1]. »

Cette opinion paraît aujourd'hui un peu sévère et il semble que l'admiration due, à juste titre, au colonel Goulier, le maître inégalé de la topographie classique, ne doive pas empêcher d'apprécier à leur juste valeur les méthodes topographiques nouvelles et d'en prévoir toutes les possibilités d'emploi.

Il résulte de cette longue indifférence pour la photogrammétrie que,

---

(1) *Revue générale des Sciences, 30 mai 1914.* La stéréoautogrammétrie, par Paul Corbin, page 224.

« de 1871 à 1910, on ne trouve guère à citer que les travaux du Dr Gustave Le Bon, du commandant Legros, du commandant Moëssard, du commandant Gorceix et du capitaine Saconney » [1] et qu'aucun appareil français de stéréoautogrammétrie ne fut construit avant la guerre de 1914-1918.

L'Autriche, au contraire, s'engageait résolument dans la voie nouvelle. Le stéréoautographe von Orel était adopté définitivement vers 1910 par son Institut géographique militaire et le rendement de ses équipes topographiques, employées pour le levé du Tyrol au 1/25 000e, qui était d'environ 150 km carrés, en moyenne, par campagne annuelle de six semaines, avec deux brigades, passa à 800 km carrés, pendant le même temps, avec une seule brigade.

Devant ces résultats, le Service géographique de l'armée française décida, en 1911, d'acquérir un stéréocomparateur Pulfrich qu'il expérimenta avec succès dans le massif de l'Oisans. En 1914, il était en pourparlers avec la maison Zeiss pour l'achat d'un stéréoautographe von Orel, mais ceux-ci furent interrompus par la guerre. Depuis la fin de la guerre, ce Service a pris l'initiative de pousser activement l'étude et la réalisation d'appareils français encore plus perfectionnés, permettant la restitution de clichés stéréoscopiques pris dans des conditions à peu près quelconques et, en particulier, à bord d'avions.

Quoi qu'il en soit, le stéréoautographe est le premier appareil automatique permettant la restitution complète des photographies prises à terre. C'est l'ancêtre de tous les appareils similaires utilisant les propriétés de l'hyperstéréoscopie.

En 1912, von Orel créa à Vienne une société privée, la « Stereographik », qui entreprit de nombreux levés, soit à grande échelle pour des études de travaux publics, soit à échelles moyennes pour des buts cartographiques. Par la suite, de nombreuses sociétés analogues se fondèrent dans la plupart des pays d'Europe et dans quelques États américains. Nous devons signaler ici que le stéréoautographe fut introduit en France, en 1920, par M. Corbin, l'inventeur de la cheddite. Cet appareil, utilisé par la Société française de Stéréotopographie, sous la direction de deux anciens officiers topographes du génie, les colonels Talon et Vavon, a permis d'effectuer en montagne des levés remarquables dans des régions où les topographes classiques les plus habiles ne pouvaient guère opérer qu'au sentiment, en représentant au mieux, d'après leur expérience, un figuré du terrain forcément quelque peu schématique, entre les mailles d'un canevas insuffisamment dense.

Le stéréoautographe est donc un appareil qui a fait ses preuves, un peu dans tous les pays. D'autres appareils ont été construits par la suite, mais il n'en est pas moins vrai que le stéréoautographe est le premier appareil de restitution automatique vraiment pratique qui ait été mis au

(1) *Revue de l'Industrie minérale*, *15 novembre et 15 décembre 1921*. La stéréotopographie commandant Vavon.

et dont les qualités aient été sanctionnées par une expérience de plusieurs années. Aussi il nous a paru indispensable, dans une longue étude que nous entreprenons sur la topographie moderne, de décrire avec quelques détails, dans le premier ouvrage que nous consacrons aux sciences topographiques nouvelles, cet ancêtre encore jeune qui fut la cause initiale d'une longue série de recherches des plus fécondes. Nous sommes certes quelque peu attristé de commencer notre travail par l'exposé d'une méthode et d'un instrument étranger, mais nous tenons à affirmer, une fois encore, que le point de départ de toute les études actuellement entreprises par tout l'univers n'est que le développement logique d'une œuvre bien française, celle du colonel Laussedat, et ceci nous console de cela. Nous espérons d'ailleurs que les quelques idées que nous allons exposer pourront, dans certains cas, ne pas être totalement inutiles aux inventeurs que passionnent les recherches topographiques, et nous serions enchanté si leurs efforts pouvaient aboutir à la réalisation d'un instrument français, plus simple que le stéréoautographe et surtout de prix plus abordable.

Nous allons, dans ce premier volume, traiter de la restitution des photographies verticales prises à terre, réservant pour plus tard la description des appareils ne comportant plus cette sujétion de verticalité des clichés, et permettant l'utilisation de photographies prises dans des conditions absolument quelconques, en particulier à bord d'avions.

Nous commencerons cet ouvrage par un historique sommaire de la topophotographie, afin de bien mettre en lumière l'importance des travaux français. Dans cet historique, nous ne retiendrons d'ailleurs que les faits saillants qui font date dans l'histoire des sciences topophotographiques (photogrammétrie, stéréophotogrammétrie, stéréoautogrammétrie), ne pouvant énumérer tous les travaux français ou étrangers sur la question. Nous exposerons ensuite les principes généraux de la vision stéréoscopique, indispensables à rappeler et à fixer d'une façon bien nette, pour la compréhension de ce qui suivra. Nous consacrerons tout le reste de notre travail à la stéréophotogrammétrie et à la stéréoautogrammétrie, en nous efforçant de sérier au maximum toutes les questions qui s'y rattachent. Dans ce but, nous adopterons l'ordre suivant dans notre exposé :

Les principes;
Les appareils;
Les précisions instrumentales;
Les corrections ;
Les procédés;
Les méthodes;
Les résultats.

LA TOPOGRAPHIE SANS TOPOGRAPHES

CHAPITRE I

HISTORIQUE DE LA PHOTOGRAMMÉTRIE ET DES SCIENCES DÉRIVÉES

I — PRINCIPE DE LA MÉTHODE PHOTOGRAMMÉTRIQUE

Considérons un point de vue S_1 et un tableau vertical T_1. Traçons sur ce tableau l'horizontale principale $H_1 H_1$ (intersection du tableau et du plan horizontal passant par S_1), et marquons sur celle-ci le point principal O_1 (pied de la perpendiculaire abaissée de S_1 sur T_1). Soient divers points A, B, C... du terrain. Les droites S_1A, S_1B, S_1C... percent le tableau T_1 aux points A_1, B_1, C_1... et la figure A_1 B_1 C_1... est la perspective sur le tableau T_1 de la figure A B C... de l'espace. Abaissons les perpendiculaires A_1 a_1, B_1 b_1, C_1 c_1,... sur l'horizontale principale H_1 H_1 (fig. 1).

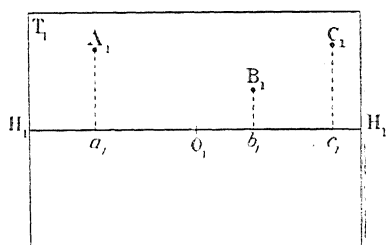



Fig. 1.

Considérons maintenant la perspective de la même zone de terrain sur un second tableau vertical T_2, le point de vue étant S_2 et construisons de même les points a_2, b_2, c_2...

Mesurons la longueur B de la projection horizontale de la droite S_1 S_2, ainsi que les angles ω_1 et ω_2 que font les droites S_1 O_1 et S_2 O_2 avec le plan vertical S_1 S_2. Soient s_1 et s_2 les projections horizontales des points de vue S_1 et S_2 sur le plan horizontal de comparaison et posons :

$$S_1 O_1 = S_2 O_2 = f.$$

Mesurons en outre l'azimut $\sigma_{1,2}$ de $S_1 S_2$ par rapport à un plan vertical origine, le plan du méridien magnétique par exemple.

Dès lors, sur une feuille de papier à dessin, choisissons une direction $s_1 N_m$ comme direction origine. Traçons $s_1 s_2$ telle que (fig. 2) :

$$\widehat{N_m s_1 s_2} = \sigma_{1,2}$$
$$s_1 s_2 = B \times \frac{1}{E}$$

1/E étant l'échelle du levé.

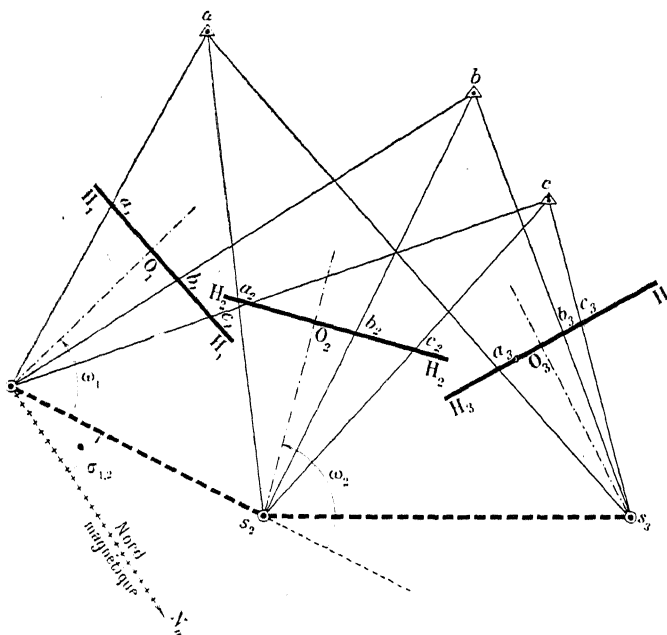



Fig. 2.

Traçons ensuite les droites $s_1 O_1$ et $s_2 O_2$ telles que :

$$\widehat{s_1 s_2, s_1 O_1} = \omega_1$$
$$\widehat{s_1 s_2, s_2 O_2} = \omega_2$$

et marquons les points $O_1 O_2$ tels que :

$$s_1 O_1 = s_2 O_2 = f.$$

Traçons à partir de ces points les droites $H_1 H_1$, $H_2 H_2$, respectivement perpendiculaires à $s_1 O_1$ et $s_2 O_2$, et reportons sur ces droites les points a_1, b_1, c_1..., a_2, b_2, c_2... précédemment considérés.

Les couples de droites $(s_1 a_1, s_2 a_2)$ $(s_1 b_1, s_2 b_2)$ $(s_1 c_1, s_2 c_2)$... se cou-

pent en des points *a*, *b*, *c*... qui représentent les projections horizontales des points A, B, C... du terrain à l'échelle 1/E.

L'emploi d'un troisième point de vue et d'un troisième tableau fournirait une vérification en permettant de déterminer chaque point par trois lignes de visée au lieu de deux.

Les perspectives A_1, B_1, C_1... peuvent s'obtenir par photographie. Considérons en effet un objectif photographique parfaitement corrigé de toutes aberrations et particulièrement de la distorsion. Supposons, pour faciliter le langage, qu'il soit assimilable à une lentille mince et soit f sa distance focale, ou plus exactement sa distance principale (longueur du segment de perpendiculaire au cliché compris entre le centre optique de l'objectif et le cliché). Soit O'_1 le point principal du cliché (pied de la perpendiculaire abaissée du centre optique sur le cliché). Disposons l'appareil photographique de façon que le centre optique de l'objectif coïncide avec le point de vue S_1 et que le plan T'_1 du cliché soit vertical et parallèle au tableau T_1 précédemment considéré. Les points A, B, C... du terrain vont former leurs images sur la plaque en A'_1, B'_1, C'_1... et la figure ainsi obtenue sera la figure symétrique de la perspective A_1, B_1, C_1,... par rapport au point S_1 (fig. 3).

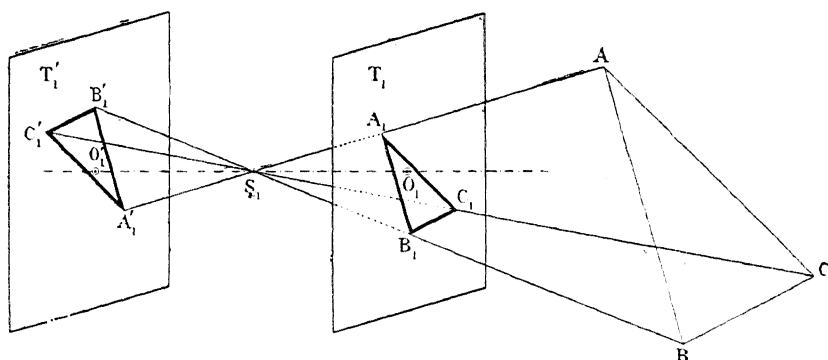



Fig. 3.

Tirons un positif T''_1, nous obtiendrons une figure A''_1, B''_1, C''_1... superposable à A_1, B_1, C_1... Dès lors, nous pourrons remplacer le tableau T_1, soit par le positif T''_1, gélatine tournée vers S_1, soit par le négatif T''_1, verre tourné vers S_1.

Nous voyons donc que la méthode photogrammétrique n'est autre chose, en somme, que la mise en œuvre du procédé classique de levé dit *procédé de l'intersection*, dans laquelle les projections horizontales des lignes de visée, au lieu d'être reportées directement sur la planchette au cours des opérations sur le terrain, sont tracées au bureau en partant de documents photographiques.

Quant à ce qui est des altitudes des points, elles sont également déduites des données photographiques.

Soit, en effet, A_0 la projection horizontale du point A sur le plan horizontal passant par S_1 et H l'altitude de ce plan horizontal.

Appelons :

z : la cote a_1A_1 (fig. 1) du point A_1 sur le cliché au-dessus de l'horizontale principale;

Z : la dénivelée $A_0 A = Z$ (fig. 4) du point A;

d : la distance $s_1 a_1$ sur le dessin (fig. 2);

D : la distance $s_1 A_0$ (fig. 4).

Nous avons :

$$\frac{Z}{z} = \frac{D}{d}$$

$$Z = z \times \frac{D}{d}.$$

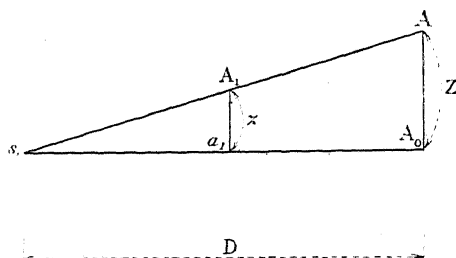



Fig. 4.

La détermination de la dénivelée résulte donc du calcul d'une quatrième proportionnelle. Dès lors l'altitude du point A est :

$$H_A = H + Z.$$

Remarquons que la distance D nous est donnée par le dessin (fig. 2) :

$$D = s_1 a_1 \times E.$$

II — LES PREMIÈRES TENTATIVES

Les prédécesseurs du capitaine Laussedat. — Il est très difficile de savoir à quelle date exacte est née l'idée d'utiliser des perspectives verticales pour l'établissement de plans topographiques horizontaux. La question est d'ailleurs peu importante; ce qu'il importe de connaître, ce sont les premières études systématiques du problème, études portant sur les principes à mettre en œuvre, les appareils à utiliser, les méthodes de restitution à employer, et aboutissant à des expériences pratiques concluantes. Ces premières études remontent sans conteste au capitaine du génie *Laussedat* qui en a

publié les résultats en 1854 dans le *Mémorial de l'Officier du Génie* (Mémoire sur l'emploi de la chambre claire dans les reconnaissances topographiques).

On ne saurait faire état de quelques tentatives plus anciennes, dans lesquelles il est possible de trouver en germe, plus ou moins vaguement d'ailleurs, certaines idées s'apparentant d'assez loin à la méthode qu'il a mise au point.

Ce fut d'abord un ingénieur hydrographe français, *Beautemps-Beaupré*, qui choisissait sur les croquis panoramiques un certain nombre de points remarquables dont il déterminait la position par des mesures angulaires et des estimes de distances. Il inscrivait ces données sur le croquis, donnant à celui-ci un intérêt non seulement artistique et descriptif, mais aussi documentaire. Ces premiers essais datent de 1793 et furent publiés en 1808 (Voyage du *d'Entrecasteaux*).

Plus tard, vers 1844, le commandant *Leblanc* eut l'idée d'utiliser les perspectives verticales comme source de renseignements dans les reconnaissances topographiques, au même titre que Beautemps-Beaupré les utilisait dans les reconnaissances de côtes.

Ces tentatives isolées ne furent guère suivies et Laussedat en explique ainsi la raison : « L'insuccès des efforts tentés pour introduire les vues pittoresques comme éléments essentiels ou auxiliaires dans les levés et principalement dans les reconnaissances nous a toujours paru tenir à la difficulté qu'on éprouve à dessiner correctement le paysage [1]. »

Vers la même époque, *Arago* et *Gay-Lussac* envisagèrent l'utilisation possible de la photographie à l'art des levés. Mais celle-ci présentait de nombreuses difficultés dont la plus importante provenait de l'imperfection des objectifs qui donnaient des images planes, peut-être suffisantes au point de vue documentaire, mais certainement insuffisantes au point de vue métrologique. Pour remédier à ces inconvénients, *Ch. Martins* imaginait, dès 1845, une chambre cylindrique destinée à fournir des perspectives plus correctes, tout au moins dans le sens horizontal. Par la suite, l'ingénieur topographe piémontais *Porro* conçut même une chambre sphérique, qui ne fut jamais construite d'ailleurs, afin d'éliminer le plus complètement possible les déformations de perspectives.

Description de la chambre claire du capitaine Laussedat ou chambre claire hémipériscopique. — Les suggestions des divers chercheurs n'ayant pas permis de perfectionner suffisamment l'outillage photographique, et les manipulations nécessaires à l'obtention des images étant longues, délicates et pénibles, le capitaine Laussedat chercha d'abord la solution du problème dans la réalisation la plus précise possible des perspectives par le

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, tome 17, *1864*, page 252.

dessin. Dans ce but, il utilisa la chambre claire inventée par Wollaston en 1804.

La chambre claire de Wollaston (fig. 5) a comme organe essentiel un

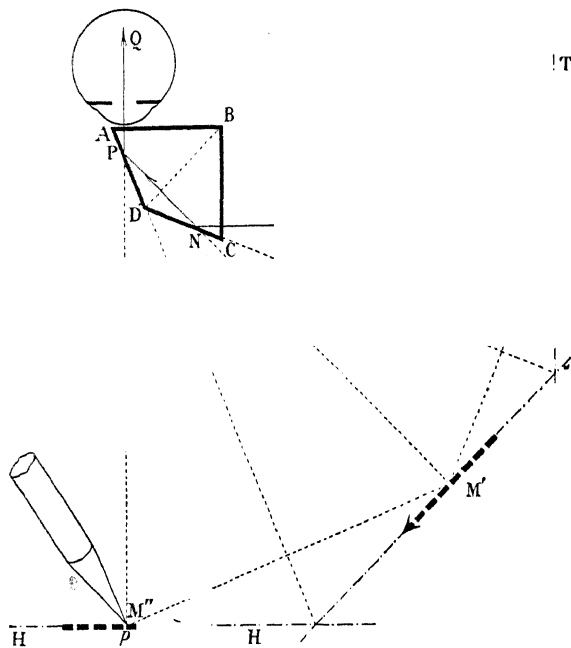



Fig. 5.

prisme dont la section droite est un quadrilatère A, B, C, D, symétrique par rapport à sa diagonale B D, le dièdre B étant droit et le dièdre D étant à 135°.

Considérons un tableau vertical T T. Un rayon lumineux M N, issu d'un point M de ce plan, subit deux réflexions sur les faces C D et D A, et sort comme s'il venait du point M''. Cette direction émergente fait un angle de 90° avec la direction incidente et cela quelle que soit l'orientation du quadrilatère A B C D dans le plan vertical de figure. Nous pouvons donc faire tourner le prisme autour de son arête horizontale D sans que le point M'', image de M, paraisse se déplacer. Nous voyons ainsi que toute figure placée dans le plan vertical T T a comme image une figure égale et semblablement disposée dans le plan horizontal H H, ces deux plans étant également distants de l'arête D. Les images ne sont pas renversées, car nous avons deux réflexions successives : la première donnant de l'objet M une image renversée M' et la seconde une image redressée M''.

Déplaçons d'autre part une pointe de crayon *p* dans le plan horizontal H et examinons ce plan en plaçant l'œil au-dessus du prisme de façon que la

verticale du point A tombe au milieu de la pupille, l'observateur étant tourné face au tableau. La partie supérieure de la pupille recevra les rayons lumineux issus du plan T T et ayant subi deux réflexions; la partie inférieure recevra directement les rayons venus du plan H H. Nous pouvons donc amener la pointe *p* du crayon successivement en coïncidence avec tous les points tels que M″ et, par suite, si la perspective du terrain est dessinée sur le tableau TT, reproduire exactement cette perspective sur le plan horizontal H H.

Supprimons maintenant le plan T T, l'œil verra, d'une part, le paysage et, d'autre part, la pointe du crayon; en amenant cette pointe au contact de tous les détails de ce paysage, l'opérateur pourra dessiner directement sur le plan horizontal H H la perspective du terrain qui se formerait sur le tableau T T, le point de vue étant D.

Ce dispositif présente les trois défauts principaux suivants :

1° L'image du paysage ne se forme pas sur le plan H H, mais à une très grande distance; il faut donc, pour le tracé d'un détail, regarder l'image très lointaine, pratiquement à l'infini, de ce détail, c'est-à-dire désaccommoder et ensuite accommoder sur la pointe *p* du crayon : l'estime de la coïncidence de ces deux points exige une série de variations de convergence du cristallin très fatigante; ce pointé est analogue au pointé du tireur qui doit, par des variations rapides de sa convergence, accommoder successivement sur le cran de mire, le guidon et le but.

2° L'image du détail pointé et la pointe du crayon n'étant pas dans le même plan, il en résulte une *parallaxe* pouvant entraîner des erreurs assez considérables : pour que celle-ci soit sans inconvénient, il faudrait que l'œil soit parfaitement immobile, ce qui n'a jamais lieu.

3° Si la verticale du point A ne passe pas exactement par le centre de la pupille, les deux images rétiniennes n'auront pas le même éclat. Si donc, pour une certaine position de l'œil, l'image du terrain et le papier à dessin paraissent également éclairés, un déplacement de l'œil vers l'avant amènera une augmentation d'éclat du paysage et une diminution d'éclat du papier : le crayon sera mal vu. Un mouvement en sens inverse produira les résultats contraires.

Disposons un petit diaphragme en A et plaçons l'œil derrière ce diaphragme. Nous serons dès lors obligé de centrer l'œil et de le maintenir dans une position à peu près constante. Si le diaphragme est très petit, nous serons dans des conditions de pointé analogues à celles de l'alidade nivelatrice (pointé par trou et crin) et nous obtiendrons de bons résultats.

Mais l'emploi d'un diaphragme très petit rend l'instrument peu lumineux. Pour ne pas perdre de flux lumineux, il faut lui donner un diamètre voisin de celui de la pupille. Avec un tel diaphragme, le défaut 3° est à peu près supprimé; le défaut 2° est diminué, mais laisse encore subsister des

erreurs inadmissibles dans un levé précis (1); le défaut 1° subsiste intégralement.

Wollaston avait cherché, dès 1812, à corriger ces défauts et indiqué deux solutions :

1° Placer sur le trajet des rayons lumineux, issus du paysage, une lentille divergente dont H H soit le plan focal;

2° Creuser l'une des faces AB ou BC, ou les deux, suivant des dioptres concaves, de façon à produire le même résultat.

Un tel système substitue à l'image virtuelle à l'infini une image virtuelle dans le plan HH. L'œil n'a plus à accommoder à deux distances différentes et la parallaxe est supprimée.

Le capitaine Laussedat s'est inspiré de cette deuxième solution. Il a creusé dans la face supérieure AB du prisme une calotte sphérique ayant le point O comme sommet, de sorte que l'axe optique de l'instrument est la droite OI perpendiculaire au plan HH (fig. 6).

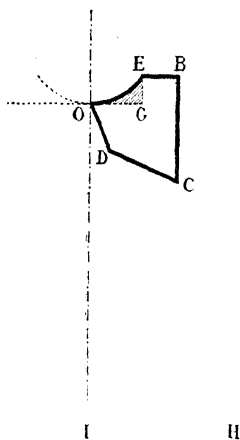



Fig. 6.

Le prisme se comporte comme une lame à faces parallèles suivie d'une lentille plan concave O G E. Appelons n l'indice du verre, f la distance focale de la lentille, r le rayon de la face sphérique. Nous avons :

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r}.$$

Si nous prenons pour f la distance minimum de vision distincte ($f = 30$ cm environ) et pour n la valeur 1,5, nous avons :

(1) Pour un détail formant son image à l'infini, l'axe optique de l'œil pourra être dirigé sur cette image en se déplaçant à l'intérieur d'un cylindre ayant le diaphragme comme base. Il en résultera que le point p se déplacera suivant la position de l'axe optique à l'intérieur d'un cercle égal au diaphragme.

$$\frac{1}{30} = \frac{0,5}{r}$$

$$r = 15 \text{ cm.}$$

C'est la valeur adoptée par le capitaine Laussedat. Il a donné à chambre claire le nom de *chambre claire hémipériscospique*.

Montage et utilisation de la chambre claire hémipériscopique (Fig. 7, 8, 9, 10). Le prisme est placé dans une monture en laiton *a a*, portée par deux tiges à tirage *b*, *c*; *b'*, *c'*, articulées en *d*, *e*; *d'*, *e'* et terminées par deux mâchoires de serrage permettant leur fixation sur une planchette. Les arêtes sont amenées horizontales en manœuvrant la vis butante *g* et l'horizontalité est contrôlée à l'aide d'un niveau à bulle d'air portant deux talons *l* et *l'* lui permettant de prendre appui sur le prisme. Une porte *k* permet d'introduire le prisme dans sa monture. Celle-ci peut tourner autour d'un axe horizontal par la manœuvre des boutons moletés *h* et *h'*.

La planchette est mise de niveau au moyen du même niveau à bulle d'air A A.

Le point principal P est déterminé à l'aide d'un fil à plomb appuyé contre le centre optique de la lentille plan concave, centre situé au milieu de la partie d'arête apparente dans la monture.

La verticale principale est l'image d'un fil à plomb tendu en avant de la planchette à quelque distance.

L'horizontale principale est la perpendiculaire menée par P à la verticale principale.

Il est souvent impossible de déterminer la verticale principale en traçant l'image d'un fil à plomb que le moindre vent fait osciller. Le capitaine Laussedat indique une autre méthode dérivée de la méthode des *hauteurs correspondantes*. Il dessine les images 1, 2, 3 d'un certain nombre de points, puis il trace les arcs de circonférence de centre P passant par ces points et fait tourner la planchette autour de son axe jusqu'à ce que les images reviennent à nouveau se former sur ces arcs. Les milieux de 1 — 1, 2 — 2, 3 — 3 sont sur une même droite qui est la verticale principale.

L'appareil et ses méthodes d'utilisation sont donc étudiés très en détail, ce qui n'empêche pas Laussedat d'écrire avec une modestie que n'imitent pas tous ses critiques : « Nous avons proposé d'écarter les difficultés que présente l'exécution des perspectives, au moyen d'un instrument bien connu et que les artistes emploient fréquemment dans le même but; seulement, afin de mieux approprier cet instrument au service des reconnaissances, nous avons essayé, en lui conservant deux qualités essentielles : sa simplicité et son petit volume, de le munir d'organes qui permettraient

de déterminer facilement et avec précision la position relative du point de vue et du tableau de la perspective, de sorte que l'on pourrait, à la rigueur,

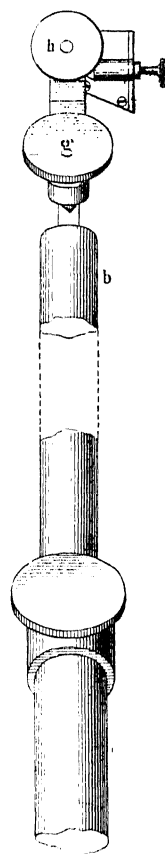
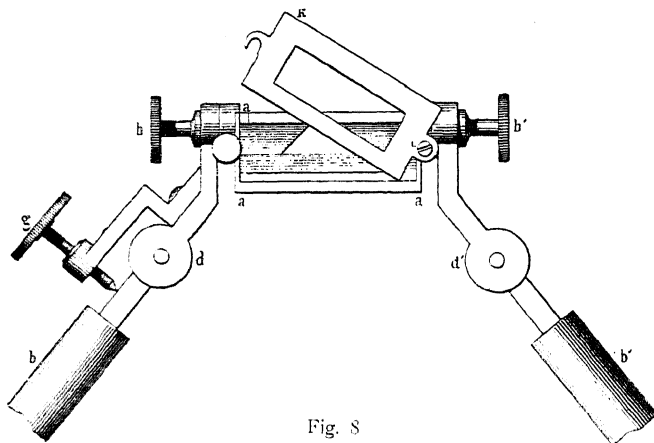
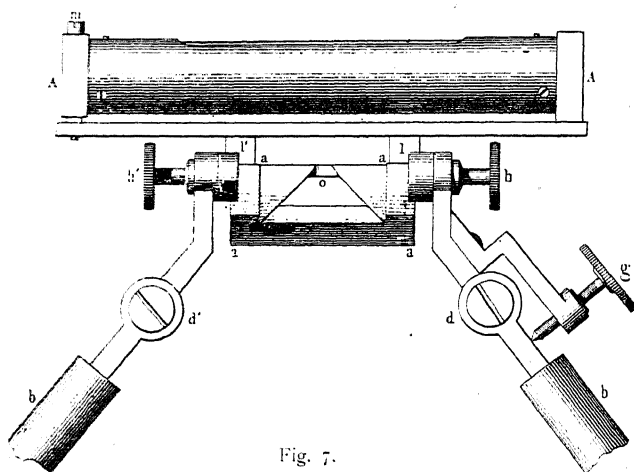



Fig. 7.

Fig. 8

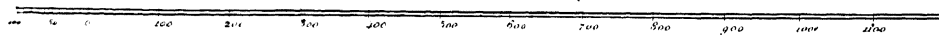
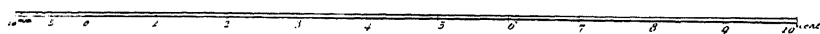



Fig. 9.

exécuter des levés avec le nouvel appareil sans avoir recours aux indications d'un autre instrument.

« Enfin, nous avons fait voir que les résultats que l'on obtiendrait de cette manière, sans prétendre à une grande exactitude, seraient cependant

supérieurs à ceux dont on se contente ordinairement dans de simples reconnaissances.

« Le but que nous nous étions proposé sera suffisamment atteint, si nous sommes parvenu à appeler l'attention des ingénieurs et des militaires sur un instrument et sur une méthode qui pourraient leur rendre de véritables services dans un grand nombre de circonstances (1). »

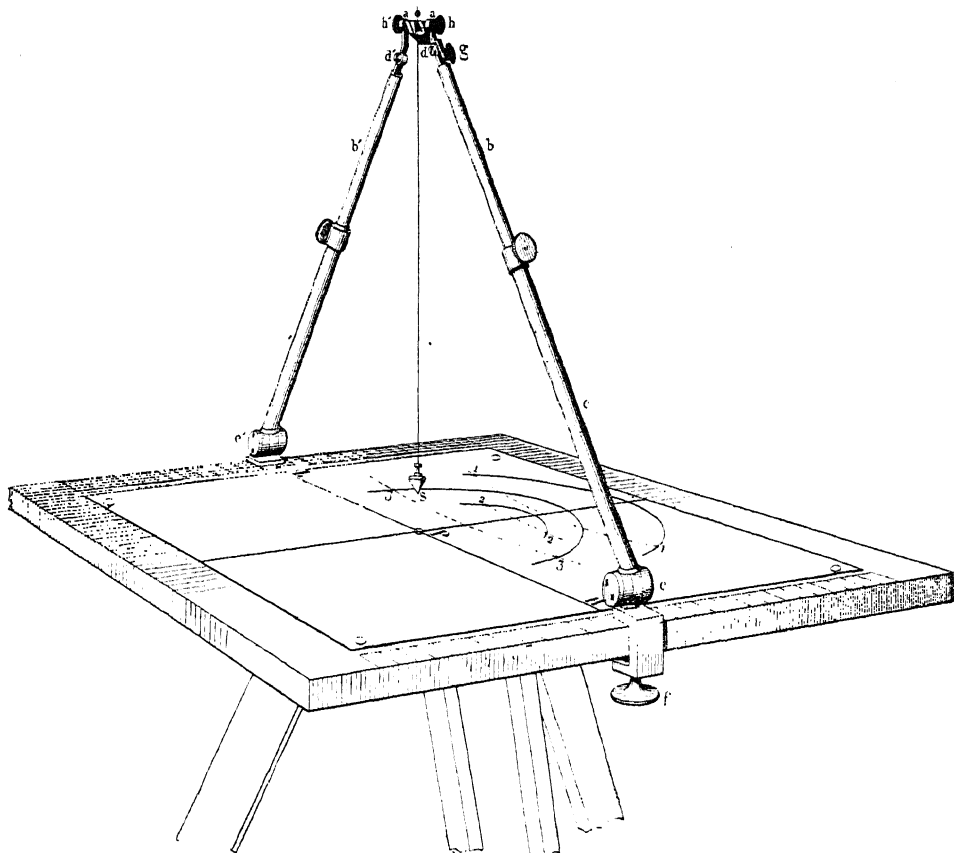



Fig. 10.

Le télémétrographe. — Appelons, comme précédemment, Z la hauteur d'un point A du paysage au-dessus du plan horizontal du point de vue, z la hauteur de l'image A_1 du point A au-dessus de l'horizontale principale de la perspective, Y l'éloignement de A et f la distance principale. Nous avons (fig. 11) :

$$Z = z \frac{D}{d} = z \frac{Y}{f}.$$

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 16, *1854*, page 246.

Donc, si une erreur δz est commise dans la mesure de z sur la perspective, il en résulte une erreur δZ_1 sur la dénivelée :

$$\delta Z_1 = \frac{Y}{f} \delta z.$$

Cette erreur est proportionnelle à l'éloignement et limite donc très vite la portée de la restitution. Le capitaine Laussedat eut l'idée, pour diminuer cette erreur, d'adjoindre à la chambre claire une lunette terrestre placée

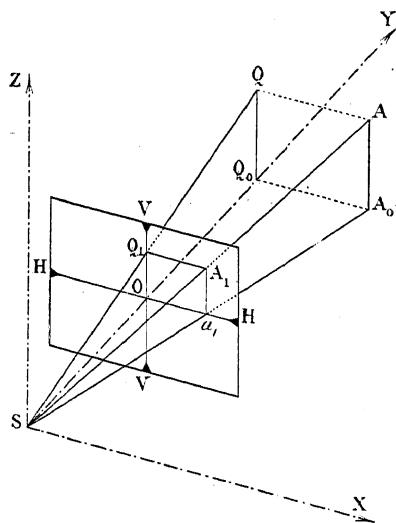



Fig. 11.

en avant du prisme, l'axe optique de la lunette coïncidant avec la droite principale de la perspective. Si G est le grossissement, la hauteur z devient z' telle que :

$$z' = G\, z$$

$$Z = \frac{z'}{G} \frac{Y}{f}.$$

Donc, pour la même erreur graphique $\delta z' = \delta z$, nous avons une erreur δZ_2 :

$$\delta Z_2 = \frac{\delta z'}{G} \frac{Y}{f} = \frac{\delta Z_1}{G}.$$

L'erreur de dénivelée est G fois plus faible.

Mais il faut que le point visé se trouve dans le champ de la lunette, c'est-à-dire assez près de l'horizon, ce qui restreint l'emploi de l'instrument et, comme le reconnaît le capitaine Laussedat, il est difficile d'étendre l'avantage obtenu aux sites élevés « sans compliquer l'appareil ».

Mais il voit à cette combinaison du prisme et de la lunette un autre intérêt que l'augmentation de précision altimétrique : c'est la possibilité de mesurer directement les éloignements. Considérons en effet un objet vertical de longueur L connue et dont l'image ait sur la perspective une longueur l.

Nous avons :

$$Y = \frac{L}{l} \times f.$$

La longueur l étant petite, l'application de cette formule donne une détermination peu précise de Y. Au lieu de nous astreindre à conserver l'axe optique horizontal, inclinons la lunette de façon que cet axe soit dirigé successivement aux environs de chaque extrémité de l'objet de longueur L. Faisons également tourner le prisme de façon que sa face d'entrée reste sensiblement perpendiculaire à l'axe optique de la lunette. Nous pourrons alors, lorsque chacune des extrémités de l'objet sera dans le champ, marquer la position de son image. Soit l' la longueur de cette image amplifiée. Nous avons :

$$l' = G\,l$$

d'où

$$Y = \frac{G\,l}{l'} \times f.$$

Il en résulte que

$$\delta Y_1 = \frac{L\,f}{l^2}\,\delta l$$

$$\delta Y_2 = \frac{G\,L\,f}{l'^2}\,\delta l' = \frac{G\,L\,f}{l'^2}\,\delta l.$$

Si nous admettons que dans les deux cas l'erreur graphique est la même :

$$\delta l' = \delta l,$$

il s'ensuit que

$$\delta Y_2 = \frac{\delta Y_1}{G}.$$

L'erreur à craindre est donc divisée par G.

Si, par exemple, le signal vertical considéré a une hauteur

$$L = 10 \text{ m}$$

et si

$$f = 0{,}40 \text{ m}$$
$$l = 0{,}04 \text{ m},$$

nous avons :

$$Y = \frac{10 \times 0{,}4}{0{,}04} = 100 \text{ m.}$$

Une erreur de 1/2 mm sur la mesure de l donne :

$$\delta Y_1 = \frac{10 \times 0{,}4 \times 100 \times 100}{16} \times \frac{0{,}5}{1000} = 1{,}25 \text{ m},$$

d'où une erreur relative :

$$\frac{\delta Y_1}{Y_1} = \frac{1{,}25}{100}.$$

Si la lunette a un grossissement $G = 10$, nous avons :

$$\delta Y_2 = 0{,}125 \text{ m}$$
$$\frac{\delta Y_2}{} = \frac{1{,}25}{1000},$$

c'est-à-dire à peu près 1/1000e, soit la même précision relative que celle que donne la chaîne.

La précision absolue décroît proportionnellement au carré de la distance et la précision relative proportionnellement à cette distance, c'est-à dire que la précision du levé devient bien vite assez faible. Celle-ci peut, malgré tout, être encore suffisante dans une reconnaissance. Si donc il existe sur le terrain un objet vertical visible de tous les points environnants, et si la hauteur a été déterminée par un procédé quelconque, le topographe peut opérer par rayonnement inverse en « circulant autour de cette espèce de mire permanente » et obtenir « tous les éléments d'une bonne reconnaissance » (1).

L'instrument comportant la réunion d'une chambre claire hémipériscopique et d'une lunette terrestre a été désigné par son auteur sous le nom de *télémétrographe*.

Nous voyons donc que le capitaine Laussedat a, à l'époque à laquelle il travaillait, utilisé au maximum les instruments dont il pouvait disposer et les a heureusement perfectionnés et associés. Il est cependant resté très modeste; il ne prétend pas avoir inventé quoi que ce soit, car il écrit : « On emploie depuis longtemps la chambre claire pour dessiner des images amplifiées, soit à l'aide de la lunette astronomique, soit à l'aide du microscope. Le genre de dessin que l'on exécute avec ce dernier instrument constitue même en grande partie l'art du micrographe (2). » Il ne semble pas inutile de rappeler cette modestie, car si le capitaine Laussedat a été profondément

---

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 16, *1854*, page 241.
(2) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 16, *1854*, page 237.

admiré à l'étranger et si ses méthodes ont été copiées, puis adaptées aux progrès de l'optique par de nombreuses puissances, son œuvre n'a pas toujours été en France estimée à sa juste valeur et des critiques peu bienveillantes, de caractère parfois presque officiel, ne lui ont pas été ménagées.

Premiers résultats. — Un premier essai de la chambre claire fut exécuté en 1850 par le lieutenant-colonel du génie *Bichot* et le capitaine du génie Laussedat. La restitution fut comparée à un levé à la boussole topographique, ce qui donna les résultats suivants, pour 6 points A, B, C, D, E, F, choisis au hasard autour d'un point de station S :

PROJECTION horizontale de l'angle	MESURÉE à la boussole	MESURÉE à l'aide de la chambre claire	DIFFÉRENCE	ANGLE de site de	MESURÉ sur l'éclimètre de la boussole	MESURÉ à l'aide de la chambre claire	DIFFÉRENCE
A S B	4° 50′	4° 45′	+ 5′	S A	8° 27′	8° 30′	— 3′
A S C	17° 20′	17° 20′	0′	S B	29° 16′	29° 20′	— 4′
A S D	30° 20′	30° 15′	+ 5′	S C	18° 11′	18° 15′	— 4′
A S E	47° 20′	47° 10′	+ 10′	S D	22° 42′	22° 45′	— 3′
A S F	65° 10′	65° 00′	+ 10′	S E	32° 55′	32° 45′	+ 10′
				S F	8° 55′	9° 00′	— 5′

Il résulte de ce tableau :

« 1° Que les angles réduits à l'horizon ont sur ces perspectives un degré de précision au moins égal à celui des angles lus sur le limbe de la boussole; par conséquent la planimétrie des reconnaissances faites à la chambre claire doit inspirer autant de confiance que celle des reconnaissances exécutées à la boussole dans des circonstances semblables;

« 2° Que les angles de pente, quoique moins exacts que ceux que l'on obtiendrait avec un éclimètre muni d'un vernier, le sont encore suffisamment pour procurer un nivellement passable de tous les points qui ne s'éloigneront pas trop des stations. Pour fixer les idées à cet égard, nous rappellerons que l'erreur de 10 minutes correspond :

« A 0,10 m à la distance de 30 m,

« A 1 m, à la distance de 300 m (1). »

Peu après, un opérateur peu exercé à l'emploi de la chambre claire fut chargé, après quelques heures d'exercice, de dessiner de deux stations situées à la limite des glacis d'un ouvrage de fortification les perspectives nécessaires à la restitution de cet ouvrage à l'échelle du 1/10 000e. Cette restitution reproduite figure **12** fut satisfaisante à l'approximation sus-indiquée.

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 16, *1854*, page 245.

Telle qu'elle était conçue, la chambre claire du capitaine Laussedat permettait déjà l'exécution de *levés de reconnaissance* dans les terrains à détails nettement marqués, dans les régions fortifiées, par exemple.

III — UTILISATION DE LA PHOTOGRAPHIE

Premiers essais du capitaine Laussedat. — Certains critiques de Laussedat attribuent au colonel Langlois, de l'artillerie, les premiers essais de levés par utilisation des perspectives photographiques. Nous trouvons en effet dans le *Livre du Centenaire de l'École polytechnique*, tome III, page 435, les renseignements suivants :

« Langlois s'embarqua pour la Crimée à la fin d'octobre 1855 et y resta jusqu'à la fin d'avril 1856, visitant tous les travaux du siège de Sébastopol et levant ensuite du haut de la tour Malakoff les plans des positions occupées par les armées au moyen d'appareils photographiques qui trouvaient ainsi pour la première fois leur application à l'art du topographe. »

Nous ne possédons pas de renseignements bien précis sur ces travaux et nous ne savons pas si « ce premier essai qui ne fit pas grand bruit » (1) consista en l'exécution d'un levé photogrammétrique complet ou simplement en un report sur un levé topographique classique de travaux de fortification, les éléments de ce report étant fournis par la photographie.

Quoi qu'il en soit, il convient de rétablir l'ordre chronologique des faits. En même temps que le capitaine Laussedat posait les bases du levé à la chambre claire, il étudiait le remplacement des perspectives dessinées par les perspectives photographiées. Dès 1852, il commença ses expériences, car en 1864 il écrivait : « La chambre obscure qui a servi à nos premiers essais a été achetée en 1852 sur la proposition du Comité et sur les fonds du Dépôt des fortifications où elle existe encore avec tous les accessoires que nous avions jugés nécessaires, niveau, alidade, boussole, etc... (2). »

A la suite de ses premières expériences, il mit au point un appareil de phototopographie qu'il fit construire en 1858 par Brunner, qui fut achevé en 1859 et qu'il appela *chambre obscure* topographique.

Description de la chambre obscure topographique (Fig. 13, 14). — La chambre obscure était constituée par une boîte en bois de 46 cm de longueur et de 36 cm × 42 cm de section, munie à l'avant d'un objectif Bertaud de 50 cm de focale et à l'arrière d'un porte-châssis. Les plaques utilisées étaient des glaces 27/33 cm. L'objectif était monté dans un tube pouvant coulisser dans un autre tube fixé à la chambre et immobilisé une fois la mise au point bien assurée.

(1) *Revue du Génie*, tome 22, *1901*, page 543.
(2) *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 17, *1864*, page 252.

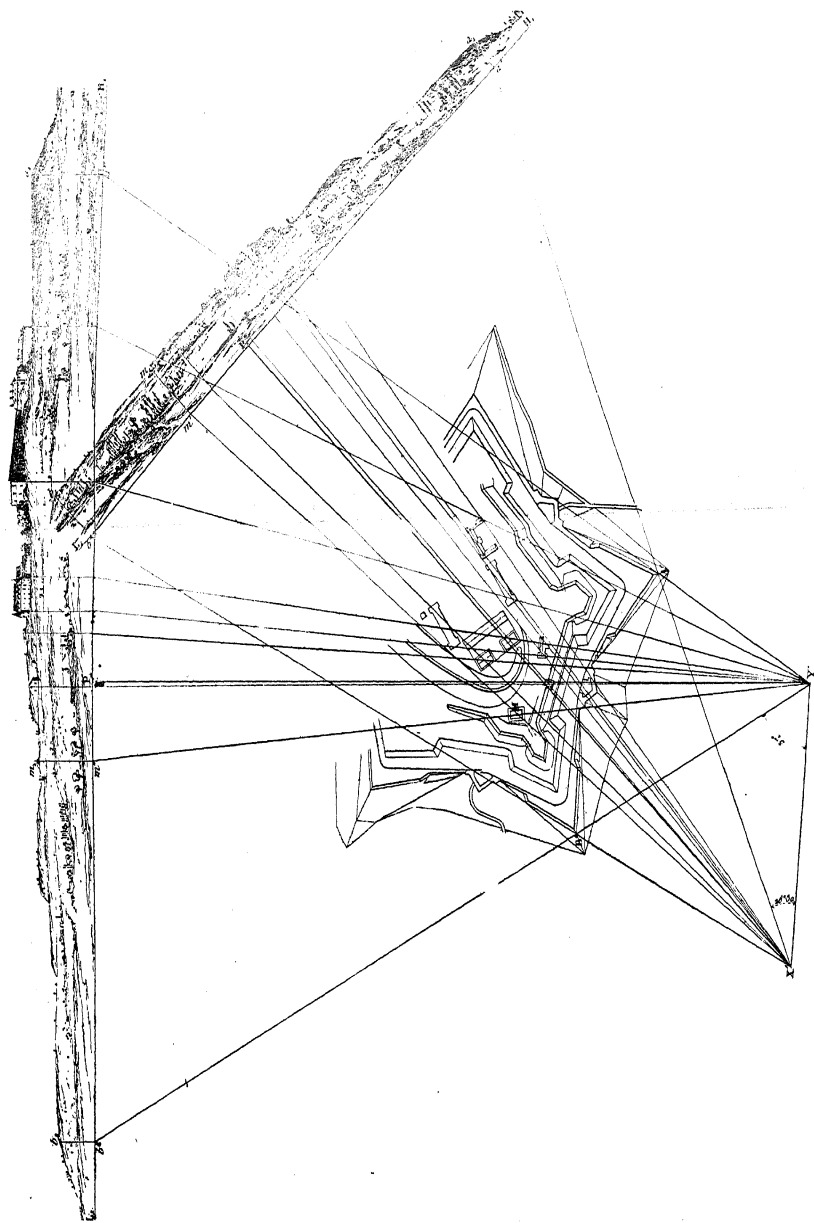



Fig. 12.

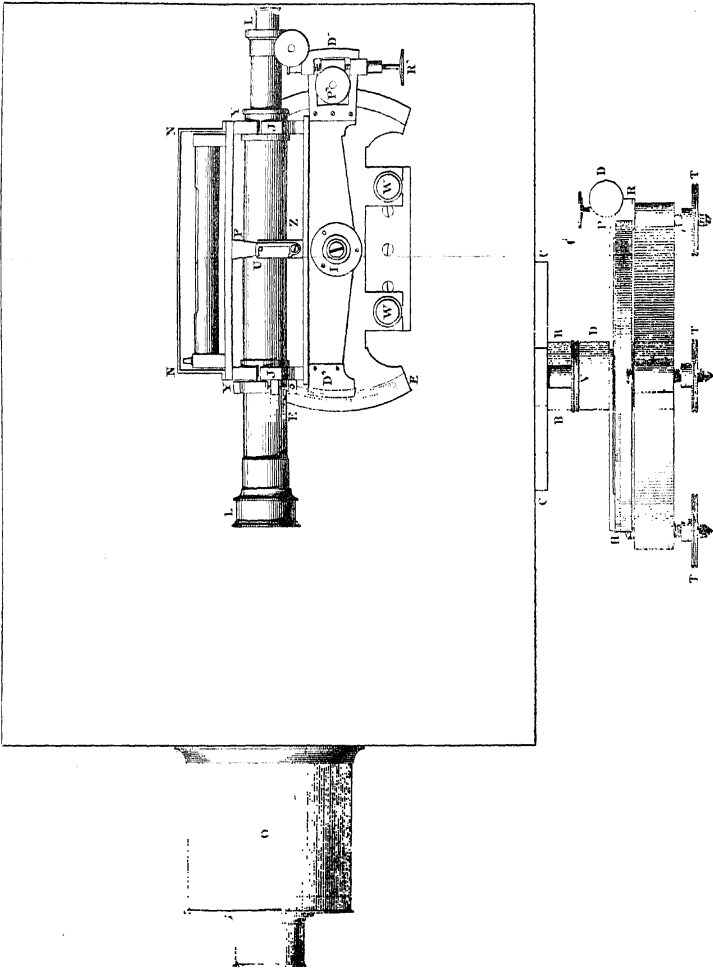



Fig. 13.

La chambre était montée sur une plate-forme en cuivre, portant un axe creux, emboîtant un axe en acier solidaire d'un triangle à vis calantes, muni d'un cercle horizontal gradué pour la mesure des azimuts. La lecture se faisait sur la tranche en face d'un index. Une vis de serrage permettait de bloquer l'appareil. Une vis de rappel et une pompe donnaient les fins mouvements. Les lectures se faisaient à l'aide d'un vernier.

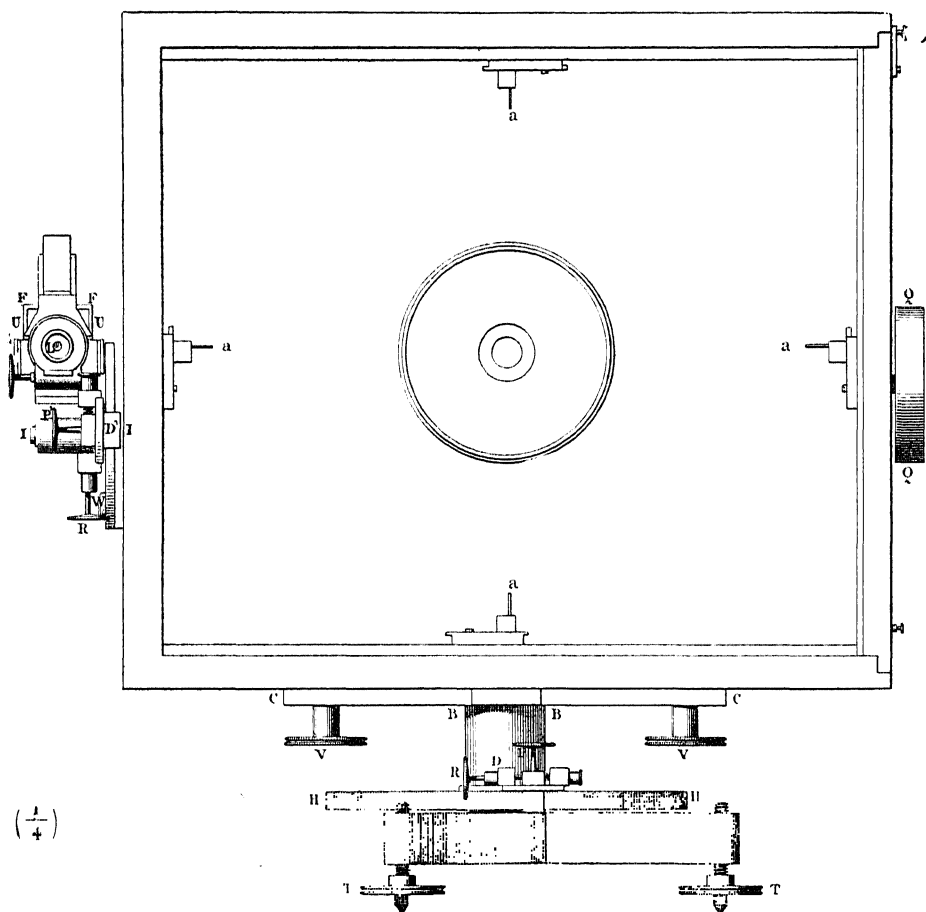



Fig. 14.

Une des parois latérales de la chambre portait l'éclimètre constitué par une lunette tournant autour d'un axe horizontal et entraînant deux verniers diamétralement opposés. Cet éclimètre comportait également une vis d'immobilisation ainsi qu'une vis de rappel et une pompe pour les fins mouvements.

Enfin, il était muni d'un niveau à retournement.

La face latérale opposée de la chambre était munie d'un contrepoids d'équilibrage. La lunette comportait dans le plan focal de l'objectif une croisée de fils de réticule et deux fils stadimétriques.

A l'arrière de la chambre, et presque au contact de la plaque sensible, se trouvaient quatre aiguilles très fines matérialisant l'horizontale principale et la verticale principale lorsque la chambre était calée en station. Ces aiguilles projetaient leur ombre sur la plaque et indiquaient ainsi l'emplacement de ces deux droites. Par la suite, le commandant Laussedat envisagea de monter l'objectif sur une planchette à translation verticale, permettant le décentrement.

L'ensemble de l'appareil était fixé sur un pied à trois branches doubles.

Cette chambre possédait donc déjà tous les organes de l'appareil qui devait être réalisé plus de quarante ans plus tard, en Allemagne, sous le nom de *photothéodolite*.

Nous pouvons donc affirmer que, sans nul doute, en dépit de ses détracteurs, Laussedat est bien le père de la topophotographie terrestre.

Mise en station et utilisation de la chambre obscure topographique. Le constructeur réglait l'appareil en usine de telle façon que :

1° Les axes de plaque (droites joignant les aiguilles deux à deux) soient l'un vertical, l'autre horizontal, lorsque la chambre était calée;

2° L'axe optique de la chambre (droite joignant le point nodal d'émergence au point d'intersection des axes de plaque, appelé centre de plaque) soit perpendiculaire à la plaque ;

3° L'axe optique de la chambre et l'axe optique de la lunette soient parallèles et dans un même plan horizontal. Dans ces conditions, la plaque est verticale et son centre coïncide avec le point principal.

Les aiguilles pouvaient être réglées par l'opérateur.

Sur le terrain, l'opérateur exécutait les opérations suivantes :

1° Calage de l'axe de rotation suivant la verticale;

2° Vérification du réglage de l'axe optique de la lunette, rectification de ce réglage s'il y avait lieu et détermination de l'erreur de collimation;

3° Vérification du réglage des aiguilles et rectification de ce réglage s'il y avait lieu;

4° Prise du cliché.

Pour obtenir le maximum de précision dans la restitution, le commandant Laussedat a étudié la dispersion des points nodaux, c'est-à-dire déterminé la distance focale, ou plus exactement la *distance principale*, pour les divers points du champ, par la formule (fig. 15) :

$$f = x \operatorname{cotg} \alpha$$

et il a trouvé, avec l'objectif employé, les valeurs suivantes :

x	α	f
0m,0550	6° 18',5	0m,505
0m,0801	9° 3',5	0m,503
0m,1174	13° 11',5	0m,502
0m,1476	16° 29'	0m,500

Le commandant Laussedat indique une construction graphique simple, permettant d'obtenir directement, en plan, les directions restituées correctes

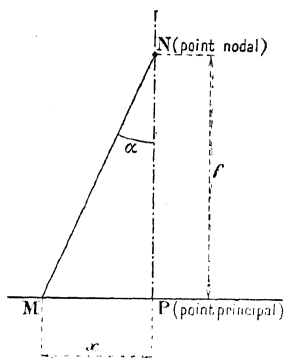



Fig. 15.

(fig. 16). Considérons sur l'horizontale principale un point A voisin du point

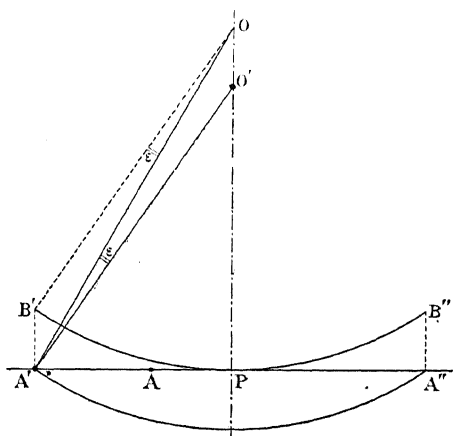



Fig. 16.

principal P. Il lui correspond une distance principale $PO = f_a$. A un point A′ plus éloigné correspond une distance principale $PO' = f_{a'}$ et nous avons :

$$PO' < PO.$$

La direction restituée devrait être A′O′, alors que si nous supposons, dans la construction, la distance principale invariable, nous restituons une direction erronée A′O faisant avec la première un angle ε. Portons sur la perpendiculaire A′B′ à l'horizontale principale une longueur

$$A'B' \quad OO'.$$

Opérons de même pour tous les points A′. Nous obtenons une courbe d'erreur B′PB″. Imprimons à cette courbe une translation $PP' = OO'$, de façon à choisir comme point de vue O′ celui qui correspond aux bords du champ. Ceci posé, soit A_1 l'image d'un point A de l'espace sur la plaque (fig. 17). Du point A_1, abaissons la perpendiculaire sur l'horizontale princi-

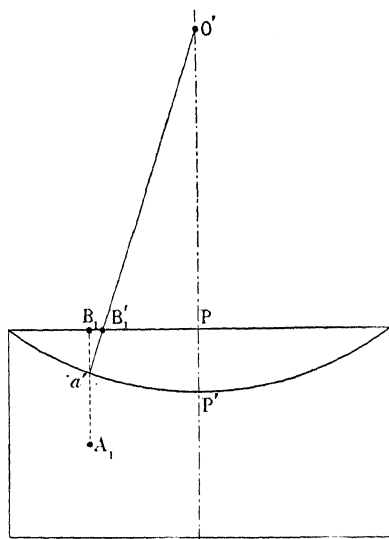



Fig. 17.

pale. Elle rencontre la courbe d'erreur en un point *a′*. La droite *a′*O′ est la direction restituée correcte.

Considérons le point B_1 de l'horizontale principale, image d'un point B situé dans le plan horizontal passant par l'axe optique. Si la focale était la même pour tous les points, son image serait en B'_1. Il y a donc un déplacement $B'_1 B_1$ de l'image.

La construction précédente suppose que les images de tous les points

d'un même plan vertical ont même déplacement horizontal $B'_1 B_1$. Ceci était à peu près exact pour la chambre obscure topographique, car les dimensions verticales des images des paysages étaient faibles.

Le commandant Laussedat indique d'ailleurs une construction rigoureuse convenant à tous les cas. L'axe optique est en effet un axe de révolution, donc les altérations d'images sont les mêmes dans tous les plans méridiens. Considérons à nouveau l'image A_1 du point A (fig. 18). Traçons la

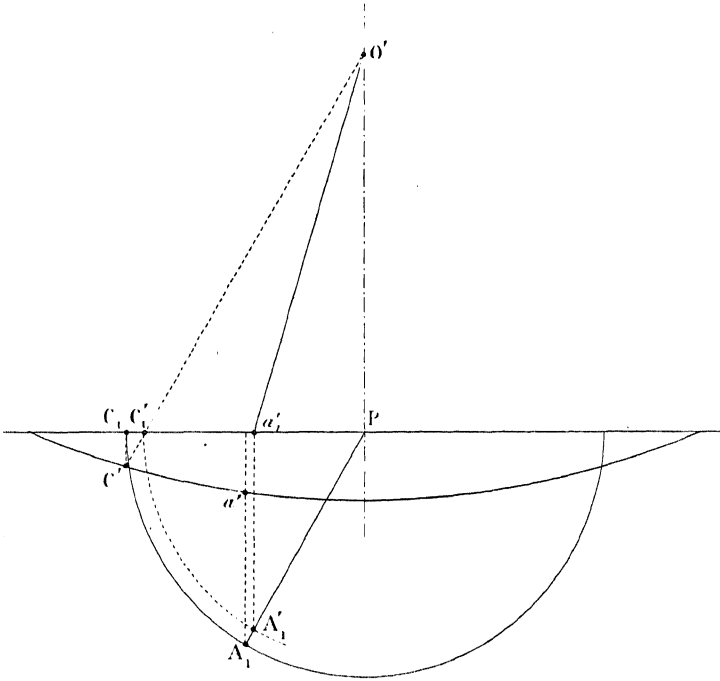



Fig. 18.

droite A_1P et décrivons la circonférence de rayon PA_1 qui rencontre l'horizontale principale en C_1. Élevons la perpendiculaire C_1c' à l'horizontale principale jusqu'à sa rencontre en c' avec la courbe d'erreur. Joignons le point c' au point O'. Cette droite coupe l'horizontale principale en C'_1. Le point C_1 est l'image d'un certain point C du plan horizontal passant par l'horizontale principale. Le point C'_1 serait l'image de ce même point C si la distance principale était constante. Le segment $C'_1 C_1$ est donc le déplacement d'image du point C dans le plan méridien PC_1. Par conséquent, le déplacement d'image $A'_1 A_1$ dans le plan méridien PA_1 est égal à $C'_1 C_1$ et s'obtient en prenant l'intersection A'_1 de PA_1 et de l'arc de circonférence de rayon PC'_1. Abaissons de A'_1 la perpendiculaire $A'_1 a'_1$ sur l'horizontale principale et joignons a'_1 O'; cette droite est la direction correcte de resti-

tution. Celle-ci diffère très peu de la direction $a'O'$, de sorte que la construction simplifiée précédente est pratiquement correcte.

La construction précédente nous permet également de corriger les dénivelées. Nous avons en effet (fig. 19) :

$$Z = z \frac{D}{d} = z \frac{Y}{f}$$

en posant :

$$\begin{aligned} Z &= \overline{A_0 A} \\ z &= \overline{a_1 A_1} \\ d &= S\ a_1 \\ D &= S\ A_0 \\ f &= S\ P \\ Y &= S\ Q_0. \end{aligned}$$

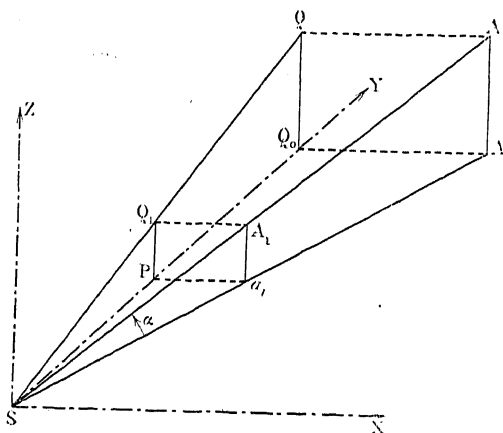



Fig. 19.

Mais

$$\frac{z}{d} = \operatorname{tg} \alpha,$$

donc :

$$Z = D \operatorname{tg} \alpha.$$

Cette formule est exacte lorsque la distance principale ne varie pas d'un bout à l'autre du cliché. Comme il y a dispersion des points nodaux, l'image A_1 de A est en A'_1 (fig. 17) et nous avons :

$$\operatorname{tg} \alpha' \quad \frac{A'_1 a'_1}{O' a'_1}$$

et

$$Z \quad D \operatorname{tg} \alpha'$$

Quelle est l'importance des erreurs commises avec la construction simplifiée ?

L'erreur de tracé d'une direction, en prenant le point O comme centre de perspective, atteint 10′ au bord du champ, c'est-à-dire que le champ total, qui est de 30°, est, à la restitution, erroné de 20′. Il en résulte que, si l'opérateur fait un tour d'horizon, les erreurs s'ajouteront et donneront une erreur finale de 20′ × 12 = 4°. Si, au contraire, les directions sont rapportées au point O′, elles seront exactes aux bords, donc le tour d'horizon se fermera correctement. Les directions voisines de l'axe de chaque cliché seront également restituées correctement. Entre le centre et les bords, les directions restituées seront erronées d'un angle dont le maximum sera d'environ 5′. Les erreurs planimétriques commises seront donc, en général, inférieures aux erreurs graphiques, donc négligeables. Le commandant Laussedat a toutefois étudié la construction théorique exacte précédente s'appliquant à tous les cas, car il envisageait la possibilité d'utiliser des appareils à plus court foyer, moins volumineux, dont les clichés seraient ensuite agrandis avec des appareils quelconques.

Résultats obtenus. — Un premier travail pratique fut présenté en 1859 par Laussedat, encore capitaine du génie, à l'Académie des Sciences. C'était un levé de rues de Paris exécuté à l'aide de vues prises de la tour nord de Saint-Sulpice et de l'observatoire de l'École polytechnique. Ces vues étaient en général rasantes, toutes les rues ne pouvaient être fouillées, et la restitution exécutée à l'aide de ces photographies avait plutôt le caractère d'un levé de canevas que d'un levé topographique complet : c'était surtout un travail d'étude démontrant les possibilités d'emploi du premier photothéodolite.

Des levés topographiques complets furent exécutés à l'aide de cet appareil. Dans son mémoire de 1864, le commandant Laussedat expose les résultats obtenus dans un levé au 1/2 000e. Il ne donne pas de détails sur la précision planimétrique; il se contente d'écrire que la distance focale de 50 cm « représentant, à l'échelle, une distance réelle de 1000 m, on ne déterminera, en général, avec une grande précision, que les points dont la distance aux stations ne dépassera guère 1000 m. Avec les mêmes vues, et pour un plan à l'échelle du 1/5 000e, cette limite serait portée à 2 500 m.

« Il faut d'ailleurs se conformer en tout aux règles ordinaires de la topographie, et ne chercher des points éloignés qu'en opérant sur une base d'une longueur suffisante [1]. »

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 17, *1864*, pages 285 et suivantes.

Pour ce qui est de la précision altimétrique, il donne quelques résultats numériques :

DISTANCE à la station	ALTITUDE restituée	ALTITUDE vérifiée	DIFFÉRENCE
391^{m}	111^{m}	110^{m},3	— 0^{m},7
918^{m}	142^{m}	141^{m},8	— 0^{m},2
484^{m}	157^{m},4	158^{m},1	+ 0^{m},7

Le nivellement général du plan auquel se rapportent ces données, extraites d'une feuille du carnet de nivellement, a montré que l'altitude des points « situés à 500 m est exacte à moins de 1 m près » et que, pour les points les plus rapprochés, l'erreur n'est que « d'un petit nombre de décimètres » (1). Dès cette époque donc, malgré les difficultés des opérations photographiques qui exigeaient des prises de vues sur glaces au collodion humide, préparées et développées sur place, malgré l'imperfection du matériel photographique, encombrant et lourd, malgré les défauts des objectifs alors en usage, la photogrammétrie s'annonçait comme un procédé topographique d'avenir. Elle permettait, en outre, déjà la division du travail, en rendant indépendantes les opérations de prise de vues et les opérations de restitution. L'expérience, en effet, en fut faite « sur les épreuves prises par un photographe qui, ne s'étant jamais occupé du levé des plans, avait été simplement guidé dans le choix des stations; ces épreuves remises à un dessinateur exercé ont servi à la construction déjà assez détaillée d'un plan à l'échelle du 1/2 000^{e}, lequel, comparé à un levé régulier exécuté à la même échelle, a été trouvé remarquablement exact, tant sous le rapport de la planimétrie que sous celui du nivellement » (2).

Quoi qu'il en soit, le commandant Laussedat reste modeste, il signale que sa méthode de levés n'exclut pas l'emploi des méthodes topographiques classiques, car il reste les angles morts qui échappent à l'objectif et il ne la considère que comme une *aide* à la construction des plans.

IV — LES DISCIPLES DE LAUSSEDAT

La brigade Javary. — Les expériences entreprises par le commandant Laussedat furent continuées, de 1863 à 1870, par un praticien de grande valeur, aussi habile dessinateur qu'excellent topographe et remarquable photographe : le capitaine du génie *Javary*, secondé par le garde du génie

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 17, *1864*, pages 285 et suivantes.
(2) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 17, *1864*, page 297.

Galibardy. Ces opérateurs travaillaient sur le terrain pendant la belle saison et faisaient leurs restitutions à Paris, dans une annexe du Dépôt des Fortifications installée à l'Hôtel des Invalides. Le capitaine Javary fut même chargé d'exercer chaque année, à la pratique des levés photographiques, trois lieutenants du génie choisis chacun dans un des trois régiments de l'arme.

Appareils employés. — Le capitaine Javary conserva, dans leurs grandes lignes, les méthodes du commandant Laussedat, mais modifia les appareils. Il abandonna la chambre obscure topographique, qu'il jugea trop lourde et trop encombrante, pour utiliser une chambre noire à soufflet de modèle courant. Il estimait, en effet, qu'il convenait de séparer sur le terrain les opérations photographiques et les opérations géométriques. Il invoqua pour cela les arguments principaux suivants :

1° Pour identifier facilement un même point du terrain sur deux épreuves, prises de deux stations successives, il importe que les deux vues soient prises à la même heure, afin que les conditions d'éclairage n'aient pas le temps de varier et de modifier l'aspect des détails. Ceci est impossible avec l'appareil Laussedat, qui sert à la fois de chambre noire et de théodolite pour les opérations de cheminement nécessairement assez longues;

2° S'il est possible de prendre des clichés par tous les temps, il n'en est pas moins vrai qu'il est préférable d'opérer par beau temps pour avoir des vues bien nettes et bien fouillées. Par contre, les opérations géométriques de rattachement des stations sont toujours possibles.

Il fut conduit à séparer la chambre noire des instruments topographiques proprement dits. Il employa une chambre à soufflet, format 27 × 33 cm, de 40 cm de focale, dont il immobilisa le tirage. Cette chambre était fixée sur une plate-forme circulaire à trois vis calantes, supportée par un trépied à branches doubles. Elle pouvait pivoter sur cette plateforme dont la tranche portait une graduation en degrés permettant d'orienter approximativement la chambre. Celle-ci était en outre munie de deux niveaux à bulle d'air placés à angle droit, et réglés de telle façon que lorsque les bulles étaient entre leurs repères, l'axe de rotation était vertical, ainsi que le plan d'appui de la glace photographique. L'objectif était monté sur une planchette pouvant coulisser verticalement et permettant, par suite, le décentrement. Le capitaine Javary ne cherchait pas à matérialiser l'horizontale principale, mais seulement sa direction. Pour cela, il utilisait une réglette métallique biseautée, placée à l'intérieur de la chambre, à sa partie inférieure, et mobile autour d'un axe parfaitement horizontal lorsque la chambre était calée à l'aide de ses niveaux. Cette réglette était manœuvrée à l'aide d'un levier extérieur; elle était éloignée de la glace pendant la mise en place du châssis, et appliquée contre-celle-ci pendant la pose. Elle marquait donc sur le ciel

de la photographie un trait noir horizontal à bord bien net, sans aucune pénombre, comme cela aurait eu lieu si elle avait été fixée à demeure en avant de la glace, afin de permettre le mouvement des châssis.

Les opérations géométriques étaient effectuées à l'aide d'un théodolite, dont les cercles donnaient une précision de 20 secondes sans réitération, et pourvu d'un réticule à fil mobile, permettant des mesures stadimétriques pour relier la station géométrique à la station photographique lorsque celles-ci ne coïncidaient pas.

Le photographe était en outre muni d'une boussole lui permettant de mesurer les orientements, pris de la station photographique, d'un certain nombre de points facilement identifiables.

Les glaces photographiques étaient préparées d'avance, par le procédé au collodion sec. Il n'était plus nécessaire de développer les clichés immédiatement après la prise de vues, et il était possible d'attendre jusqu'à six mois avant d'effectuer cette opération.

Orientation des perspectives. — Le capitaine Javary modifia également la méthode employée par le commandant Laussedat pour l'orientation des perspectives. Celui-ci orientait la chambre photographique à la station B de façon que l'image d'un point bien identifiable M se formât sur l'axe vertical de la plaque (fig. 20). Il mesurait l'angle $\widehat{ABM} = \beta$ compris entre le

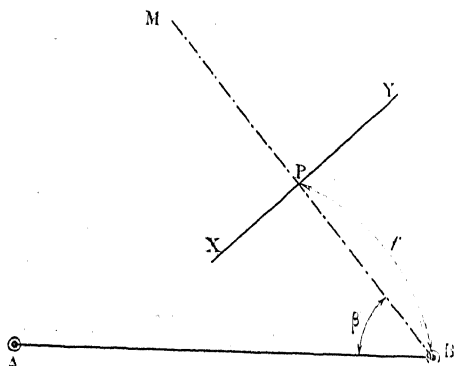



Fig. 20.

plan vertical BM et le plan vertical projetant la base AB. Il reportait ensuite cet angle sur la planchette, marquait le point P tel que, à l'échelle du dessin :

$$BP = f$$

et menait la perpendiculaire XPY à la direction BM. La droite XY était la trace de la perspective.

Cette méthode est la plus immédiate et la plus simple. Mais il n'est pas toujours possible de trouver, dans la petite zone que l'axe optique peut occuper, un point nettement identifiable. De plus, l'appareil utilisé par le capitaine Javary n'était pas muni de lunette permettant un pointé précis. En outre, la méthode du commandant Laussedat avait l'inconvénient de ne pas tenir compte des déformations des épreuves positives tirées sur papier. Pour toutes ces raisons, elle fut remplacée par la méthode suivante :

Soient A_1, A_2, A_3, A_4,... un certain nombre de points caractéristiques du terrain, dont les images soient facilement identifiables (fig. 21).

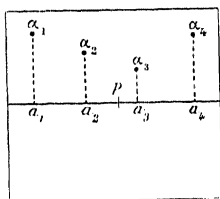
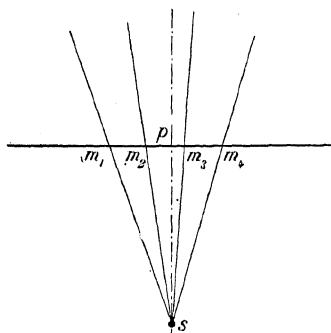



Fig. 21. Fig. 22.

Le photographe, stationnant au sommet S, mesure à la boussole l'orientement des directions SA_1, SA_2, SA_3, SA_4... Le restituteur reporte ces directions en sm_1, sm_2, sm_3, sm_4... puis il trace une droite coupant ce faisceau de droites en m_1, m_2, m_3, m_4... de telle façon que (fig. 22) :

$$m_1m_2 = a_1a_2$$
$$m_2m_3 = a_2a_3$$
$$m_3m_4 = a_3a_4$$
$$\cdots\cdots$$

Cette droite est la trace de la perspective et la perpendiculaire *sp* à celle-ci est la droite principale.

Il n'était nécessaire de déterminer que trois directions pour résoudre géométriquement le problème, mais, pour éviter toute incertitude sur le choix de la solution et pour avoir une vérification, il était préférable d'en utiliser quatre. Ceci permettait d'ailleurs d'éviter toute construction géométrique, en opérant par tâtonnements.

Précision des levés restitués. — Le capitaine Javary discute dans son *Mémoire sur les applications de la photographie aux arts militaires* (1), la pré-

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 22; 1874, page 365.

cision des levés par restitution photogrammétrique. Il admet que les coordonnées d'une image d'un point, observées à l'aide d'une loupe sur les épreuves photographiques, peuvent être mesurées avec une erreur maximum de 1/10 mm, ce qui entraîne, pour un levé déduit de clichés obtenus avec une focale de 0, 50 m, une erreur planimétrique $m\,m'$ telle que (fig. 23) :

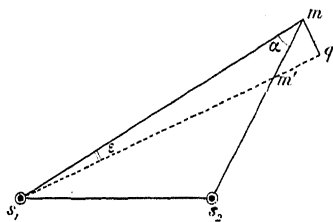



Fig. 23.

$$mq = mm' \sin \alpha$$

$$mm' = \frac{mq}{\sin \alpha}$$

avec

$$mq = s_1 m \times \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{1}{10 \times 1\,000 \times 0{,}50} = \frac{2}{10\,000};$$

donc, si

$$s_1 m = 2\,500 \text{ m},$$

$$mq = \frac{2\,500 \times 2}{10\,000} = 0{,}50 \text{ m}$$

$$mm' = \frac{0{,}50 \text{ m}}{\sin \alpha},$$

et, pour $\alpha = 30^{\circ}$,

$$nm' = \frac{0{,}50 \text{ m}}{\ } = 1{,}00 \text{ m}.$$

L'erreur altimétrique est de

0,20 m à 1 000 m
0,50 m à 2 500 m.

« L'exactitude du levé photographique peut donc être garantie pour des échelles qui ne dépassent pas le 1/5 000e [1]. »

Cette conclusion est un peu optimiste, car le calcul des erreurs ne tient

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, no 22, *1874*, page 365.

compte que des erreurs de mesure sur les clichés; il n'envisage pas l'influence des nombreuses autres causes d'erreur dues aux imperfections des instruments et aux défauts de mise en station.

Travaux exécutés et résultats obtenus. — S'il y a lieu de discuter d'un peu plus près la précision des levés restitués par les méthodes du capitaine Javary, ce qui amène à diminuer un peu la portée de restitution présentant la précision requise tant en planimétrie qu'en altimétrie, à l'échelle du 1/5 000^e, il n'en est pas moins vrai que la science photogrammétrique créée par Laussedat commençait à entrer dans le domaine de la pratique. Elle allait rendre de nombreux services, car elle permettait l'exécution de levés suffisamment précis et complets, lorsque les circonstances obligeaient à séjourner très peu de temps sur le terrain. Ce cas avait une importance considérable, car c'était le cas normal dans les reconnaissances de places fortes en vue d'un siège.

Le capitaine Javary prévoyait, dans ce cas, le levé d'un polygone enveloppe, loin de tout danger, par les procédés topographiques classiques. Des sommets de ce polygone, les topographes visaient les emplacements des stations photographiques situées hors de portée des armes portatives et dissimulées « soit derrière des arbres ou arbustes, soit derrière des décombres, soit derrière un bout de tranchée » [1].

Il appliqua cette méthode à Belfort en 1866, puis à Paris, pendant plusieurs années, avec les officiers qu'il était chargé d'instruire, et les résultats de ses expériences pratiques l'amenèrent à conclure que le levé total du terrain des attaques « d'une place forte ordinaire, entrepris avec quatre opérateurs, pourrait être terminé et dessiné dans l'espace de vingt-quatre heures », les opérateurs étant aidés, lors de la rédaction, par une équipe de sous-officiers dressés aux opérations mécaniques de la restitution.

En temps de paix, la méthode photogrammétrique pouvait être employée pour l'exécution des levés de positions militaires et pour ceux des environs des places fortes, à grande distance, lorsque le terrain était accidenté.

Le capitaine Javary reste également modeste, car il déclare : « Nous tenons à bien établir que le levé photographique n'a pas la prétention de remplacer toutes les méthodes de levés. C'est un procédé à joindre aux procédés connus, procédé qui sera avantageux à employer lorsqu'on devra faire un levé par intersection et surtout lorsque le nombre de points à construire sera considérable. Et nous devons dire que, dans un levé de terrain un peu étendu, on rencontrera toujours des parties qui échappent à la méthode;

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 22, *1874*, page 392.

ainsi les plateaux non dominés, les forêts, doivent être levés par les procédés ordinaires [1]. »

Il estima que la photographie permettait « de compléter très rapidement et d'une manière exacte les études nécessaires à la défense du territoire [2] », et c'est dans ce but essentiellement militaire qu'il entreprit « une longue suite de levés qui n'embrassent pas moins de 75 000 hectares des terrains les plus variés », au cours des années 1863 à 1868.

A son avis, l'échelle convenant le mieux aux restitutions photogrammétriques était le 1/5 000e, échelle qui différencie nettement les levés photographiques des levés exécutés par les autres méthodes, car « elle est trop forte pour les reconnaissances qui ne comportent pas des procédés d'observation assez exacts; elle est trop faible pour les levés exacts qui admettent une précision plus grande » [3]. Dans certains cas, en augmentant la focale, il est possible de travailler au 1/2 000e et même au 1/1 000e. Pour les échelles plus petites, le mieux est d'employer le 1/5 000e en déterminant moins de points et en réduisant la minute.

Pour donner une idée des résultats obtenus, il suffit de se reporter à la planche 24 publiée dans le *Mémorial de l'Officier du Génie* (no 22, *1874*) et qui est la réduction au 1/20 000e d'une minute au 1/5 000e. Quelques chiffres permettent de juger des services que la méthode photogrammétrique pouvait rendre dès cette époque :

« Levé de Sainte-Marie-aux-Mines (1867) : toute la vallée, le col et une partie de la vallée de la Liepvrette, sur une superficie de 4 500 hectares.

« Durée du travail extérieur : 10 jours;

« Triangulation de stations photographiques : 31 sommets;

« Nombre des épreuves : 52;

« Nombre des points : 1 400;

« Échelle de 1/5 000e. Courbes à l'équidistance de 5 m [4] ».

Ce levé n'est évidemment pas parfait et le colonel E. Crouzet est jusqu'à un certain point fondé à le critiquer et à écrire qu'il « ne nous offre que des formes molles et floues n'ayant pas le caractère de l'interprétation ressemblante à laquelle nous sommes habitués aujourd'hui [5] ».

Mais, avant de critiquer ce travail, il convient de ne pas oublier que son but était de compléter les études nécessaires à la défense du territoire, de remarquer que d'assez nombreuses parties boisées ont nécessité des complétages par les procédés topographiques classiques et d'insister sur le fait

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, no 22, *1874*, page 369.
(2) *Mémorial de l'Officier du Génie*, no 22, *1874*, page 394.
(3) *Mémorial de l'Officier du Génie*, no 22, *1874*, page 390.
(4) *Mémorial de l'Officier du Génie*, no 22, *1874*, page 396.
(5) *Revue du Génie militaire*, tome 23, *1902*, page 76.

que les opérations extérieures n'ont duré que dix jours dans un terrain au

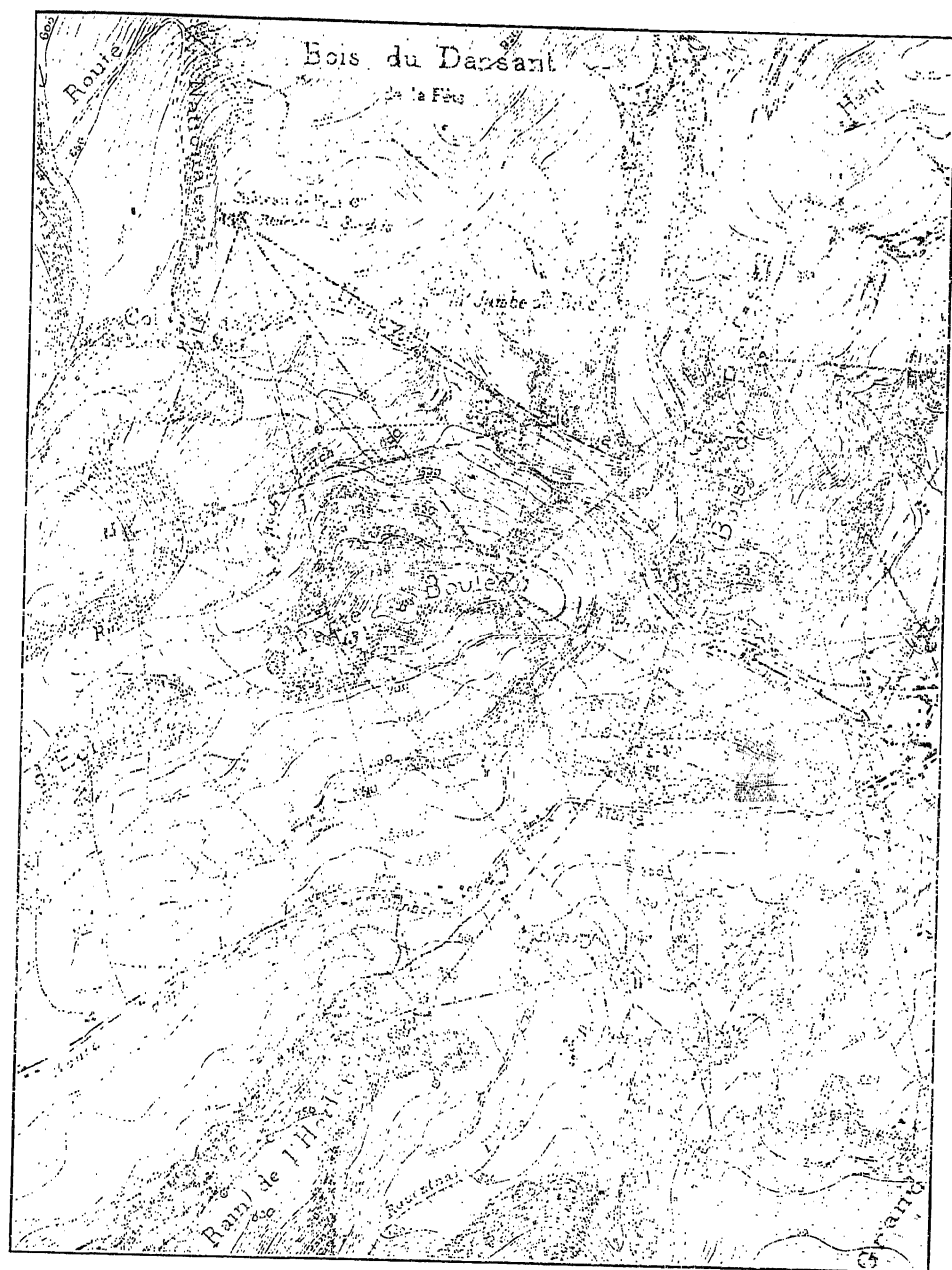



Fig. 24.

modelé compliqué. Si, dès lors, nous songeons au temps qui aurait été

nécessaire aux mêmes topographes de la brigade Javary pour exécuter par les procédés classiques un levé simplement équivalent au levé restitué, nous ne pouvons qu'admirer les résultats obtenus avec le matériel peu perfectionné utilisé en 1867 et conclure que, dès cette époque, la méthode photogrammétrique présentait de merveilleuses perspectives d'avenir.

Remarquons encore d'ailleurs que « l'interprétation ressemblante », à laquelle il est fait allusion, ne correspond à aucune réalité : cette expression signifie simplement que le levé de Sainte-Marie ne présente pas l'aspect si longtemps cher aux topographes d'une représentation un peu schématisée du terrain dans laquelle les accidents du sol sont interprétés et figurés avec des formes polyédriques à peine adoucies. Une telle représentation tient plus de la « caricature » que du tableau fidèle; elle est parfois plus saisissante et plus facile à comprendre, de même qu'une caricature semble, dans certains cas, plus ressemblante qu'une photographie. Toutefois, si cette « mise du terrain en caisse d'emballage », pour employer une expression courante aujourd'hui, satisfait le militaire qui ne demande qu'à connaître, avec une certaine approximation et à grands traits, les formes caractéristiques du terrain, elle n'est pas toujours très prisée par l'ingénieur qui demande, avant tout, une représentation aussi fidèle que possible, afin d'établir avec une approximation convenable ses avant-projets de travaux publics.

Nous ne devons donc pas attacher trop d'importance au manque de ressemblance reproché à ce levé, et nous ne pouvons, en toute impartialité, que conclure que les premiers résultats pratiques acquis, malgré quelques imperfections, permettaient d'espérer beaucoup de la méthode photogrammétrique.

Signalons enfin que, pendant la guerre de 1870-1871, le capitaine Javary exécuta au cours du siège de Paris de nombreux travaux photographiques qui fournirent au commandement de précieux renseignements.

V — LE LEVÉ DU MONT-BLANC PAR MM. HENRI ET JOSEPH VALLOT

Premiers essais. — Après la guerre de 1870-1871, il ne fut guère entrepris en France d'essais photogrammétriques de grande valeur et la nouvelle méthode topographique ne parut pas avoir été très prisée par les topographes. Il en fut ainsi jusqu'aux environs de 1892, époque à laquelle MM. Henri et Joseph Vallot entreprirent un travail considérable : le levé au 1/20000e du massif du Mont-Blanc, dont la première feuille fut publiée en 1907.

Ils s'adressèrent d'abord au colonel Laussedat qui leur montra un appareil nouveau qu'il avait fait construire à la suite de ses expériences

antérieures et de celles du capitaine Javary. Il avait allégé notablement son premier modèle, diminué la focale de l'objectif et séparé la chambre de la lunette, ces deux organes pouvant se fixer tour à tour sur un même goniomètre. Ils firent exécuter un photothéodolite de ce modèle et l'employèrent pour leurs premiers travaux.

Ils constatèrent, dès 1893, que cet instrument était encore trop volumineux pour les levés en haute montagne qui nécessitaient un matériel particulièrement léger et peu encombrant. Ils furent donc conduits à diminuer le format et à le ramener de 24 × 30 cm à 13 × 18 cm.

Ils étudièrent alors « un appareil nouveau sinon dans son principe, du moins dans son agencement et ses détails » (1), le *phototachéomètre*, qu'ils firent construire pendant l'hiver 1893-1894 par les frères Brosset.

Ils opérèrent avec une ténacité admirable, ne comptant ni le temps ni la dépense. Dans certains cas, M. J. Vallot restait en station « pendant des heures pour saisir des aspects favorables. Ainsi, par un temps nuageux, s'il a affaire à une série d'aiguilles de rochers qui, se projetant les unes sur les autres, ne donneraient qu'une image indéchiffrable, il attend que l'interposition favorable de nuages vienne disséquer cet ensemble et lui permette de prendre ce qui lui convient (2) » « Entre les deux vues du terrain qu'il utilisera, il en prend une série d'autres intermédiaires, trop rapprochées pour fournir les intersections convenables, mais qui lui permettent de suivre les modifications par degrés insensibles de l'aspect de certaines parties rocheuses, et de reconnaître ainsi avec certitude, de la première à la dernière, des points dont l'aspect a changé, de façon à procurer leur identification, incertaine sans cette précaution (2). »

Le levé du Mont-Blanc, tant par son ampleur que par le soin extrême apporté à son exécution, fait date dans l'histoire de la photogrammétrie.

Le phototachéomètre (Fig. 25, 26). — Le phototachéomètre comprend :

1° Un trépied en bois;
2° Le phototachéomètre proprement dit.

Le trépied est constitué par trois jambes en chêne articulées afin d'être aisément transportable en haute montagne sur un crochet de porteur. Lorsqu'il est replié, sa longueur est de 75 cm. « Sa stabilité et sa rigidité sont égales à celles d'un pied non articulé, à cause du soin particulier avec lequel les boulons d'articulation sont ajustés et de la précaution prise de maintenir parallèles les deux branches formant chaque jambe, au point où elles sont serrées par les boulons; la pression se trouve ainsi répartie unifor-

(1) H. et J. Vallot, *Application de la photographie aux levés topographiques en haute montagne*, page VII.
(2) *Revue du Génie militaire*, tome 23, 1902, page 91.

mément et sur une large surface, et le serrage établit une solidarité qui équivaut à la continuité. Les jambes sont terminées par des pointes pleines et coniques supprimant tout épaulement qui puisse faire obstacle à l'enfoncement. Sur les sommets rocheux où l'installation du pied déplié n'est

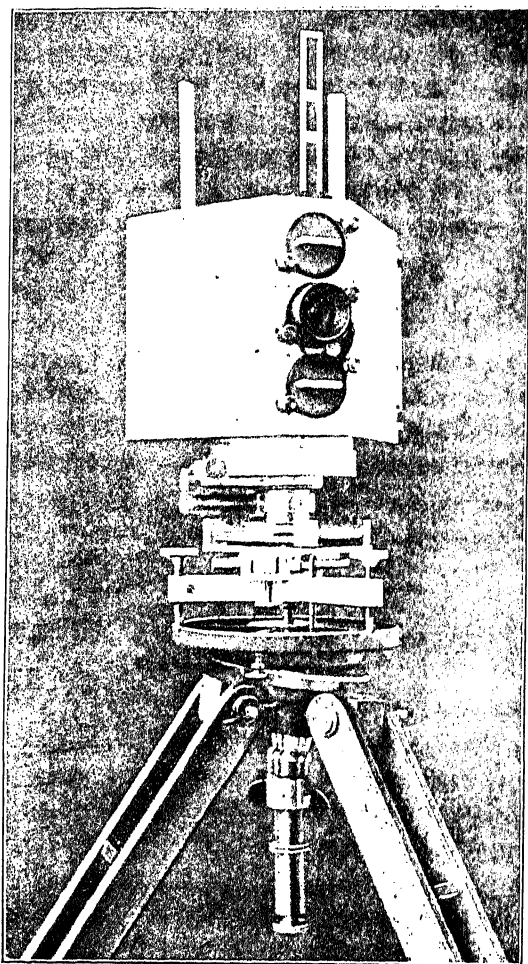



Fig. 25.

pas possible, on peut l'employer replié, grâce à de petites pointes supplémentaires en acier trempé fixées dans les branches au voisinage de l'articulation. Enfin, la tête du pied est surmontée d'un plateau à calotte sphérique, modèle du génie militaire, ce qui augmente beaucoup la facilité et la rapidité de la mise en station et du calage de l'instrument; ce plateau, à l'aide d'une manœuvre des plus simples, peut être rendu sensiblement

horizontal en surveillant les indications d'une nivelle sphérique dont il est pourvu. L'emploi de l'aluminium dans certaines pièces de la calotte sphérique a permis d'arriver à une plus grande légèreté (1). »

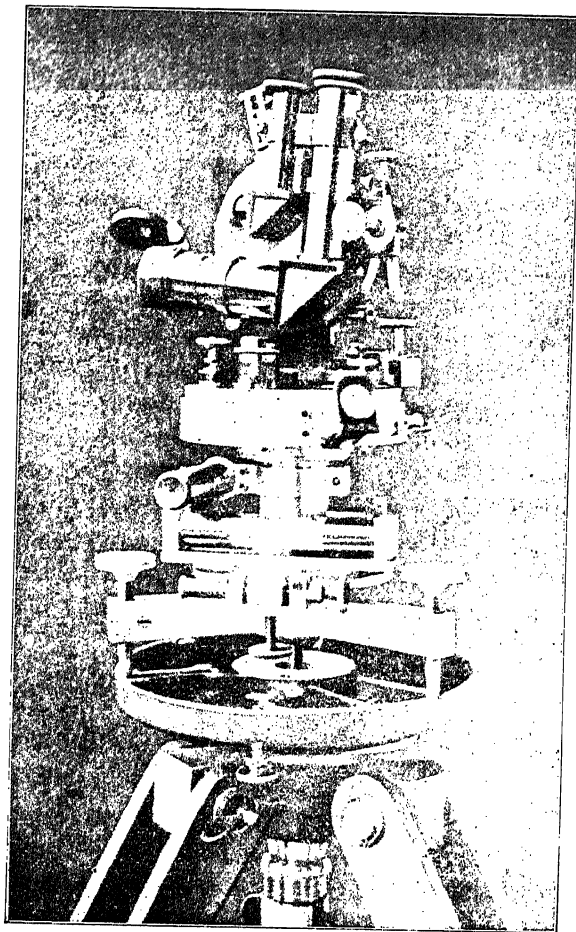



Fig. 26.

Le phototachéomètre proprement dit est composé de trois parties principales :

1° Le cercle répétiteur azimutal et son support métallique;
2° La chambre noire;
3° L'éclimètre.

(1) H. et J. Vallot, Application de la photographie aux levés topographiques en haute montagne, page 22,

Le support métallique est un triangle à trois vis calantes, analogue à celui du tachéomètre Goulier, mais de plus grandes dimensions, afin d'augmenter la stabilité, les pointes des vis se trouvant sur une circonférence de 17 cm de diamètre au lieu de 12 cm.

Ce triangle s'assemble avec le plateau à calotte sphérique à l'aide d'une vis à pompe. Il porte un axe fixe autour duquel peut tourner un manchon creux terminé, à sa partie inférieure, par un plateau qu'une pince de serrage peut immobiliser et, à sa partie supérieure, par un autre plateau constituant le limbe et gradué sur sa tranche, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, de 0 à 400 grades, avec grands traits tous les grades et petits traits tous les 50 centigrades. Lorsque la pince est desserrée, le goniomètre peut prendre un mouvement général rapide à la main. Lorsqu'elle est serrée, il peut tourner d'un mouvement lent, sous l'action d'une vis de rappel et d'une pompe prenant appui sur les faces latérales de la pince.

Un axe conique s'emboîte dans le manchon du limbe. Il est solidaire d'un disque alidade portant sur sa tranche deux verniers opposés, donnant les 5 centigrades à la coïncidence, et le centigrade à l'estime. Il porte, en outre, un carter protégeant les graduations, percé de deux fenêtres de lecture et muni de deux loupes. La face supérieure de ce carter est soigneusement dressée et sert de surface d'appui soit à la chambre noire, soit à l'éclimètre. Le disque alidade peut tourner sur le limbe d'un mouvement particulier, soit rapide lorsqu'il est manœuvré à la main, soit lent sous l'action d'une pince actionnée par une vis de rappel et une pompe fixées sur un collier porté par le manchon.

Le plateau inférieur du manchon porte un grand niveau à bulle d'air, destiné au calage précis de l'axe de rotation et un second niveau plus petit perpendiculaire au premier, destiné à contrôler l'invariabilité du calage au cours de la prise des clichés.

Le manchon porte, en outre, un déclinatoire monté sur un collier.

La surface cylindrique du limbe est percée de sept petits trous séparés : les deux premiers par un intervalle de 40 grades et les autres par un intervalle de 60 grades. Un ergot à ressort, porté par le carter, pénètre dans ces trous et immobilise le disque alidade, ce qui permet d'exécuter un tour d'horizon photographique, en divisant le paysage en secteurs de 60 grades.

La chambre noire, construite entièrement en aluminium, a une section horizontale trapézoïdale. Elle est à mise au point fixe. Elle est percée à l'avant de trois ouvertures pouvant recevoir le barillet porte-objectif ou être obturées par des bouchons. Elle porte à l'arrière un logement rectangulaire, garni de feutre à sa face avant, pour la mise en place du châssis. Celui-ci est immobilisé, du côté droit, sur sa face arrière, par deux mentonnets métalliques fixes et, du côté gauche, par deux mentonnets montés sur un ressort à boudin, semblable aux ressorts des fermetures des cages à oiseaux. Le feutre com-

primé forme ressort, presse le châssis vers l'arrière et l'appuie sur les mentonnets, ce qui lui assure une position sensiblement invariable. A l'intérieur, presque au contact de la surface sensible, la chambre porte six petites pointes, trois de chaque côté, matérialisant les trois horizontales principales correspondant aux trois positions de l'objectif. Elle porte également deux autres pointes matérialisant la verticale principale. Ces pointes sont fixées par des vis, dont les trous sont ovalisés, afin de permettre leur réglage définitif au début de chaque campagne.

L'objectif est un anastigmat n° 2 de la série III *a* de Zeiss, muni d'un diaphragme tournant qui, au cours des opérations effectuées par MM. Vallot, était ordinairement employé à la plus petite ouverture possible, laquelle était de *f*/55. Il comporte, après sa lentille arrière, un écran jaune à faces parallèles multipliant quinze fois la durée du temps de pose, pour l'emploi de plaques orthochromatiques permettant d'obtenir des détails dans les lointains. La focale de l'objectif est de 151 mm. Les plaques, de format 13 × 18 cm, sont utilisées en supprimant une bande marginale de 5 mm, ce qui donne un format pratique de 120 mm × 170 mm.

Les axes optiques des trois positions de l'objectif sont à 50 mm l'un de l'autre. La distorsion est pratiquement négligeable et la netteté est du 1/20 sur toute la plaque avec l'ouverture *f*/40.

Les châssis employés par MM. Vallot étaient des châssis doubles à rideaux très mobiles, afin que leur manœuvre pût s'opérer sans secousse, ni choc.

La chambre noire se fixe sur le carter à l'aide de trois vis intérieures à têtes moletées. Elle porte en outre, dans sa face intérieure, un logement légèrement conique, dans lequel s'engage un petit élément d'axe, taillé au centre de la face supérieure du carter, dans le prolongement de l'axe du goniomètre. Elle est maintenue en position correcte par deux goujons fixés sur cette même face. En outre, de petites cornières d'aluminium sont disposées à l'intérieur de la chambre, au contact de ses parois, pour éviter les réflexions parasites des rayons rasants, lorsque l'objectif occupe les positions extrêmes.

Enfin, la chambre noire porte, à sa partie supérieure, une pinnule à fenêtre et à crin vers l'avant, et deux pinnules à trois œilletons vers l'arrière. Celles-ci forment un angle de 60° égal à l'angle des secteurs panoramiques et les œilletons sont disposés de telle manière que le champ visuel de chacun d'eux, limité par les bords inférieur et supérieur de la fenêtre, soit identique à l'angle de champ vertical de l'appareil photographique pour la position correspondante de l'objectif. Ce dispositif permet une mise en plaque du paysage rapide et sûre.

L'éclimètre est une simple alidade holométrique coudée du colonel Goulier, dont la base est légèrement modifiée, afin de permettre sa fixation

sur le carter de l'alidade du goniomètre, aux lieu et place de la chambre noire. La lunette de cette alidade a un grossissement 12 × et est munie d'un tableau focal donnant les angles de site à un centigrade près. Le tableau focal comporte également une échelle stadimétrique, d'angles 1/200 et 1/100 pour mire parlante, et une échelle stadimétrique, graduée de 60 à 500 m, pour stadia de longueur fixe de 1 m. L'alidade est, en outre, complétée par un chercheur coudé de grossissement 4 ×.

Le phototachéomètre complet et sa caisse d'emballage constituent un ensemble relativement léger : 10 kg. Le pied, la mire pliante et leur étui pèsent un peu plus de 6 kg. Les châssis sont groupés par séries de 18 et placés dans une boîte en bois après avoir été chargés : une boîte pleine et son étui pèsent environ 12 kg.

Opérations sur le terrain. — L'opérateur installe son trépied de façon que le centre du plateau de la calotte sphérique soit au-dessus du point de station qu'il a choisi, si celui-ci est repéré sur le terrain. Il rend ce plateau à peu près horizontal à l'aide de son niveau sphérique. Il installe ensuite le goniomètre et l'éclimètre et cale l'axe de rotation à l'aide du grand niveau. Il vise un signal, l'alidade étant au zéro, en agissant sur le mouvement général, puis il effectue le tour d'horizon topographique à l'aide du mouvement particulier. Il recommence son tour d'horizon en prenant une autre origine de départ.

Lorsqu'il effectue le tour d'horizon photographique, il remplace l'éclimètre par la chambre noire, cale l'axe à l'aide du grand niveau et choisit, pour chaque secteur photographié, la position convenable de l'objectif en visant à travers les œilletons des pinnules. Ce tour d'horizon est assez long et les pointes du trépied peuvent, au cours de son exécution, s'enfoncer dans la glace ou dans les pierrailles de façon inégale. Or, il est indispensable que le plan de la plaque reste vertical et le grand niveau, immobile pendant la rotation de la chambre, ne renseigne que sur l'inclinaison de l'axe dans le plan vertical qui lui est parallèle. Il faut pouvoir vérifier que l'inclinaison dans le plan vertical perpendiculaire ne varie pas et pouvoir la corriger au besoin, en agissant sur les vis calantes; c'est pourquoi un second niveau a été placé à angle droit avec le premier. Sa sensibilité est moindre, car le calage de l'axe au cours des opérations photographiques n'a pas besoin d'être assuré avec la même précision que pendant les opérations topographiques.

Détermination des éléments de la restitution (distance principale et orientation des perspectives) (Fig. 27, 28.) — Soit s la projection horizontale du point de station S et M_1 la projection horizontale d'un point de contrôle M, dont l'image est μ, et m la projection de μ sur l'horizontale principale.

Posons :

$$sm = d.$$

Nous avons

$$d = \sqrt{f^2 + x^2}.$$

Donc, si f était constant, il nous suffirait de mesurer x sur la photographie pour obtenir le point m, en portant $sm = d$ sur la direction sM_1

Fig. 27.

Fig. 28.

connue. En décrivant, de m comme centre, un arc de circonférence de rayon x et, de s comme centre, un arc de rayon f, nous aurions P, donc la trace TT de la perspective.

Mais f n'est pas constant, car

1° Tous les châssis ne sont pas rigoureusement semblables, donc la position de la surface sensible n'est pas fixe;

2° L'objectif peut occuper trois positions différentes, il n'est pas invariablement réglé et son centre optique (ou plus exactement son point nodal d'émergence) peut varier;

3° MM. Vallot, comme le commandant Laussedat et le capitaine Javary, mesurent x sur des positifs sur papier dont les dimensions absolues varient avec les traitements subis, les épreuves restant toutefois à très peu près homothétiques à elles-mêmes.

Il faut donc déterminer la distance principale *pour chaque épreuve.* Pour cela, supposons d'abord la verticale principale exactement en place

et considérons deux points de contrôle M et N vus du point de station sous un angle α (fig. 29). Mesurons les longueurs

$$\overline{Pm} = x_1$$
$$\overline{Pn} = x_2.$$

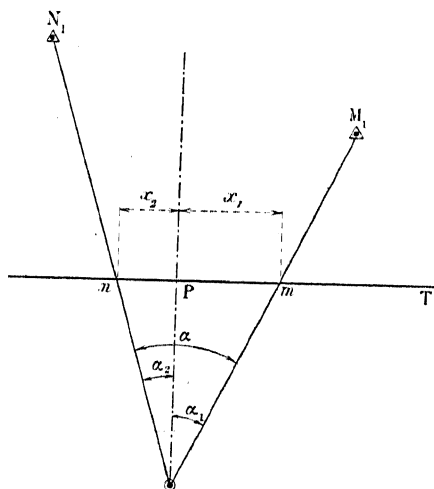



Fig. 29.

Nous avons :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{x_1}{f}$$
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{x_2}{f}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f(x_1 + x_2)}{f^2 - x_1 x_2}$$
$$f = \frac{x_1 + x_2}{2 \operatorname{tg}\alpha} + \sqrt{\left(\frac{x_1 + x_2}{2 \operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + x_1 x_2}$$

et

$$sm = d_1 = \sqrt{f^2 + x_1^2}.$$

Nous pouvons donc construire m et en déduire P. De même nous pouvons construire n et en déduire P, ce qui nous donne une vérification graphique.

Supposons que nous disposions de trois points de contrôle A, B, C. Mesurons les abscisses à partir du point a le plus à gauche afin de n'avoir pas d'abscisses négatives (fig. 30).

Nous connaissons x_1 et x_2 mesurés sur la photographie, α_1 et α_2 mesurés sur le terrain.

Traçons la droite *a*, *b*, *c* sur un calque auxiliaire. Nous pouvons construire sur *ab* l'arc de circonférence capable de l'angle α_1 et sur *ac* l'arc capable de l'angle α_2. Ces deux arcs se coupent en *s*. Nous connaissons donc *sa*, *sb*, *sc* et nous pouvons, par suite, tracer sur la feuille de levé, où les directions *sa*, *sb*, *sc* sont déjà dessinées, la droite *ac*, trace de la perspective et marquer le point principal P, en abaissant la perpendiculaire *s*P sur cette droite.

Fig. 30.

Si nous voulons résoudre le problème par le calcul, posons :

$$a_1 = \frac{x_1}{\text{tg } \alpha_1}$$

$$a_2 = \frac{x_2}{\text{tg } \alpha_2}.$$

Nous avons

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{a_1 + a_2}{x_2 - x_1}$$

$$f = \frac{1}{2} \left[a_1 + a_2 + (x_1 + x_2) \text{ tg } \alpha_0 \right] \cos^2 \alpha_0$$

$$x_0 = f \text{ tg } \alpha_0.$$

En mesurant sur l'épreuve photographique l'abscisse x'_0 du point *a* par rapport à la verticale principale, nous en déduisons l'écart qui existe entre le point principal (pied de la perpendiculaire abaissée du point nodal arrière sur la plaque) et le centre de plaque (intersection des deux axes matérialisés par les repères).

L'utilisation de trois points de contrôle permet donc de déterminer la distance principale correspondant à chaque épreuve et de corriger la verticale principale.

Il convient également de corriger l'horizontale principale, qui ne coïncide pas non plus parfaitement avec l'axe horizontal du cliché, par suite de l'imperfection de l'instrument et des erreurs de mise en station.

Rappelons les formules qui donnent la dénivelée (fig. 31, 32, 33.) :

$$\overline{M_1M} = Z$$

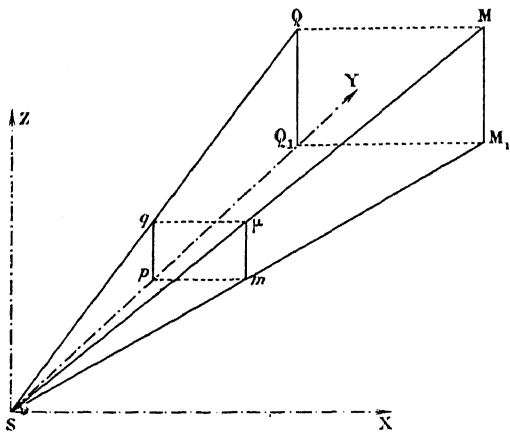



Fig. 31.

Posons

$$Pq = z$$
$$Sp = f$$
$$Sm = d$$
$$\overline{M_1M} = \overline{Q_1Q} = Z$$
$$\overline{SQ_1} = Y$$
$$\overline{SM_1} = D.$$

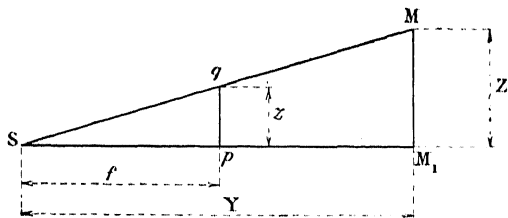



Fig. 32.

Nous avons :

$$(1) \qquad \frac{Z}{z} = \frac{Y}{f} \quad \text{ou} \quad Z = \frac{Yz}{f}$$

$$(2) \qquad \frac{Z}{z} = \frac{D}{d} \qquad Z = \frac{Dz}{d}.$$

L'une ou l'autre des formules (1) ou (2) donne Z [1].

Inversement, lorsque Z est connu (point de contrôle), elles permettent de calculer z, donc de corriger la cote de l'horizontale principale. Deux points de contrôle permettent de corriger le dévers de la plaque.

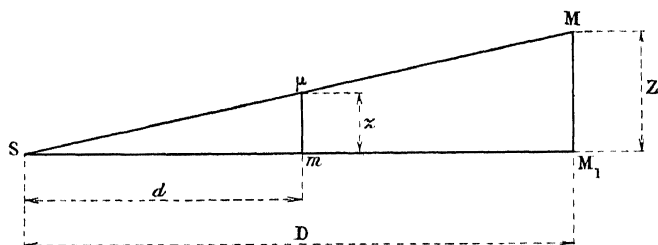



Fig. 33.

Données pratiques sur l'exécution des levés photogrammétriques. — MM. Vallot, après plusieurs années d'expériences, sont arrivés aux conclusions suivantes :

Dans les levés au 1/20000e du Massif du Mont Blanc, il convient de répartir les stations photographiques à raison de 1 station pour 1,5 km², en moyenne, et de prendre des vues s'étendant, en moyenne, jusqu'à 3 km et dépassant rarement 6 km, la limite étant de 8 km. Les stations sont en général rattachées aux canevas géodésique et topographique par relèvements goniométriques. Les lectures azimutales au vernier sont faites au centigrade, ainsi que les lectures zénithales. L'emplacement d'une station est déterminé sur le levé, en première approximation, par le procédé du papier calque, puis corrigé par le calcul.

L'espacement des stations photographiques « dans le sens parallèle à celui de la région à représenter, doit correspondre au tiers environ de l'éloignement de cette région, et sera, par exemple, de 1 km à 2 km sur le versant d'une vallée dont l'autre versant est éloigné dans ses parties supérieures de 3 km à 6 km. De cette façon chaque détail est vu, de deux stations successives, dans deux directions dont l'angle ne dépasse pas une vingtaine de grades, de sorte que le changement d'aspect qui rend certains objets méconnaissables, lorsqu'on passe brusquement d'une position à une autre très différente, se fait ici progressivement [2]. »

Pour pouvoir tracer un modelé satisfaisant du terrain en haute montagne, à l'échelle du 1/20000e, il faut chercher à identifier sur les épreuves

(1) La formule (2) a été utilisée par le commandant Laussedat et le capitaine Javary. La formule (1) est celle utilisée dans les restitutions au stéréocomparateur Pulfrich.

(2) Application de la photographie aux levés topographiques en haute montagne, par Henri et Joseph Vallot, page 163.

des points de détail suffisamment nombreux pour que leur densité soit de 20 à 25 points cotés par kilomètre carré, soit, sur le dessin, 1 point coté par centimètre carré. Il convient, d'ailleurs, de ne pas répartir ces points également sur toute la surface du levé, mais de choisir ceux qui jalonnent *les lignes caractéristiques du terrain.*

Les axes des épreuves sont matérialisés par des lignes fines au vermillon, joignant les pointes repères. Les corrections d'horizontale principale, de verticale principale et de point principal sont faites à l'aide de points de contrôle.

Les abscisses des points à restituer sont repérées graphiquement sur les clichés, à l'aide d'une bande de report dont l'axe glisse le long de la verticale principale et dont le bord est amené au contact de chaque image. L'abscisse du point considéré est marquée d'un trait sur la bande et numérotée. Ce procédé évite toute construction graphique sur les épreuves.

Les points du terrain intéressants en eux-mêmes (cols, intersections de thalwegs, croisées de chemins, ponts, constructions isolées, pointes de rochers, etc.) sont déterminés par cinq ou six intersections au moins, à angles voisins de 90°. Les points sans intérêt particulier, utilisés seulement pour le tracé des courbes de niveau et des détails planimétriques, sont déterminés par trois visées seulement, les angles d'intersection pouvant être assez aigus et descendre jusqu'à 30 grades environ.

La précision de la restitution est assez considérable, car MM. Vallot admettent « un écart *maximum* de 0,2 mm entre le centre du polygone d'erreur et la direction la plus divergente, à la distance moyenne de 3 000 m (1) » pour les points intéressants en eux-mêmes et un écart *maximum* de 0,3 à 0,4 mm, dans les mêmes conditions, pour les points cotés ne servant qu'au tracé du figuré du terrain et au tracé des détails de la planimétrie. En altimétrie, ils considèrent que les altitudes des points de la première catégorie sont entachées d'une erreur moyenne inférieure à 2 m, et que les points de la seconde catégorie sont déterminés en moyenne à moins de 5 m près. Ces erreurs influent d'ailleurs très peu sur les courbes de niveau, dont elles provoquent un déplacement insignifiant, par suite du caractère accidenté du terrain.

Circonstances d'emploi de la méthode photogrammétrique dans le levé du Mont-Blanc. — MM. Vallot estiment que les levés photogrammétriques, qui ne sont qu'un cas particulier des levés exécutés par le procédé de l'intersection, doivent céder le pas « partout où une grande délicatesse est nécessaire dans l'expression du relief, où les détails sont trop petits pour

(1) Application de la photographie aux levés topographiques en haute montagne, par Henri et Joseph Vallot, page 182.

être vus à grande distance, où certains objets disparaissent même dès qu'on s'en éloigne seulement d'une centaine de mètres, partout, en un mot, où il est indispensable que l'opérateur parcoure le terrain pas à pas [1] ». Mais, il est des circonstances où l'opérateur ne peut pas parcourir le terrain pas à pas, stationner avec sa planchette où il serait nécessaire, enfin il est des cas où il importe, avant tout, de stationner le moins de temps possible sur le terrain : c'est le cas des levés en haute montagne et là, la photogrammétrie rend des services inappréciables.

Pratiquement, pour le levé du Mont Blanc au 1/20000e; pour une surface totale à représenter de 530 km², la zone levée à la planchette n'a été que de 100 km² environ et comprenait surtout les régions habitées et cultivées. Le reste du terrain, comportant de grands versants très inclinés, des arêtes rocheuses, des aiguilles, des sommets neigeux et des glaciers, impossibles à lever d'une façon convenable par les procédés classiques, n'a pu être représenté que grâce à l'emploi du phototachéomètre.

VI — AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE LA PHOTOGRAMMÉTRIE

Nous venons de voir que la méthode photogrammétrique a sur les procédés classiques deux avantages énormes et indiscutables :

1° Elle ne nécessite que des stations très brèves sur le terrain;

2° Elle permet le levé de contrées difficilement accessibles ou complètement inaccessibles.

Elle a, par contre, quelques inconvénients dont le principal est la *difficulté d'identification* des points. D'un cliché à un autre, pris d'une station à la suivante, l'aspect de certains détails du terrain peut changer d'une façon très notable, surtout lorsque les conditions d'éclairage varient. Il en résulte souvent une incertitude dans l'identification, qui d'ailleurs peut être diminuée en prenant une série de photographies intermédiaires : les changements d'aspect sont alors progressifs et il devient facile de suivre, d'une épreuve à l'autre, les différents points intéressants. Une telle méthode opératoire oblige toutefois à une consommation de plaques parfois très importante, d'où une augmentation du prix de revient du levé. Elle cause, en outre, une perte de temps sur le terrain.

La méthode photogrammétrique, qui n'est en somme qu'un cas particulier du levé à la planchette par le procédé de l'intersection, exige, pour une bonne détermination des points, que les intersections se fassent sous un angle supérieur à 30 grades; il faudrait donc employer des *bases relati-*

(1) Application de la photographie aux levés topographiques en haute montagne, par Henri et Joseph Vallot, page VI.

vement grandes. Mais la longueur de celles-ci est rapidement limitée par deux autres considérations :

1° Lorsque la base augmente, le champ commun aux deux clichés diminue, pour les distances auxquelles il est possible de restituer ;

2° Les difficultés d'identification augmentent.

Il en résulte qu'il n'est possible d'utiliser que des *bases moyennes*, ce qui empêche de *restituer à grande distance*, donc diminue le rendement.

La difficulté d'identification entraîne, en outre, bien souvent, la nécessité de déterminer les divers points de la carte par *trois directions*, au lieu de deux, d'où une complication graphique et une perte de temps.

Elle oblige également, dans bien des cas, à faire exécuter la restitution par le photographe lui-même qui, ayant parcouru le terrain, en reconnaît le mieux les détails sur les diverses photographies : elle ne se prête donc pas toujours à la *division du travail.*

De plus, elle restreint le *champ d'application* de la méthode photogrammétrique : il n'est pas possible de restituer les terrains fuyants dans lesquels les points se projettent les uns sur les autres, ni les terrains aux formes molles ou sans détails (prairies, glaciers, névés, etc.)

Enfin, elle entraîne, en général, la nécessité de travailler sur des *épreuves positives sur papier*, dans lesquelles les détails sont plus aisément identifiables que sur les négatifs. Pour la même raison, elle ne permet que l'utilisation de *clichés excellents*, bien contrastés, et non celle de clichés grisâtres et peu vigoureux : ceci restreint les *possibilités de prise de vues.*

VII — LA STÉRÉOPHOTOGRAMMÉTRIE

Les difficultés que nous venons d'énumérer limitaient les possibilités d'emploi de la photogrammétrie, mais n'en atténuaient nullement la grande valeur, ni la portée. Elles peuvent, jusqu'à un certain point, expliquer la défaveur qu'eut à subir cette méthode, alors qu'il eût été plus logique de chercher à les vaincre, en perfectionnant les appareils. Elles furent définitivement surmontées, vers 1901, par l'associé scientifique des Établissements Zeiss à Iéna, le Dr Pulfrich, qui inventa un appareil stéréoscopique de mensuration des clichés véritablement remarquable : le *stéréocomparateur.*

Cet appareil utilisait les propriétés de l'*hyperstéréoscopie :* deux clichés verticaux étaient pris aux deux extrémités d'une base et les négatifs eux-mêmes étaient, après développement, placés dans le stéréocomparateur. Un index mobile, entraîné par divers organes de commande, pouvait être placé au contact stéréoscopique des divers points du terrain : il n'existait donc *plus de difficultés d'identification.* Les déplacements de cet index étaient lus sur des échelles appropriées et étaient ensuite utilisés au calcul des coordonnées des détails pointés.

Toutes les difficultés de la photogrammétrie tombaient donc du fait que l'identification devenait certaine. De plus, la grande précision du pointé stéréoscopique augmentait dans de larges limites la *portée de restitution.*

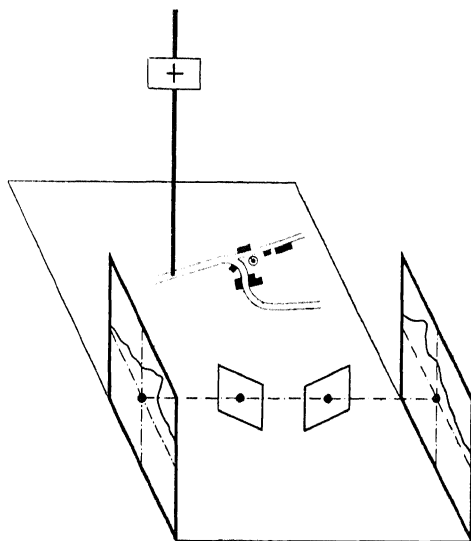
Cet appareil avait, toutefois encore, l'inconvénient de nécessiter des *constructions graphiques assez longues* et rapidement fastidieuses. En outre, les formules de détermination des coordonnées étaient simples lorsque les plans verticaux des deux clichés étaient confondus avec le plan vertical projetant la base; elles étaient encore praticables lorsque les clichés verticaux étaient inclinés d'un même angle sur ce plan projetant, mais devenaient inutilisables lorsqu'ils étaient inclinés d'angles différents, c'est-à-dire lorsqu'ils étaient *convergents ou divergents.*

Quoi qu'il en soit, une nouvelle méthode de merveilleux avenir était née : la *stéréophotogrammétrie.*

VIII — LA STÉRÉOAUTOGRAMMÉTRIE

L'invention du Dr Pulfrich fut bien vite perfectionnée. Dès 1908, un officier autrichien de l'Institut géographique militaire de Vienne, le lieutenant von Orel, imagina le *stéréoautographe* (1), appareil comportant

(1) L'idée d'utiliser la stéréoscopie pour la restitution des photographies était déjà assez ancienne. En 1880, Deville, le directeur du Service Géographique du Canada, avait déjà imaginé un *stéréoscope graphique.* Le restituteur examinait dans une espèce de stéréoscope de Wheatstone un couple de photo-

graphies stéréoscopiques fortement agrandies. Un aide déplaçait, d'autre part, une mire, de façon que son centre fût au contact stéréoscopique du point examiné. Cette mire verticale portait un crayon qui, dans son mouvement, traçait le plan à très grande échelle. Cet appareil comportait de nombreuses sources

un dispositif mécanique transformant les déplacements de l'index mobile du stéréocomparateur et permettant d'obtenir, directement sur la feuille de dessin, sans aucune construction graphique, la position planimétrique des détails pointés stéréoscopiquement. La dénivelée s'obtenait par le calcul. Ce premier appareil supprimait les causes d'erreurs graphiques et permettait d'obtenir un point construit et coté par minute, soit cinq à six fois plus vite qu'au stéréocomparateur. A la suite d'essais concluants exécutés sur le terrain pendant l'été 1909, un second modèle d'appareil fut construit en 1909 par les Établissements Zeiss et permettait la construction automatique des courbes de niveau jusqu'à 12 km de la base, à l'échelle du 1/25 000e.

« Il fut procédé, dès cette année, au champ de tir de Hajmasker (Hongrie), à une vérification détaillée. Le terrain fut levé au 1/10 000e au tachéomètre, avec une précision absolument inusitée à cette échelle (800 à 1000 points par kilomètre carré), et les courbes de niveau furent construites par interpolation à l'équidistance de 1 m. Puis on appliqua la méthode stéréophotogrammétrique et les clichés ainsi obtenus furent « travaillés » sur le stéréoautographe, le tracé automatique des courbes de niveau s'effectuant directement sur le plan tachéométrique ci-dessus disposé sur la planche à dessin. La concordance fut extraordinaire et il apparut même nettement que le modelé fourni par l'autographe était de beaucoup plus riche et plus exact que celui des courbes tachéométriques (1) ».

Le stéréoautographe 1909 ne permettait toutefois le tracé des courbes de niveau que pour des axes optiques de prises de vues parallèles entre eux et perpendiculaires à la base. Il obligeait encore à la construction point par point dans le cas des axes parallèles mais inclinés sur la base. Il ne permettait pas l'emploi des axes convergents.

Un dernier modèle, construit en 1911, permit le tracé absolument automatique des lignes de la planimétrie et des courbes de niveau, dans tous les cas possibles, sous la seule réserve que les clichés fussent verticaux.

La stéréophotogrammétrie avait désormais un champ d'action sans limite, grâce à son corollaire naturel, la *stéréoautogrammétrie*.

---

d'erreur : images distordues, défauts nouveaux introduits par l'agrandissement, difficulté d'accommoder simultanément sur les photographies fixes et sur une mire mobile, etc. Ce stéréoscope graphique fut surtout un appareil de démonstration.

D'autres recherches furent faites, en Angleterre, par Thompson, mais le premier appareil pratique, précis et nettement supérieur à tous les appareils d'étude préalablement conçus est le stéréoautographe von Orel.

(1) *Revue générale des Sciences, 30 mars 1914,* La stéréoautogrammétrie, par Paul Corbin, page 239.

CHAPITRE II

LA VISION DU RELIEF

I — ÉLÉMENTS MONOCULAIRES D'APPRÉCIATION DU RELIEF

Généralités sur la vision. — L'œil est un système optique approximativement centré, que nous pourrons considérer comme centré dans ce qui suivra. Il comprend à sa partie arrière une membrane, appelée la *rétine*, qui n'est que l'épanouissement du nerf optique. La rétine est formée d'une série de petites cellules en forme de bâtonnets d'environ 6 microns (6 μ) de diamètre et de cônes de 3 μ à 6 μ de diamètre. Ces cellules nerveuses sont excitées par l'énergie lumineuse émise par les sources lumineuses et transmettent au cerveau, par des liaisons nerveuses, l'excitation reçue. C'est grâce à ce phénomène que nous interprétons le monde extérieur. Chacune de ces cellules transmet ses impressions indépendamment de ses voisines et constitue ce que les physiologistes appellent un *territoire indépendant.* Les cellules peuvent en outre, dans certains cas, s'associer par groupes, se réunir au moyen de liaisons nerveuses latérales, dites *connexions horizontales de Ramon y Cajal ;* elles se mettent donc en « batterie » et réunissent leurs excitations, avant de les faire parvenir au cerveau.

Pour un œil emmétrope, la rétine est au foyer de l'œil regardant à l'infini; cet œil est donc assimilable à une chambre noire dont la rétine serait la plaque sensible.

Il résulte du fait que la rétine est formée de cellules ayant un diamètre fini, et indépendantes les unes des autres, que l'acuité visuelle est limitée. Deux points lumineux distincts ne peuvent être perçus comme distincts s'ils forment leurs images sur une même cellule, puisque celle-ci envoie une impression unique au cerveau, quel qu'en soit le point excité. Pour que ces deux points soient vus séparés, il faut, d'après Helmholtz et Young, que leurs images rétiniennes laissent entre elles une cellule non impressionnée. L'angle limite caractérisant le pouvoir séparateur de l'œil est donc le diamètre apparent d'un cône ou d'un bâtonnet, vu du point nodal arrière de l'œil. Cet angle est d'environ 1 minute sexagésimale.

Du fait que les cellules peuvent se mettre en batterie, résulte la perception des lumières faibles, trop peu intenses pour que chaque cellule, sur laquelle se forme l'image d'une certaine zone de la source, reçoive un flux lumineux suffisant pour l'impressionner. Il est en outre vraisemblable

qu'il faille chercher aussi dans cette propriété la raison, non encore très nettement connue, de la grande sensibilité de l'œil à apprécier le prolongement de deux traits parallèles. Cette sensibilité est telle que, alors que l'acuité visuelle normale est de 1′ environ, l'acuité visuelle de coïncidence atteint une dizaine de secondes, et même 3 à 4″ pour des observateurs exceptionnels.

Ligne de fixation. — Considérons un œil regardant horizontalement à l'infini. Le plan diamétral coupe la rétine suivant un grand cercle, aux environs du pôle duquel se trouve une zone dont les cellules ont le plus petit diamètre : c'est la *tache jaune*, dont le centre forme une petite dépression appelée *fovea centralis*. La fovea ne comprend aucun bâtonnet, mais uniquement des cônes très ténus : c'est la région de la rétine qui donne la meilleure perception des détails. Lorsque nous voulons examiner un objet avec le maximum d'attention, nous tournons l'œil dans son orbite de façon que l'image de cet objet se forme au centre de la fovea : nous disons que nous *fixons* l'objet et la ligne de visée correspondante s'appelle *ligne de fixation*.

Accommodation. — Nous avons dit que l'œil est assimilable à une chambre photographique dont la rétine serait la plaque sensible. Si l'objet examiné à l'infini se rapproche, son image ne se forme plus sur la rétine, mais en arrière : l'objet n'est plus au point. Dans la chambre photographique nous pouvons le ramener au point en déplaçant la plaque vers l'arrière. L'œil ne permet pas de réaliser la mise au point par déplacement de la rétine, car celle-ci est immobile.

Il y a donc un autre phénomène qui entre en jeu, puisque nous percevons nettement les objets rapprochés : c'est la variation de convergence du cristallin. Le cristallin est en effet une sorte de lentille convergente entourée de muscles sur son pourtour. Sous l'action de ces muscles, le cristallin partant du repos (vision à l'infini pour un œil emmétrope) se gonfle au centre et s'aplatit sur les bords : la courbure de sa face antérieure augmente, la face postérieure ne subissant que de très faibles modifications; la lentille devient alors plus convergente, l'image de l'objet est ramenée sur la rétine; elle est donc vue nettement : c'est le *phénomène de l'accommodation*.

Nous concevons que l'effort musculaire produit est d'autant plus intense que l'objet est plus rapproché. A chaque distance de fixation correspond un état de contraction particulier des muscles. L'éducation nous apprend à déduire l'éloignement du point lumineux fixé de l'intensité de l'effort, elle nous renseigne sur la *distance*, de même que la contraction des muscles des bras nous renseigne sur le poids des objets que nous soulevons.

Latitude d'accommodation. — La vision nette d'un objet lumineux exige que son image se forme sur la rétine. Il semblerait donc, à première

vue, qu'il faille, pour chaque distance d'observation, une accommodation parfaitement déterminée. Il n'en est pas ainsi, car la fonction accommodation, comme toutes les fonctions de l'optique physiologique, présente des *tolérances;* il y a une *latitude d'accommodation.* Ce fait tient à la constitution de la rétine, qui est formée de cônes et de bâtonnets, constituant les éléments indépendants de dimensions finies. Chaque cellule impressionnée envoie son excitation au cerveau par un influx nerveux. Le renseignement reçu par le cerveau est le même, quel que soit le point de la cellule impressionné, puisqu'il n'existe qu'une liaison pour tout le territoire indépendant. Il suffit donc qu'un point quelconque de ce territoire reçoive une quantité d'énergie lumineuse suffisante pour que la cellule soit excitée et pour que le cerveau soit averti. Celui-ci ne peut donc interpréter la sensation que comme provenant d'un point lumineux situé à l'intérieur d'un petit cône; il n'est renseigné exactement que sur l'intensité et non sur la direction.

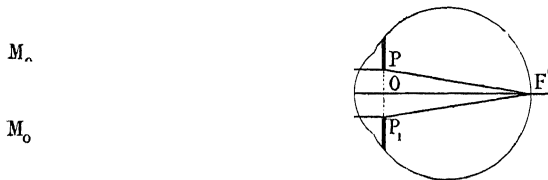



Fig. 34.

C'est grâce à cette tolérance d'ailleurs que la vision est possible et rapide, sans quoi, pour voir nettement un point, il faudrait que le cristallin s'accommodât exactement, ce qui nécessiterait une série de tâtonnements très longs.

Considérons un point M_0 à l'infini (fig. 34); il forme son image sur la rétine au foyer image F' de l'œil.

Si le point se rapproche, l'image *m* passe en arrière de la rétine (fig. 35), et le cristallin doit modifier sa convergence de façon à ramener *m* en F'. Toutefois, si la tache de diffusion *ab* a un diamètre plus petit que celui d'un élément rétinien, l'image diffuse est, pour le cerveau, aussi nette que l'image géométrique et le cristallin n'a pas à modifier sa convergence. A quelle distance doit se trouver le point M pour que *ab* ait le diamètre limite ?

Soient :

f et f' les deux focales de l'œil en valeur absolue,
p le diamètre de la pupille,
$d = FM$,
$d' = F'm$.

Nous avons :

$$d\,d' = f\,f'.$$

D'autre part :

$$\frac{a\,b}{p} - \frac{}{O\,m}.$$

Le diamètre $a\,b$ est le diamètre d'un cône de la fovea : il varie de 3 à 6 μ. L'ouverture de la pupille, pour des éclairements moyens, est de l'ordre de 4 à 5 mm (1). D'autre part, O m est à peu près égal à la focale f' de l'œil. Nous avons donc, en prenant $p = 5$ mm et $a\,b = 5$ μ :

$$\frac{5}{5000} = \frac{d'}{f'}$$

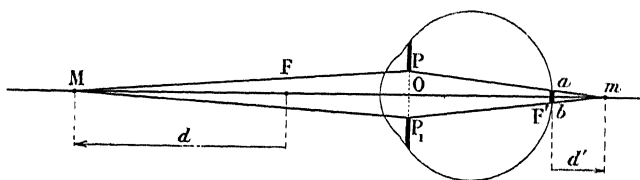



Fig. 35.

d'où :

$$d' = \frac{f'}{1000}$$

$$d\,d' \qquad f\,f' = \frac{d\,f'}{1000}$$

$$d = 1000\,f.$$

Or f, focale objet de l'œil, est d'environ 15 mm. Donc :

$$d = 15 \text{ m}.$$

Il s'ensuit que l'œil emmétrope est également au repos pour les points situés à l'infini et pour les points situés à 15 m en avant de lui. Les ophtalmologistes admettent même qu'il n'y a aucun effort sensible d'accommodation pour les points situés à 5 m : ils considèrent que l'infini pour l'œil est à 5 m, et ils font leurs corrections de réfringence pour cette distance.

Plus généralement, considérons le cristallin dans un certain état d'accommodation et soit alors M_0 le point de l'axe optique qui forme son image sur la rétine en m_0 (fig. 36).

Un point M plus rapproché forme son image en m et nous avons sur la

(1) Il s'agit là de la pupille de sortie, et non de l'ouverture de l'iris qui est légèrement plus petite.

rétine une tache de diffusion ab, de diamètre t. Soit p le diamètre de la pupille et l l'intervalle compris entre la pupille et la rétine.

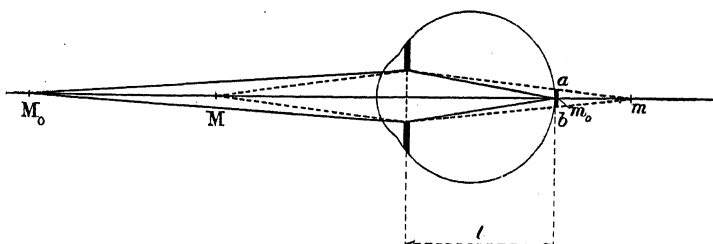



Fig. 36.

Appelons x_0 et x'_0 les abscisses principales des points M_0 et m_0, x et x' celles des points M et m en valeur absolue, f et f' les deux focales de l'œil en valeur absolue, dans l'état d'accommodation considéré. Nous avons :

$$\frac{f}{x_0} + \frac{f'}{x'_0} = 1$$
$$\frac{f}{x} + \frac{f'}{x'} = 1.$$

Mais la pupille est à peu près confondue avec le second plan principal de l'œil (elle est à 1 mm en arrière). Nous avons donc :

$$x'_0 = l$$

d'où :

$$\frac{f}{x_0} + \frac{f'}{l} = \frac{f}{x} + \frac{f'}{x'}.$$

Appelons Δ_1 la profondeur de champ M_0 M. Il vient

$$\frac{f\,\Delta_1}{x_0\,x} = \frac{f'\,(x' - l)}{l\,x'}$$

Mais nous avons

$$\frac{t}{x' - l} = \frac{p}{x'},$$

d'où :

$$\frac{f\,\Delta_1}{x_0\,x} = \frac{f'\,t}{l\,p}$$
$$\frac{\Delta_1}{x_0\,x} = \frac{f'\,t}{f\,l\,p}.$$

Mais :

$$f' = 20 \text{ mm}$$
$$f = 15 \text{ mm}$$
$$l = 20 \text{ mm}$$
$$t = 5\ \mu$$
$$p = 5 \text{ mm.}$$

Donc :

$$\frac{f'\,t}{f\,l\,p} = \frac{20 \times 5}{1000 \times 15 \times 20 \times 5} \qquad \frac{1}{15 \times 1000} \text{ mm}$$

$$\frac{x_0\ x}{\Delta_1} \qquad 15\ m = \frac{x_0\,(x_0 - \Delta_1)}{\Delta_1}$$

Si le point M se déplaçait à gauche du point M_0, nous aurions (fig. 37)

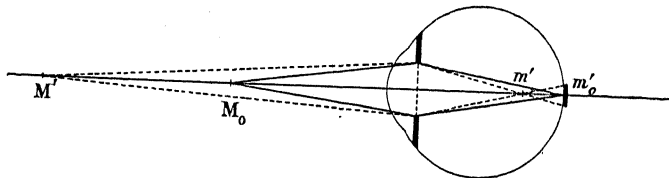



Fig. 37.

$$\frac{f\ \Delta_2}{x_0\ x} = \frac{f'\,(l - x')}{l\ x'} \qquad (\Delta_2 = M'\,M_0)$$

$$\frac{l}{l - x'} = \frac{p}{x'}$$

$$\frac{f\ \Delta_2}{x_0\ x} = \frac{f'\ t}{l\ p}$$

$$x_0\ x \qquad 15 \text{ m} = \frac{x_0\,(x_0 + \Delta_2)}{\Delta_2}$$

ce qui nous donne :

$$(1) \qquad \Delta_1 = \frac{x_0^2}{15 + x_0}$$

$$(2) \qquad \frac{}{15 - x_0} \qquad \text{avec } x_0 < 15 \text{ m}$$

Si nous faisons $x_0 = 15$ m, nous retrouvons le résultat précédent : $\Delta_2 = \infty$. Dans le cas général, nous voyons que, pour une distance d'accommodation x_0 donnée, nous n'aurons pas à faire varier la convergence de notre cristallin tant que le point M se déplacera à l'intérieur d'un segment d'axe de longueur

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

Pour :

$x_0 = 0^m,30$ nous avons : $\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = 6 \text{ mm} \\ \Delta_2 = 6 \text{ mm} \end{array} \right\} \Delta = 12 \text{ mm}$

$x_0 = 1^m,00$ nous avons : $\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = 0^m,06 \\ \Delta_2 = 0^m,07 \end{array} \right\} \Delta = 13 \text{ cm}$

$x_0 = 5^m,00$ nous avons : $\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = 1^m,25 \\ \Delta_2 = 2^m,50 \end{array} \right\} \Delta = 3^m,75$

$x_0 = 10^m,00$ nous avons : $\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = 4^m,00 \\ \Delta_2 = 20^m,00 \end{array} \right\} \Delta = 24^m,00$

$x_0 = 15^m,00$ nous avons : $\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = 7^m,50 \\ \Delta_2 = \infty \end{array} \right\} \Delta = \infty$

Causes secondaires de la perception du relief. — La fonction accommodation ayant une latitude assez considérable, elle ne saurait suffire à nous donner la notion de différences de profondeur de faible importance, elle ne permettrait pas la *perception du relief*. Nous verrons par la suite que celle-ci tient surtout au fait que nous fixons les objets non avec un seul œil, mais avec les deux yeux. Cependant, les borgnes ont aussi une notion du relief, plus faible sans doute que celle des observateurs normaux, mais néanmoins certaine.

De nombreus phénomènes nous aident à apprécier le relief : par exemple si un objet situé dans l'alignement d'un autre objet nous le cache en partie, nous savons qu'il est plus rapproché de nous que ce dernier.

De même, si deux objets que nous savons être de mêmes dimensions sont vus sous des diamètres apparents différents, nous jugeons de leur différence d'éloignement par la grandeur comparée de leurs diamètres apparents.

Les ombres portées par les objets les uns sur les autres, la diminution de netteté et d'éclat des objets éloignés, par suite de l'absorption atmosphérique, constituent également des éléments d'appréciation des distances et du relief.

Les propriétés de la perspective renseignent également, dans certains cas particuliers, quand nous savons que certaines lignes sont horizontales, ou verticales, ou parallèles : nous jugeons par exemple de la distance sur une voie ferrée, d'après le rapprochement apparent des rails.

Toutes ces causes d'appréciation ne sont que secondaires : elles font souvent défaut. Lorsqu'elles existent, elles sont intéressantes à considérer et les peintres les utilisent pour donner l'impression de relief dans leurs tableaux.

Parallaxe. — Parmi les phénomènes moins accidentels et plus précis d'évaluation du relief, nous devons citer en premier lieu le phénomène de la variation de parallaxe.

Considérons un œil fixant le point M et soit un point P dans le même alignement (fig. 38). Ces deux points vont former leurs images m et p au

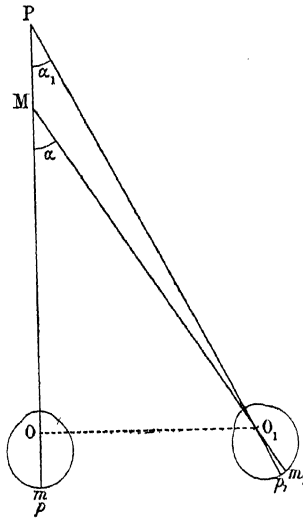



Fig. 38.

même point de la rétine. Nous aurons donc notion de la grandeur de l'objet dans le plan de front, mais nous n'aurons aucune notion de la troisième dimension, la profondeur.

Portons rapidement l'œil à droite, les deux points M et P vont former deux images séparées m_1 et p_1; le point P va paraître à droite du point M ([1]).

Pour un déplacement donné O O_1, perpendiculaire à la ligne de fixation, la grandeur de $m_1\, p_1$ et son sens, c'est-à-dire la variation de parallaxe $(\alpha - \alpha_1)$, renseigne d'une façon très précise sur la grandeur et le sens du segment MP : c'est un *signe local* utilisé par les borgnes.

Aberrations monochromatiques de l'œil. — L'œil, comme tous les systèmes optiques, possède des aberrations monochromatiques : les rayons centraux issus d'un point P vont former une image en p_c, alors que les rayons marginaux vont converger en p_m (fig. 39).

Considérons dans la pupille B B′ un cercle de rayon O A $= R_a$, et une couronne de hauteur A B, telle que O B $= R_b = R_a \sqrt{2}$. Le cercle et la couronne reçoivent le même flux lumineux.

(1) L'image p_1 est à gauche de l'image m_1, mais notre cerveau interprète les sensations reçues et les rapporte aux phénomènes naturels qu'il connaît : c'est ainsi qu'il juge qu'un objet est droit, alors que son image rétinienne est renversée.

Coupons les faisceaux par l'écran (1). Nous avons :

$$\frac{\omega_1\ b_1}{\omega_1\ a_1} > \frac{R_b}{R_a}.$$

Le flux reçu par la couronne de hauteur $a_1\ b_1$ est égal au flux reçu par le cercle de rayon $\omega_1\ a_1$, mais il est réparti sur une surface plus grande; l'éclairement de la couronne est plus faible que l'éclairement du cercle : nous avons un cercle de diffusion plus lumineux au centre qu'aux bords.

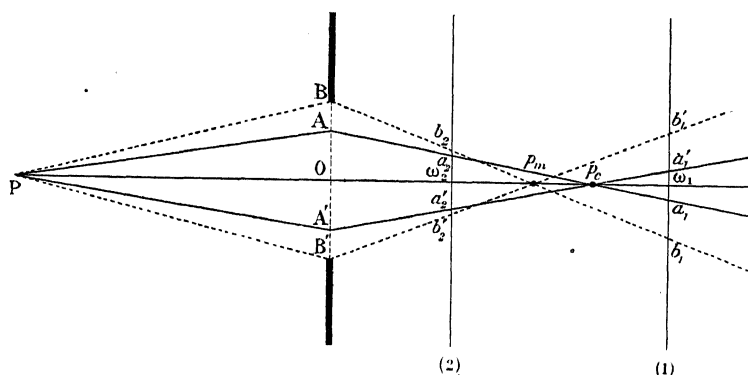



Fig. 39.

Coupons au contraire le faisceau par l'écran (2). Nous avons

$$\frac{\omega_2\ b_2}{\omega_2\ a_2} < \frac{R_b}{R_a},$$

c'est-à-dire que le cercle de diffusion est plus lumineux aux bords qu'au centre.

Si donc nous examinons un point P, c'est-à-dire si notre accommodation est telle que notre rétine soit entre p_c et p_m, d'ailleurs très voisins, les points plus rapprochés que P donneront une tache analogue à la tache (2), aors que les points plus éloignés donneront une tache analogue à la tache (1). Nous avons donc ainsi un *second signe local* d'appréciation monoculaire du relief; l'aspect de la tache de diffusion et l'importance du dégradé nous renseignant d'une façon assez précise sur les différences d'éloignement.

Aberrations chromatiques de l'œil. — L'œil n'a pas seulement, comme tous les systèmes optiques, des aberrations monochromatiques, il a aussi des aberrations chromatiques. Examinons tout d'abord l'importance de ces aberrations.

Considérons un point lumineux à l'infini. Les rayons rouges issus de

ce point vont former leur image au point R, foyer de ces rayons. Les rayons bleus vont converger en B (fig. 40).

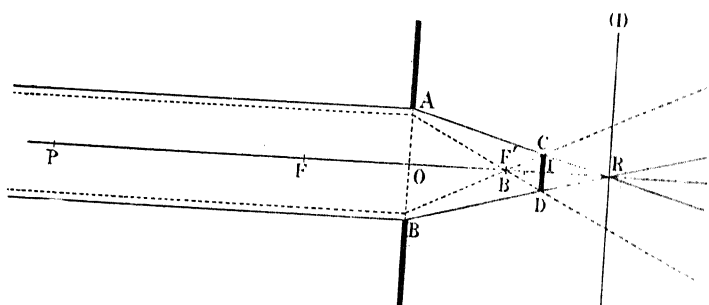



Fig. 40.

Appelons F et F′ les foyers bleus de l'œil (F′ confondu avec B). Cherchons quel est le point P de l'axe qui, en lumière bleue, forme son image au point R. Appelons f et f' les focales bleues de l'œil, en valeur absolue et posons :

$$FP = x.$$
$$F'R = x'$$

Nous avons :

$$x\,x' = f\,f'.$$

Mais, nous savons que, pour des calculs assez fortement approchés, l'œil humain est assimilable à un dioptre, appelé œil réduit de Listing, dont le rayon de courbure est R = 5 mm et dont l'indice arrière est $n = 1{,}33$.
Nous avons donc :

$$f' = \frac{n\,R}{n - 1}$$

d'où, en différentiant

$$\frac{d\,f'}{f'} \quad \frac{d\,n}{n} \quad \frac{d\,n}{n - 1} = \frac{-\,d\,n}{n\,(n - 1)}.$$

Or $+\,dn$ est la variation d'indice de l'eau ($n = 1{,}33$) entre les radiations bleues et rouges, et $-\,dn$ la variation d'indice entre le rouge et le bleu, c'est-à-dire :

$$-\,dn = 6 \times 10^{-3}.$$

Il vient donc :

$$\frac{d\,f'}{f'} = \frac{6 \times 10^{-3}}{1{,}33 \times 0{,}33},$$

soit environ :

$$\frac{d f'}{f'} = 1,5 \times 10^{-2}.$$

d'où, puisque

$$x' = df',$$
$$1,5 \times 10^{-2} \times f' x = ff',$$

et, comme

$$f = 15 \text{ mm},$$
$$x = \frac{0,015 \text{ m}}{1,5 \times 10^{-2}} = 1 \text{ m}.$$

Si donc nous regardons un point rouge situé à l'infini sur l'axe de fixation, le point bleu de l'axe qui forme une image nette sur la rétine est situé à 1 m en avant de l'œil.

Calculons maintenant le diamètre CD du cercle commun aux deux faisceaux C, D. Nous avons :

$$\frac{\text{C D}}{\text{A B}} = \frac{\text{I R}}{\text{O R}} = \frac{\text{B I}}{\text{O B}} = \frac{\text{B R}}{\text{O R} + \text{O B}},$$

soit, environ :

$$\frac{\text{C D}}{\text{A B}} = \frac{d f'}{2 f'} = 0,7 \times 10^{-2}.$$

Si nous remplaçons A B, diamètre de la pupille, par sa valeur moyenne A B = 5 mm, il vient :

$$\text{C D} = 3,5 \times 10^{-2} \text{ mm} = 0,035 \text{ mm} = 35 \ \mu.$$

Le cercle commun C D a donc un diamètre bien plus grand que celui d'un cône ou d'un bâtonnet. D'Alembert prétendait que l'œil accommodait sur ce cercle. Cette hypothèse est certainement incorrecte, car les images d'un point lumineux seraient des cercles de diffusion inadmissibles, elles n'auraient aucune netteté et la vision ne serait pas précise. Il est facile d'ailleurs de s'en rendre compte : plaçons des caractères imprimés au punctum proximum : l'œil est accommodé au maximum et l'image d'un point lumineux est une tache de diamètre inférieur à 6 μ. Rapprochons la page imprimée jusqu'à ce que l'image d'un point soit un cercle de 35 μ de diamètre, nous constatons que nous ne pouvons plus lire les caractères. L'hypothèse de d'Alembert est donc inexacte.

Le Dr *Polack* a repris la question et cherché une autre explication de la vision en lumière blanche : il a pensé que l'œil accommodait sur l'image correspondant à une radiation privilégiée du spectre. Remarquons d'abord que toutes les radiations du spectre solaire n'ont pas la même énergie. La

radiation la plus énergique est dans le jaune vert ($\lambda = 0{,}55\ \mu$) et, de plus, nous verrons plus loin que l'œil, à énergie égale des radiations impressionnantes, possède un maximum de sensibilité pour la radiation $\lambda = 0{,}56\ \mu$. Il est donc logique d'admettre que nous accommodons aux environs de cette radiation jaune-vert. Dans ces conditions, nous utilisons une petite bande de radiations particulièrement intenses, auxquelles l'œil est très sensible. Elles donnent une petite tache image blanche, de dimensions acceptables, bordée d'un liseré coloré peu lumineux. Ce liseré sera bleu pour la position E de la rétine et rouge pour la position E′ (fig. 41).

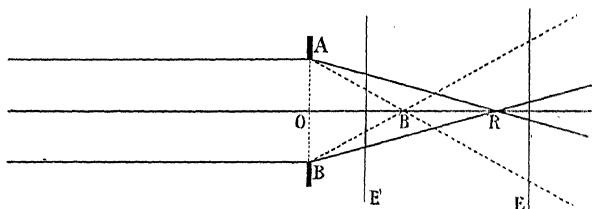



Fig. 41.

Le Dr Polack, qui est non seulement un ophtalmologiste distingué mais également un peintre remarquable, estime, d'après ses sensations artistiques, que l'œil normal accommode sur l'image rouge-orangé. Ce fait, intuitif chez l'artiste, peut d'ailleurs se démontrer scientifiquement. Considérons en effet une source lumineuse à spectre continu, le Soleil par exemple. Construisons une courbe en portant en abscisses les longueurs d'onde des diverses radiations monochromatiques composantes, et en ordonnées leur intensité énergétique, mesurée au bolomètre, par exemple. A parler mathématiquement, cela n'aurait pas de sens, car, si la fente du spectroscope isolant la radiation considérée a une largeur nulle (afin d'isoler une radiation mathématiquement monochromatique), l'énergie correspondante est nulle. Mais considérons l'abscisse λ et une petite bande de largeur $\lambda + d\lambda$. Les radiations de longueur d'onde comprise entre λ et $\lambda + d\lambda$ ont une énergie que nous pouvons mettre sous la forme $I\,d\lambda$, ce qui est logique, puisque, si $d\lambda$ devient n fois plus grand, tout en restant infiniment petit, l'énergie devient n fois plus grande. La quantité I ainsi définie sera l'intensité énergétique de la radiation monochromatique de longueur d'onde λ. La courbe ainsi définie sera la courbe d'énergie de la source considérée. Pour le Soleil, cette courbe a la forme ci-contre (fig. 42).

L'ordonnée maximum est dans le jaune vert ($\lambda = 0{,}55\ \mu$ environ). Les ordonnées décroissent lentement vers les grandes longueurs d'onde et très rapidement vers les petites.

Considérons maintenant diverses radiations monochromatiques au sens physique de ce mot, c'est-à-dire passant par une fente étroite de lar-

geur déterminée. Examinons-les visuellement en photométrie hétérochrome, après les avoir amenées à avoir la même intensité énergétique. Comparons leurs intensités visuelles et mesurons-les, en prenant pour unité l'intensité visuelle de la radiation d'intensité maximum. Construisons une courbe en

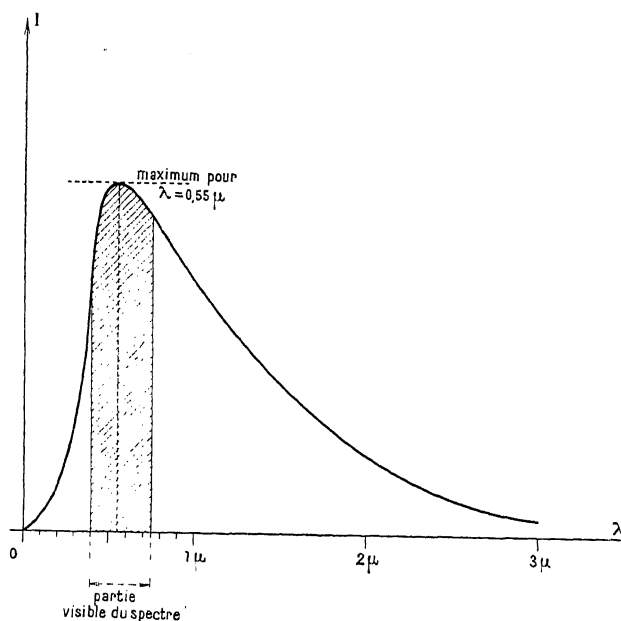



Fig. 42.

portant les longueurs d'onde en abscisses et les intensités visuelles en ordonnées. Nous trouvons d'abord que l'intensité maximum a lieu pour une certaine radiation dans le jaune vert, dont la longueur d'onde est $\lambda = 0{,}56\,\mu$. De part et d'autre nous avons :

$\lambda = 0{,}56\,\mu$ ordonnée =	1,00
0,60	0,63
0,63	0,28
0,65	0,11
0,67	0,03
0,75	0,0002 (1/5000)
$\lambda = 0{,}56\,\mu$ ordonnée =	1,00
0,53	0,83
0,50	0,31
0,47	0,09
0,45	0,04
0,40	0,004 (1/250)

Ceci nous montre que, pour produire avec la radiation $\lambda = 0{,}75\ \mu$ la même intensité lumineuse visuelle qu'avec la radiation $\lambda = 0{,}56\ \mu$, il faut une énergie 5 000 fois plus grande ou, sous une autre forme, qu'à énergie égale, l'impression visuelle est 5 000 fois plus faible.

La courbe obtenue (fig. 43) est une courbe en cloche à peu près symé-

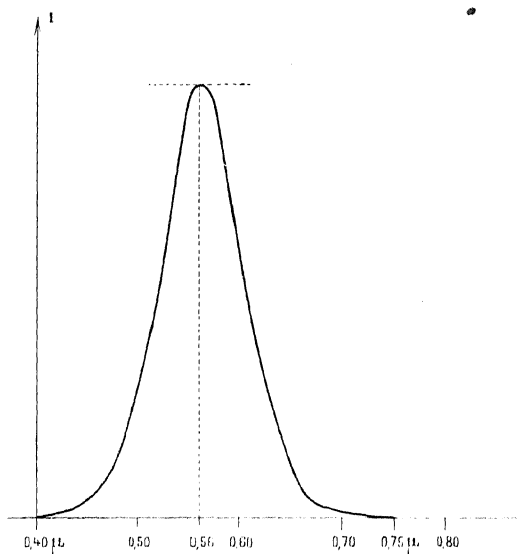



Fig. 43.

trique, à ordonnées très rapidement décroissantes de part et d'autre du maximum. C'est la *courbe de sensibilité de l'œil*. Combinons maintenant ces deux séries de résultats. Pour obtenir la courbe d'*intensité lumineuse visuelle* d'une source à spectre continu, il nous suffira de multiplier les ordonnées de la courbe d'énergie par les ordonnées de la courbe de visibilité, parfois appelées *coefficients de visibilité*.

M. *Florian* a déterminé cette courbe et son aspect montre immédiatement que la rétine est bien moins sensible pour le bleu que pour le rouge, avec les énergies que possèdent ces radiations dans le spectre solaire. Cette conclusion était d'ailleurs facile à prévoir d'après les deux graphiques précédents, car, d'une part, les ordonnées maxima correspondent à peu près à la même longueur d'onde et, d'autre part, la courbe de visibilité est à peu près symétrique, alors que la courbe d'énergie descend bien plus vite vers le bleu que vers le rouge.

Nous accommodons donc, ainsi que le prévoyait le Dr Polack, vers les couleurs de grandes longueurs d'onde (ou couleurs chaudes comme les appellent les peintres), c'est-à-dire aux environs du rouge orangé. La rétine

occupe la position (1) de la figure 40. Dans ces conditions, la bande de radiations utilisées pour produire une image de dimensions acceptables donne un liseré qui commence au delà du jaune vert, vers le bleu. Ce liseré est assez étendu, mais le calcul montre que la luminosité y diminue très rapidement, c'est-à-dire que sa largeur efficace est très faible.

Ce liseré n'est d'ailleurs pas gênant, car il est constant et notre œil sait, par l'éducation, que si un phénomène optique reste constant, quelles que soient les variations du monde extérieur, celui-ci est d'origine subjective et ne correspond à rien d'objectif. Notre système nerveux optique jouit de la faculté d'éliminer les impressions de cette nature, c'est le phénomène de la *neutralisation*.

Les liserés ne sont donc pas nuisibles : nous allons même voir qu'ils sont utiles, car ils nous renseignent sur la distance relative des objets : ils nous permettent, lorsque nous fixons un point, de savoir si les points voisins, vus en vision indirecte, sont plus éloignés ou plus proches; ils guident donc notre réflexe accommodatif et évitent les tâtonnements : ils sont un facteur essentiel de la rapidité d'accommodation.

Avant d'étudier le mécanisme de ce nouveau signe local, rappelons une expérience faite pour la première fois par *Newton*, et dont l'explication est immédiate avec la théorie précédente. Considérons une petite plage lumineuse blanche placée suffisamment loin pour être considérée comme étant à l'infini pour l'œil. Les rayons rouges vont converger au foyer R, les orangés au foyer O et les bleus au foyer B (fig. 44).

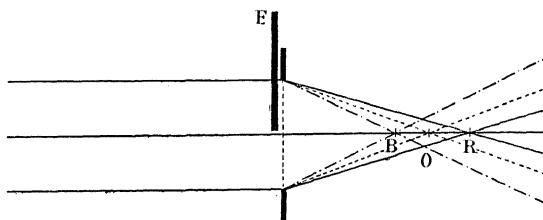



Fig. 44.

Glissons un écran E devant l'œil, de façon à cacher la moitié de la pupille. La moitié des cônes lumineux va être supprimée et, si la rétine est placée dans la position (1), conformément à l'hypothèse du Dr Polack, nous devrons voir une tache blanche bordée de rouge du côté de l'écran et de bleu du côté opposé, puisque les images sont renversées et que nous interprétons nos sensations en redressant ces images (fig. 45). Cette apparence est bien celle que l'on constate.

Admettons donc l'hypothèse du Dr Polack.

Un point lumineux P forme une image rouge en p_r et une image bleue

en p_b (fig. 46). Si nous coupons les faisceaux par un écran (2) nous aurons un cercle de diffusion à centre blanc avec un liseré bleu; si nous les coupons par un écran (3) le cercle de diffusion aura un liseré rouge.

Or, notre œil fixant le point P est accommodé de façon que la rétine occupe la position (1). Les points plus proches que P donneront l'aspect (3) et les points plus éloignés donneront l'aspect (2). Les aberrations chromatiques de l'œil fournissent donc un *troisième signe local* d'appréciation du relief, d'après la couleur et les dimensions des liserés.

Le Dr Polack a imaginé un objectif photographique dit *hyperchromatique*, présentant les défauts chromatiques de l'œil, mais assez fortement amplifiés.

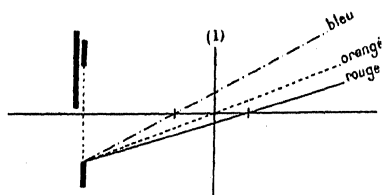



Fig. 45.

Cet objectif, au lieu de donner des images à bords nets, comme les objectifs achromatiques, donne des images bordées de liserés rouges ou bleus, plus ou moins larges, suivant l'éloignement des divers plans du sujet.

Les photographies en couleur ainsi obtenues présentent donc les mêmes défauts que les images rétiniennes, mais amplifiés. Si donc la théorie du Dr Polack est exacte, ces images doivent présenter beaucoup de relief. Il suffit d'un seul examen d'une de ces épreuves pour convaincre les plus sceptiques : le relief obtenu est saisissant; l'observateur n'a pas l'impression de regarder une photographie en couleur, mais un véritable tableau de maître, plein de vie et d'expression; il n'a plus la sensation du « chromo »

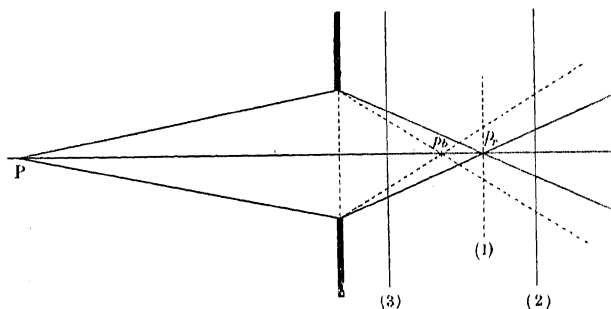



Fig. 46.

parfois artistique, mais toujours plat, il a l'illusion de relief et de mouvement que donnent les toiles des bonnes écoles.

L'hypothèse émise est donc confirmée d'une façon éclatante.

Les objectifs achromatiques ne peuvent fournir ces résultats, car ils donnent sur la plaque, sans aucun liseré, les images nettes de tous les objets situés dans leur profondeur de champ. L'œil qui examine l'épreuve ainsi obtenue met bien un liseré autour de chaque objet, mais le même en couleur et en grandeur, pour tous les plans, puisque tous ces plans ont leur image sur la même plaque. L'observateur n'a donc plus, pour le renseigner, des liserés dont la couleur et la grandeur varient en fonction de la distance, il n'a plus d'élément précis d'appréciation des distances, il voit des images plus ou moins fouillées mais toujours plates.

Le chromatisme de l'œil fournit donc un élément précieux d'appréciation du relief, mais celui-ci, qui se prête à merveille à des buts artistiques, c'est-à-dire avant tout qualitatifs, ne pourrait fournir de renseignements quantitatifs suffisamment précis pour les applications stéréophotogrammétriques. Nous allons voir que les phénomènes qui donnent non seulement une bonne impression du relief, mais permettent en outre des mesures précises de ce relief sont ceux de la vision binoculaire.

II — ÉLÉMENTS BINOCULAIRES D'APPRÉCIATION DU RELIEF

Éléments géométriques de la vision binoculaire. — Considérons un point M de l'espace, situé dans le plan sagittal de la tête (fig. 47). Lorsque nous

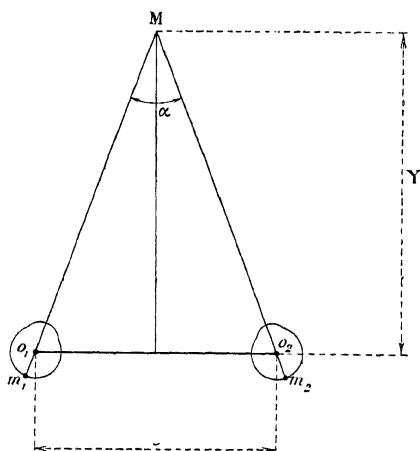



Fig. 47.

fixons ce point, les muscles de chaque œil font tourner l'œil autour de son centre de rotation de façon que les images m_1 et m_2 se forment au centre des

foveas correspondantes, c'est-à-dire que nous amenons la *ligne de fixation* de chaque œil à passer par le point M. Soit alors :

$$O_1 O_2 = e$$

et Y l'éloignement du point M. Nous avons, l'angle α étant petit :

$$\alpha = \frac{e}{Y}.$$

A un éloignement déterminé correspond une *convergence déterminée.* Si donc la convergence α est connue, l'éloignement Y est connu. Nous avons une idée de la valeur de α par le sens musculaire, et cette connaissance de la convergence acquise par l'expérience renseigne sur la distance.

En même temps que les muscles moteurs assurent aux lignes de fixation la convergence α, les fibres musculaires de la zone ciliaire donnent au cristallin les courbures voulues pour assurer l'accommodation à la distance Y. Tous ces muscles ont pris l'habitude, par l'éducation, de travailler simultanément et de prendre, pour chaque distance, un état de contraction déterminé : ils travaillent en accord de façon à assurer une *relation convergence-accommodation.*

Mais le sens musculaire est un sens trop grossier pour permettre d'apprécier de petites variations de α, c'est-à-dire d'apprécier le *relief.* Un *deuxième signe local* vient compléter le premier : la dissemblance des perspectives. Considérons une pyramide à base carrée dont l'axe est horizontal, situé dans le plan sagittal de la tête de l'observateur et dans son plan de regard supposé horizontal.

Fig. 48.

Les deux perspectives de la pyramide sont S_1 et S_2; chaque œil voit une perspective différente et possède ainsi un nouvel élément d'appréciation (fig. 48).

Points correspondants. — Examinons un point M situé à l'infini : ses images se forment aux centres des deux foveas en m_1 et m_2 (fig. 49). Soit un autre point P dans la direction θ : ce point P forme ses images en deux autres éléments de la rétine p_1 et p_2.

Les deux éléments indépendants m_1 et m_2 de la rétine, ou *territoires*

indépendants, envoient au cerveau les impressions lumineuses reçues. L'expérience nous a appris que le point M n'était pas double mais simple : il s'établit ainsi, par l'éducation, des liaisons nerveuses centrales qui nous conduisent à interpréter les sensations reçues et à juger le point M comme simple : le cerveau *fusionne* les impressions.

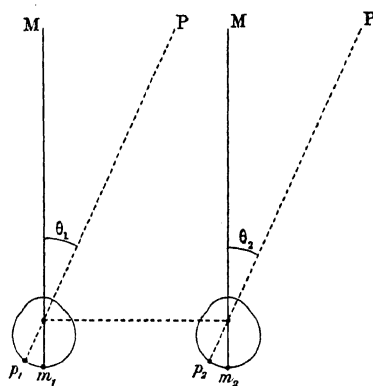



Fig. 49.

La même éducation nous conduit à fusionner en une impression unique les excitations reçues par les territoires indépendants p_1 et p_2, à condition que ceux-ci soient tels que $\theta_1 = \theta_2$. Les points p_1 et p_2 des rétines ainsi définis sont dits *points correspondants*.

Les images sont vues simples, chaque fois qu'elles se forment en deux points correspondants. — Nous pouvons nous en convaincre par une expérience très simple. Fixons un point éloigné avec les deux yeux, puis, continuant à le fixer, appuyons légèrement sur le globe oculaire droit, de bas en haut : nous voyons l'image se dédoubler; appuyons progressivement de plus en plus fort : une image reste fixe et l'autre paraît descendre de plus en plus bas.

L'explication de ce phénomène est très simple. Lorsque nous déplaçons l'œil droit, l'image du point M qui, normalement, se faisait en m_2 (fig. 50), va se former en m_2'' (fig. 51). Or, dans la position normale de l'œil, le point m_2'' est l'image d'un point M″ (fig. 52) situé en dessous du point M. Donc,

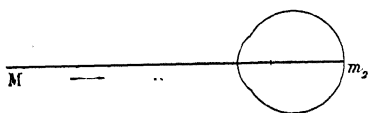
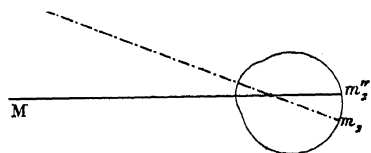



Fig. 50. Fig. 51.

d'accommodation que ces mouvements entraînent. Nous n'arrêtons notre attention que sur des objets très petits, ceux dont les images se forment sur les foveas, car l'acuité visuelle diminue rapidement en s'en éloignant. Lorsque nous voulons examiner d'autres points, plus rapprochés ou plus éloignés, nous modifions en conséquence notre convergence et notre accommodation; la vision stéréoscopique se fait en *tâtant* les objets, par mouvements très rapides, comportant une série de repos pendant lesquels les yeux fixent successivement tous les détails.

Souplesse de la relation convergence-accommodation. — Nous avons vu que, par l'éducation, les muscles qui commandent la rotation des yeux et ceux qui provoquent les variations de courbure des cristallins ont pris l'habitude de travailler ensemble et qu'il résulte de ce fait une relation entre la convergence et l'accommodation.

Appelons α la convergence et Y l'éloignement du point considéré. La relation convergence-accommodation n'a pas le caractère d'une relation algébrique rigoureuse :

$$f\ (\alpha\ ,\ Y) = 0.$$

La vision nette d'un point lumineux n'exige pas, en effet, comme nous l'avons vu, une accommodation exactement déterminée : il y a une *tolérance d'accommodation*.

Nous savons que l'œil emmétrope est également au repos dans la vision des points M_0 situés à l'infini et dans la vision des points M situés à 15 m en avant de lui. Or, lorsque le point fixé va de M_0 en M, la convergence varie depuis zéro jusqu'à $\frac{65\ \text{mm}}{15\ 000\ \text{mm}} = \frac{1}{4\ 000}$: elle varie donc notablement, alors que l'accommodation ne change pas. La relation convergence-accommodation est donc loin d'être rigoureuse et présente une assez grande souplesse.

Il en est de même d'ailleurs de la correspondance des éléments rétiniens. Regardons en effet un stéréogramme dans un stéréoscope parfaitement réglé, c'est-à-dire de telle façon que les images rétiniennes d'un couple de points homologues se produisent sur deux points correspondants des rétines. Par une modification légère et progressive du réglage, faisons varier la convergence : nous constatons que nous continuons à voir le relief tout aussi bien, d'abord sans aucune fatigue, puis avec fatigue et, si nous continuons, les images se dédoublent à un moment donné. A ce moment la convergence obtenue est très différente de la convergence normale, surtout si cette variation conduit à loucher en dedans. Du fait qu'au début nous n'éprouvons aucune fatigue, tout en continuant à voir le relief, alors que les images rétiniennes ne se forment plus en des points correspondants, il résulte que la relation de correspondance des éléments rétiniens présente

une notable tolérance et qu'il serait plus exact de parler de zones correspondantes [1].

Caractère différentiel de la sensation de relief. — Examinons un couple de vues stéréoscopiques dans un stéréoscope à lentilles [2]. Les deux lentilles donnent des deux clichés deux images virtuelles dans un tableau T, situé à une distance Y de l'observateur, et ce sont ces deux images qui constituent les deux perspectives que nous examinons, chaque œil ne voyant que l'image qui lui est destinée. Éloignons le couple stéréoscopique jusqu'à l'amener dans le plan focal des deux lentilles : à ce moment, l'éloignement Y devient infini et cependant nous continuons à voir le relief. Cela tient à ce que la vision du relief entre deux points dépend de la variation de la parallaxe stéréoscopique entre ces deux points. Lorsque nous passons d'un point de parallaxe stéréoscopique α_0 à un point de parallaxe stéréoscopique $\alpha_1 > \alpha_0$, ou $\alpha_1 < \alpha_0$, nous avons l'impression que le nouveau point examiné est plus près ($\alpha_1 > \alpha_0$) ou plus loin ($\alpha_1 < \alpha_0$) que le point précédent.

Remarquons que, puisque notre tableau est à l'infini, toutes les parallaxes stéréoscopiques devraient être nulles, mais nous savons que nous continuons à fusionner les images, tant que les tolérances de la vision stéréoscopique ne sont pas dépassées.

En particulier, supposons qu'un couple de points homologues donne des rayons homologues parallèles ($\alpha_0 = 0$) : le point M_0 restitué est à l'infini, ce qui est normal. Supposons qu'un autre couple donne des rayons homologues divergents ($\alpha_1 < 0$) : nous restituons un point M_1 qui nous semble plus éloigné que le point M_0, ce qui paraît impossible physiquement. Cela tient au fait que, lorsque nous regardons dans un instrument binoculaire, nous n'avons pas une notion bien précise de la distance à laquelle se forment les images et que nous jugeons du relief par la variation de parallaxe stéréoscopique en passant d'un point à un autre : si cette parallaxe stéréoscopique augmente, nous avons la sensation de rapprochement; si elle diminue, celle d'éloignement : *la notion de relief a un caractère essentiellement différentiel.*

Principe du stéréoscope. — Considérons les deux yeux fixant un point M. Soient O_1, O_2 leurs centres optiques. Pour voir le relief, l'observateur fait converger ses lignes de fixation successivement sur les divers points

---

(1) Il est possible d'objecter que dans cette expérience les yeux tournent dans leurs orbites. Cela est exact et lorsque nous fixons un point déterminé, nous amenons ses images au centre des foveas. Il n'en est pas moins vrai que les points voisins du point fixé forment leurs images sur les couples de cellules variables au cours de l'expérience, donc non correspondants. Il est donc plus exact de parler de zones correspondantes.

(2) Par exemple dans un stéréoscope de Brewster que nous décrirons plus loin.

M N P du paysage. Lorsque ces points sont très rapprochés, il a la vision du relief autour du point M, sans mouvement des yeux, grâce aux doubles images qui se produisent avant que l'une d'elles soit neutralisée.

Considérons les faisceaux de droites (O_1, M N P) et (O_2, M N P) et soit T T un plan vertical ou tableau (fig. 54). Les droites des deux faisceaux

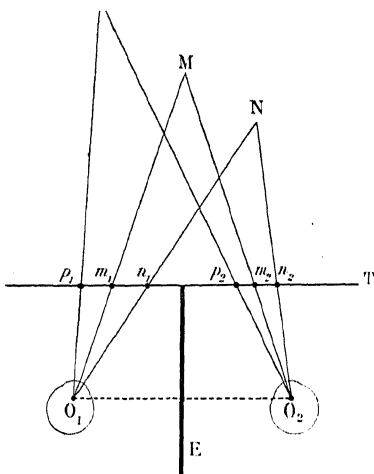



Fig. 54.

coupent le tableau aux points $m_1\, n_1\, p_1$ et $m_2\, n_2\, p_2$ et les figures ainsi tracées sont les perspectives de l'objet examiné pour chacun des points de vue O_1 et O_2.

Dessinons ces perspectives sur le tableau T T. Replaçons celui-ci dans sa position primitive; enlevons l'objet et disposons entre les deux yeux un écran vertical E de façon que chacun d'eux ne puisse apercevoir que la perspective qui lui correspond. Rien ne semble donc changé aux conditions d'observation, l'œil gauche va restituer le point M sur l'alignement $O_1\, m_1$, l'œil droit va le restituer sur l'alignement $O_2\, m_2$, c'est-à-dire qu'en vision binoculaire le point M sera situé à l'intersection de ces deux rayons, donc à la place qu'il occupait précédemment dans l'espace. Il en est de même pour les autres points N et P, c'est-à-dire que l'observateur va obtenir la vision du relief.

Ce raisonnement n'a qu'une valeur géométrique, car, du point de vue physiologique, il faut remarquer que ce dispositif *conserve les convergences*, mais *altère les accommodations* (1) : en effet, dans la vision de l'objet réel, les

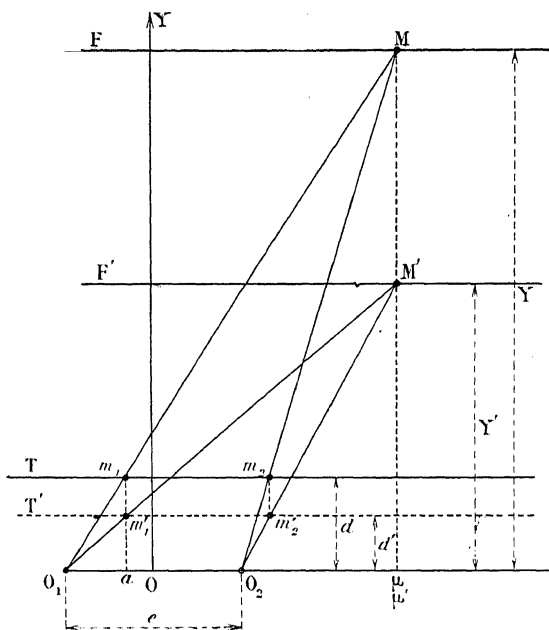
(1) Pour que le relief soit perçu sans fatigue, il faut que cette dissociation des deux éléments convergence et accommodation ne soit pas trop considérable : il faut que, pour un observateur non entraîné à cette dissociation, elle n'excède pas les limites de souplesse de sa relation convergence-accommodation. Nous verrons plus loin comment les stéréoscopes réalisent cette condition.

yeux étaient accommodés à l'éloignement du point M, tandis qu'actuellement ils sont accommodés à l'éloignement du tableau T T. Il en résulte que la relation convergence-accommodation n'est plus respectée et, en fait, si les éloignements de M et de T sont très différents, le cerveau ne fusionne plus les deux images. Lorsque les éloignements ne sont pas très différents, même dans d'assez larges limites, le fusionnement a lieu grâce à la souplesse de la relation convergence-accommodation et le relief est perçu.

Par suite de cette souplesse et aussi de la tolérance dans les points correspondants, il est possible de continuer à avoir la vision du relief en opérant divers déplacements des perspectives $m_1\ n_1\ p_1$ et $m_2\ n_2\ p_2$. Il est à noter toutefois que ces déplacements conduisent à une restitution d'un objet fictif non toujours semblable à l'objet réel.

Étudions ces déformations par la géométrie.

1° Éloignement du tableau.

Fig. 55.

Soit T la position correcte du tableau, à la distance d de la droite $O_1\ O_2$. Déplaçons-le par une translation parallèle à O Y (O Y perpendiculaire au milieu de $O_1\ O_2$). Il vient en T' à la distance d' et les points homologues $m_1\ m_2$ viennent en $m'_1\ m'_2$, ce qui, à la restitution, donne un point M' d'éloignement Y', alors que le point M avait l'éloignement Y (fig. 55). Nous avons :

$$\frac{m_1\ m_2}{e} = \frac{Y - d}{Y}$$

$$\frac{m'_1\ m'_2}{e} = \frac{Y' - d'}{Y'},$$

d'où :

$$\frac{d - Y}{Y} = \frac{d' - Y'}{Y'}$$

(1)
$$\frac{d}{Y} = \frac{d'}{Y'}$$

$$Y' = \frac{d'}{d}\ Y.$$

Donc, si Y est constant, Y′ est aussi constant, c'est-à-dire que : *Tous les points situés dans un plan de front sont restitués dans un plan de front.*

Abaissons M μ et M′ μ' perpendiculaires sur O X, nous avons :

$$\frac{O_1\,\mu}{Y} = \frac{O_1\,a}{d}$$

$$\frac{O_1\,\mu'}{Y'} = \frac{O_1\,a}{d'},$$

d'où :

$$\frac{d}{Y}\ O_1\,\mu = \frac{d'}{Y'}\ O_1\,\mu' \quad \text{ou} \quad O_1\,\mu = O_1\,\mu'$$

(2)
$$X = X'.$$

Donc M et M′ sont sur la même parallèle à O Y.

Donc : *les abscisses sont conservées.*

Si h est la hauteur au-dessus de l'horizontale principale du point projeté en m_1, nous avons pour Z, cote de M, la formule :

$$\frac{Z}{h} = \frac{O_1\,M}{O_1\,m_1} = \frac{Y}{d}$$

$$Z = \frac{h\,Y}{d}.$$

De même :

$$Z' = \frac{h\,Y'}{d'}.$$

Donc :

(3)
$$Z = Z',$$

c'est-à-dire que les *cotes sont conservées.*

Il en résulte que *les figures situées dans un plan de front sont restituées sans déformation dans un autre plan de front.*

Considérons un petit cube d'arête a ayant un sommet en M et ses arêtes parallèles aux axes de coordonnées ($d\,X = d\,Y = d\,Z = a$). Le sommet est restitué en M'. Les arêtes parallèles à O X et O Z sont restituées parallèlement à elles-mêmes et en vraie grandeur, comme nous venons de le voir et comme il résulte d'ailleurs de la différentiation des formules (2) et (3) :

$$d\,X' = d\,X. \tag{4}$$

$$d\,Z' = d\,Z \tag{5}$$

De plus, comme les points M et M' sont sur une même parallèle à O Y, il en résulte que l'arête de profil est restituée parallèlement à O Y. La formule (1) donne :

$$\frac{d' \times d\,Y'}{Y'^2} = \frac{d \times d\,Y}{Y^2}$$

$$\frac{d\,Y'}{d\,Y} = \frac{Y'}{Y} = \frac{d'}{d} \tag{6}$$

Les dimensions perpendiculaires au tableau sont donc altérées dans le rapport $\frac{d'}{d}$: *un cube dont les arêtes sont parallèles aux axes de coordonnées est restitué suivant un parallélipipède rectangle à base carrée. Si le tableau s'éloigne des points de vue, le relief augmente* (1), *il diminue si le tableau se rapproche.*

2° **Écartement des perspectives.** — Dans le plan du tableau T, rapprochons les deux perspectives en les faisant glisser parallèlement à O X et en sens contraire d'une même quantité $m_1\,m'_1 = m_2\,m'_2 = l$. Nous avons (fig. 56) :

$$\frac{m_1\,m_2}{Y - d} = \frac{e}{Y}$$

$$\frac{m'_1\,m'_2}{Y' - d} = \frac{e}{Y'}$$

d'où :

$$m_1\,m_2 - m'_1\,m'_2 = 2\,l = e\left(\frac{Y - d}{Y} - \frac{Y' - d'}{Y'}\right)$$

$$\frac{1}{Y'} - \frac{1}{Y} = \frac{2\,l}{d\,e}. \tag{1'}$$

(1) Nous verrons par la suite quel sens exact il convient de donner aux expressions : « le relief augmente » ou « le relief diminue ».

Les quantités l, d et e étant constantes, il en résulte que : *Tous les points situés dans un plan de front sont restitués dans un plan de front.*

La droite F′ coupe M O_1 et M O_2 en a_1 et a_2 et, puisque $m_1 m'_1 = m_2 m'_2$, nous avons :

$$M' a_1 = M' a_2.$$

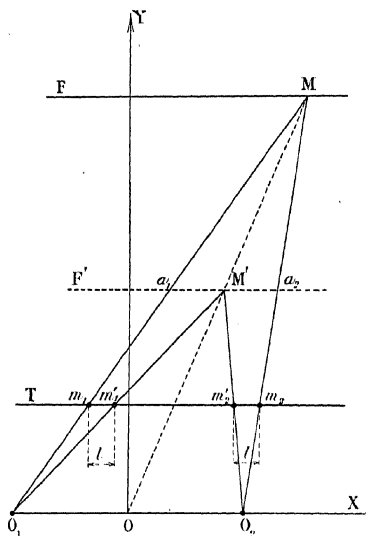



Fig. 5?.

Donc O, M′ et M sont en ligne droite, puisque O M et O M′ sont les médianes des deux triangles semblables O_1 O_2 M et a_1 a_2 M. De plus nous avons :

$$(2') \qquad \frac{X'}{X} = \frac{Y'}{Y}$$

$$\frac{Z}{h} = \frac{Y}{d}$$

$$\frac{Z'}{h} = \frac{Y'}{d},$$

d'où :

$$(3') \qquad \frac{Z'}{Z} = \frac{Y'}{Y} = \frac{X'}{X}.$$

Donc : *Toute figure située dans un plan de front F est restituée homothétiquement dans un plan de front F′, le centre d'homothétie étant O, milieu de O_1 O_2.*

Considérons un petit cube, placé comme précédemment et ayant un sommet en M. Soit a l'arête de ce cube. Le sommet est restitué en M'. L'arête horizontale située dans le plan de front T est restituée dans le plan de front T'. Soit $d\,X'$ sa longueur. Nous avons :

$$\frac{X}{X'} = \frac{Y}{Y'}$$

et, comme Y et Y' sont constants pour tous les points de cette arête :

$$(4') \qquad \frac{d\,X'}{d\,X} = \frac{Y'}{Y} = \beta \quad \text{ou} \quad \frac{d\,X'}{a} = \frac{Y'}{Y};$$

c'est le grandissement de front.

De même :

$$(5') \qquad \frac{d\,Z'}{d\,Z} = \frac{Y'}{Y} = \beta.$$

Par contre, la formule (1') nous donne :

$$(6') \qquad \frac{d\,Y'}{d\,Y} = \frac{Y'^2}{Y^2} = \alpha.$$

Le grandissement de profil est donc égal au carré du grandissement de front :

$$\alpha = \beta^2.$$

Posons :

$$\frac{d\,e}{2\,l} = f.$$

Nous avons :

$$(7') \qquad \frac{1}{Y'} - \frac{1}{Y} = \frac{1}{f}$$

$$(8') \qquad \begin{cases} Y' = \dfrac{f\,Y}{f + Y} \\[2mm] X' = \dfrac{f\,X}{f + Y} \\[2mm] Z' = \dfrac{f\,Z}{f + Y}. \end{cases}$$

Les équations (8') sont les équations d'une correspondance homographique. Donc, *à un cube objet correspond un tronc de pyramide à bases carrées dont les arêtes latérales concourent au foyer image de l'homographie.*

Les figures restituées sont les images des figures objets que donnerait

une lentille infiniment mince dont le plan coïnciderait avec le plan XOZ et dont le point O serait le centre optique.

Il résulte de ce qui précède que le solide restitué n'est pas semblable au solide objet.

Nous avons :

$$\alpha = \beta^2$$
$$\frac{\alpha}{\beta} = \beta = \frac{Y'}{Y}.$$

Donc, *si nous rapprochons les perspectives dans leur plan* $\left(\frac{Y'}{Y} < 1\right)$, *le relief est diminué ; ce relief est augmenté si nous écartons les perspectives :* dans le premier cas le solide s'allonge, dans le deuxième il s'aplatit.

3° Écartement des points de vue. — Les perspectives m_1 et m_2 restant en place, éloignons les points de vue en O'_1 et O'_2 de quantités égales (fig. 57) : $O_1 O'_1 = O_2 O'_2 = \lambda$.

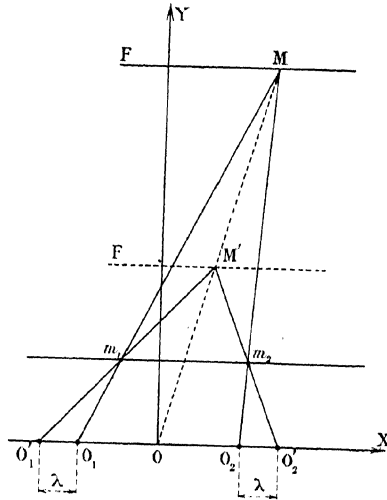



Fig. 57.

Le point M est restitué en M′ et nous avons :

$$\frac{m_1\ m_2}{Y - d} = \frac{e}{Y}$$
$$\frac{m_1\ m_2}{Y' - d} = \frac{e + 2\lambda}{Y'}$$

et, en posant :

$$e + 2\lambda = e',$$

il vient :

$$\frac{e'}{Y'} - \frac{e}{Y} = \frac{e' - e}{d}. \qquad (1'')$$

Les quantités e, e' et d étant constantes, il en résulte encore que : *Tous les points situés dans un plan de front sont restitués dans un plan de front.*

Puisque $O_1 O'_1 = O_2 O'_2$, nous avons :

$$a_1 M' = M' a_2$$

et, comme

$$O\ O_1 = O\ O_2,$$

les 3 points O, M′, M sont en ligne droite :

$$\frac{X'}{X} = \frac{Y'}{Y}. \qquad (2'')$$

Nous avons encore :

$$\frac{Z}{h} = \frac{Y}{d}$$

$$\frac{Z'}{h} = \frac{Y'}{d},$$

d'où :

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{Y'}{Y} = \frac{X'}{X}. \qquad (3'')$$

Le grandissement de front est :

$$\beta = \frac{d\,X'}{d\,X} = \frac{Y'}{Y} \qquad (4'')$$

ou :

$$\beta = \frac{d\,Z'}{d\,Z} = \frac{Y'}{Y}. \qquad (5'')$$

Le grandissement de profil est donné par différentiation de la formule (1″) :

$$\frac{e'\,d\,Y'}{Y'^2} = \frac{e\,d\,Y}{Y^2}$$

$$\frac{d\,Y'}{d\,Y} = \frac{e\ Y'^2}{e'\ Y^2} = \alpha, \qquad (6'')$$

ou :

$$\alpha = \frac{e}{e'}\,\beta^2.$$

Posons :

$$e' = n$$
$$e = n'$$
$$d = r.$$

Il vient :

(7″)
$$\frac{n}{Y'} - \frac{n'}{Y} = \frac{n - n'}{r}$$

(8″)
$$\left\{\begin{array}{l} Y' = \dfrac{n\ Y}{n' + \dfrac{n - n'}{r}\ Y} \\ X' = \dfrac{n\ X}{n' + \dfrac{n - n'}{r}\ Y} \\ Z' = \dfrac{n\ Z}{n' + \dfrac{n - n'}{r}\ Y}. \end{array}\right.$$

Les équations (8″) sont encore les équations d'une correspondance homographique. Donc, à *un cube objet correspond un tronc de pyramide restitué à bases carrées dont les arêtes latérales vont concourir au foyer image de l'homographie.*

Les figures restituées sont les images des figures objets que donnerait un dioptre de centre O dont le plan tangent au sommet serait T, dont l'indice du milieu objet serait $n = e'$ et dont l'indice du milieu image serait $n' = e$.

Nous avons :

$$\alpha = \frac{e}{e'}\ \beta^2$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \beta \times \frac{e}{e'} = \frac{e}{e'}\ \frac{Y'}{Y}.$$

Or si $e' > e$ nous avons $Y' < Y$, c'est-à-dire :

$$\frac{e}{e'} < 1$$

$$\frac{Y'}{Y} < 1.$$

Donc, *si nous écartons les points de vue, le relief diminue, il augmente si nous les rapprochons.*

4° Écartement des perspectives et écartement des points de vue. — Nous venons de voir que, si nous écartons les points de vue, le solide

restitué s'aplatit, tandis qu'il s'allonge si nous écartons les perspectives. Le solide restitué s'allonge si nous rapprochons les points de vue, tandis qu'il s'aplatit si nous rapprochons les perspectives. Nous pouvons donc, pour un certain déplacement des points de vue, trouver un déplacement des perspectives tel que le solide restitué soit semblable au solide objet.

Rapprochons d'abord, par exemple, les perspectives. Nous avons :

$$\frac{1}{Y'} - \frac{1}{Y} = \frac{2\,l}{d\,e}.$$

Rapprochons maintenant les points de vue. Nous avons :

$$\frac{e'}{Y''} - \frac{e}{Y'} = \frac{e' - e}{d}.$$

d'où, en éliminant Y' :

$$-\frac{e}{Y} + \frac{e'}{Y''} = \frac{2\,l + (e' - e)}{\;} = \frac{e'\,Y - e\,Y''}{Y\,Y''}$$

D'autre part nous avons :

$$\left\{\begin{array}{l} \beta' = \dfrac{Y'}{Y} \\ \alpha' = \beta'^2 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \beta'' = \dfrac{Y''}{Y'} \\ \alpha'' = \dfrac{e}{e'}\,\beta''^2. \end{array}\right.$$

Nous voulons avoir :

$$\alpha'\,\alpha'' = \beta'\,\beta'',$$

ou :

$$\frac{\alpha'}{\beta'} \times \frac{\alpha''}{\beta''} = 1$$

$$\beta' \times \frac{e}{e'}\,\beta'' = 1$$

$$\frac{Y'}{Y} \times \frac{e}{e'}\,\frac{Y''}{Y'} = 1$$

$$e'\,Y - eY'' = 0,$$

ce qui a lieu identiquement, si

$$2\,l + (e' - e) = 0$$

$$e - e' = 2\,l.$$

Le solide restitué sera donc semblable au solide objet toutes les fois que les perspectives et les points de vue se déplaceront symétriquement de chaque côté de l'axe O Y de quantités égales.

Dans ces conditions, nous avons :

$$\frac{1}{Y'} - \frac{1}{Y} = \frac{2\,l}{d\,e}$$

$$\frac{e'}{Y''} - \frac{e}{Y'} = \frac{-2\,l}{d}$$

$$-\frac{e}{Y} + \frac{e'}{Y''} = 0$$

$$\frac{Y''}{Y} = \frac{e'}{e}$$

$$\left\{\begin{aligned} Y'' &= \frac{e'}{e}\,Y \\ X'' &= \frac{e'}{e}\,X \\ Z'' &= \frac{e'}{e}\,Z. \end{aligned}\right.$$

Ces équations montrent que le solide restitué est homothétique au solide objet, le centre d'homothétie étant O et le rapport d'homothétie étant $\frac{e'}{e}$.

5° Translation d'ensemble des perspectives.

Considérons d'abord une translation parallèle à OX, c'est-à-dire (fig. 58) :

$$\overline{m_1\,m'_1} = \overline{m_2\,m'_2} = t.$$

Nous avons :

$$\frac{m_1\,m_2}{Y-d} = \frac{e}{Y}$$

$$\frac{m'_1\,m'_2}{Y'-d} = \frac{e}{Y'},$$

d'où :

$$\frac{Y-d}{Y} = \frac{Y'-d}{Y'}$$

$$Y = Y'.$$

Donc, *tous les points situés dans un plan de front sont restitués dans le*

même plan de front, chaque figure située dans ce plan restant égale à elle-même, mais subissant une translation T telle que :

$$\frac{T}{t} = \frac{Y}{d}$$

$$T = \frac{t}{d} Y.$$

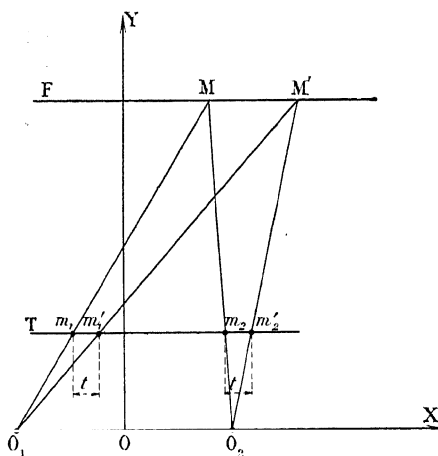



Fig. 58.

L'amplitude de cette translation n'est pas la même dans tous les plans de front. Elle est proportionnelle à l'éloignement de ces plans. Il en résulte qu'un *cube objet est restitué suivant un parallélipipède à base carrée, oblique sur le plan Y O Z.*

Une translation verticale d'ensemble des perspectives donne les mêmes résultats par rapport au plan Y O X.

6° Rotation des perspectives.

Prenons comme plan de figure le plan vertical contenant les deux tableaux. Un point M du terrain forme ses images en μ_1 μ_2. Prenons comme axes des x_1 et des x_2 la droite ω_1 ω_2 joignant les points principaux, dirigée de ω_1 vers ω_2, et comme axes des z_1 et des z_2 les verticales ascendantes des points ω_1 et ω_2 (fig. 59). La droite ω_1 ω_2 est horizontale, c'est la parallèle à l'horizontale des points de vue et nous avons :

$$\omega_1 \, \omega_2 = O_1 \, O_2 = e.$$

Faisons tourner chaque perspective dans son plan du même angle θ

autour de son point principal. Les coordonnées de μ_1 sont x_1, z_1; celles de μ_2 sont x_2, z_1. Les coordonnées de μ'_1 et μ'_2 sont :

$$\mu'_1 \begin{cases} x'_1 = x_1 \cos\theta - z_1 \sin\theta \\ z'_1 = x_1 \sin\theta + z_1 \cos\theta \end{cases}$$
$$\mu'_2 \begin{cases} x'_2 = x_2 \cos\theta - z_1 \sin\theta \\ z'_2 = x_2 \sin\theta + z_1 \cos\theta. \end{cases}$$

Posons $x_1 - x_2 = p$. Appelons cette quantité parallaxe linéaire du point M dans le système considéré : c'est une quantité qui interviendra souvent par la suite dans nos calculs.

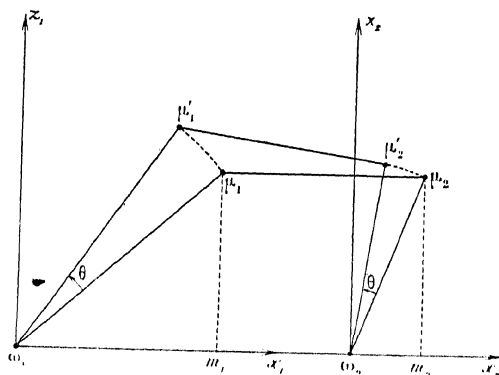



Fig. 59.

C'est cette quantité p qui détermine la distance du point restitué m la droite $O_1 O_2$. Nous avons en effet :

$$\frac{X_1}{x_1} = \frac{Y}{d}$$
$$\frac{X_2}{x_2} = \frac{Y}{d}$$

d'où :

$$\frac{X_1}{x_1} = \frac{X_2}{x_2} = \frac{X_1 - X_2}{x_1 - x_2} = \frac{e}{p}$$
$$Y = \frac{d\,e}{p}$$

et, en particulier, si $p = 0$, nous avons $Y = \infty$.

Des équations précédentes nous déduisons :

$$p' = x'_1 - x'_2 = (x_1 - x_2)\cos\theta = p\cos\theta$$
$$z'_1 - z'_2 = (x_1 - x_2)\sin\theta = p\sin\theta.$$

Donc, en général :

$$- z'$$

c'est-à-dire que la droite $\mu'_1 \mu'_2$ n'est pas parallèle à $O_1 O_2$. Donc les droites $O_1 \mu_1$ et $O_2 \mu_2$ ne se rencontrent pas : *il n'y a pas, géométriquement parlant, de solide restitué.*

Toutefois, grâce aux tolérances de la vision stéréoscopique, le cerveau fusionne quand même les images des points homologues, tant que celles-ci se forment sur les zones correspondantes des deux rétines. Par conséquent, tant que $(z'_1 - z'_2)$ est assez faible, nous ne dédoublons pas les images. Cela a lieu, en particulier dans les deux cas suivants :

1° θ est très petit : il y a fusionnement pour tous les points du champ, quel que soit p, c'est-à-dire quel que soit leur éloignement Y.

2° p est très petit : il y a fusionnement pour les points privilégiés jouissant de cette propriété, c'est-à-dire pour les points suffisamment éloignés, et cela, quelle que soit la valeur de θ. Considérons l'alignement O_1 M et sur cet alignement un point N. Nous avons (fig. 60) :

$$dp = m_2 n_2$$
$$dY = - \frac{de}{p^2} dp,$$

ou, en appelant δY et δp les valeurs absolues des accroissements dY et dp :

$$\delta Y = \frac{de}{p^2} \delta p.$$

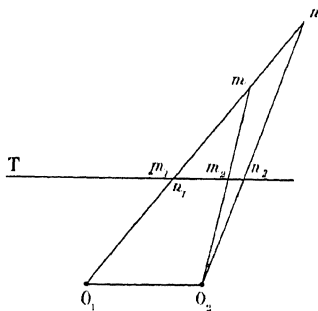



Fig. 60.

Après rotation de θ des deux perspectives, nous obtenons, en projection horizontale, deux points m' et n' qui sont les pieds des verticales s'appuyant sur les deux couples de rayons homologues $(O_1 \mu'_1, O_2 \mu'_2)$ et $(O_1 \nu'_1, O_2 \nu'_2)$.

Appelons q la parallaxe linéaire du point N. Après rotation de θ des deux perspectives, nous avons :

$$p' = p \cos \theta$$
$$q' = q \cos \theta.$$

Les éloignements des points m' et n' sont :

$$Y'_{m'} = \frac{d\,e}{p'}$$
$$Y'_{n'} = \frac{d\,e}{q'}$$

d'où :

$$\delta\, Y' = Y'_{m'} - Y'_{n'} = \frac{d\,e\,(q' - p')}{p'\,q'},$$

ou, au second ordre près :

$$\delta\, Y' = \frac{d\,e\ (q' - p')}{p^2} = \frac{d\,e \times \delta\, p \cos \theta}{p^2}$$
$$\delta\, Y' = \delta\, Y \cos \theta.$$

L'intensité du relief restitué est donc proportionnelle à cos θ.

Lorsque $\theta = 0$, nous restituons un solide identique comme dimensions et comme emplacement au solide objet. Puis, lorsque θ augmente, le solide restitué s'aplatit (car $\delta\, Y'$ diminue en partant de la valeur $\delta\, Y$) tout en s'éloignant, car

$$Y' = \frac{d\,e}{p'} = \frac{d\,e}{p \cos \theta} = \frac{Y}{\cos \theta}.$$

Lorsque $\theta = \frac{\pi}{2}$ nous avons

$$\delta\, Y' = 0$$
$$Y' = \infty,$$

le solide restitué est à l'infini et son relief est nul : il est complètement aplati.

Si nous continuons à faire croître θ, le solide restitué se rapproche, le relief augmente, mais il est inversé, car $d\,Y'$ change de signe. Enfin, lorsque $\theta = \pi$, le solide restitué reprend la place et les dimensions du solide objet, mais le relief est inversé : nous avons une *restitution pseudoscopique* : les bosses du terrain deviennent des creux : nous avons l'illusion de regarder le moule en creux dans lequel le terrain aurait été coulé.

7° Agrandissement ou réduction des perspectives. — Supposons que les deux perspectives aient été agrandies ou réduites, homothétiquement et dans le même rapport, par la photographie par exemple. Replaçons ces perspectives de façon que leurs points principaux et leurs orientations soient corrects.

Appelons :

X, Y, Z les coordonnées d'un point M du solide objet
x_1 et z_1 les coordonnées de son image μ_1
x_2 et z_2 — — μ_2
X', Y', Z' les coordonnées du point M' restitué
x'_1 et z'_1 — de son image μ'_1
x'_2 et z'_2 — — μ'_2
k le rapport d'homothétie.

Nous avons :

$$Y = \frac{de}{p} \qquad (p = x_1 - x_2)$$

$$Y' = \frac{de}{p'} = \frac{de}{kp} = \frac{Y}{k} \qquad (p' = x'_1 - x'_2 = k\,x_1 - k\,x_2 = k\,p)$$

$$\frac{X}{x} = \frac{Y}{d}$$

$$X = \frac{x\,Y}{d}$$

$$X' = \frac{x'\,Y'}{d} = \frac{k\,x \times \frac{Y}{k}}{d} = \frac{x\,Y}{d}$$

d'où :

$$\left\{\begin{array}{l} X' = X \\ Y' = \dfrac{Y}{k} \\ Z' = Z. \end{array}\right.$$

Donc : *les figures de front sont restituées en vraie grandeur dans des plans de front, mais l'éloignement de ceux-ci est k fois plus petit que celui des plans objets.* Il en résulte que l'objet restitué est aplati si les perspectives sont agrandies et étiré si les perspectives sont réduites, puisque :

$$\left\{\begin{array}{l} d\,X' = d\,X \\ d\,Z' = d\,Z \\ d\,Y' = \dfrac{d\,Y}{k}. \end{array}\right.$$

Si, en même temps que nous agrandissons les perspectives, nous augmentons la distance principale dans le même rapport, nous avons :

$$d' = k\,d$$

$$\left\{\begin{array}{l} Y' = \dfrac{k\,de}{p'} = \dfrac{k\,de}{k\,p} = Y \\ X' = \dfrac{x'\,Y'}{d'} = \dfrac{k\,x \times Y}{k\,d} = X \\ Z' = Z. \end{array}\right.$$

Le solide restitué coïncide avec le solide objet, ainsi que nous pouvions le prévoir directement.

Relief exagéré. Relief diminué. — Considérons un certain paysage. Nous avons une certaine impression. Dans le plan de front contenant les centres optiques de nos yeux (ou plus exactement les points nodaux arrière) plaçons les deux centres optiques d'un appareil photographique stéréoscopique, sur une parallèle à la droite joignant nos centres optiques des yeux, au même écartement ou à un écartement plus grand, et prenons un couple de clichés. Examinons maintenant le paysage avec un appareil binoculaire d'observation, ou examinons le couple de clichés stéréoscopiques avec un stéréoscope. Un point lumineux du paysage va émettre deux petits pinceaux pénétrant dans nos deux pupilles (cas de l'appareil binoculaire d'observation), ou chacun des deux points homologues, images de ce point du terrain sur les photographies va émettre un petit pinceau de rayons pénétrant dans la pupille correspondante (cas du stéréoscope). Considérons les rayons centraux de ces faisceaux.

Admettons d'abord que, pour qu'il y ait un objet restitué, il faille que les prolongements des deux rayons centraux se coupent dans l'espace en un point virtuel M qui sera la restitution du point M_0 considéré dans le paysage. Le lieu géométrique du point M_0 est le *solide objet*, le lieu géométrique du point M est le *solide restitué*.

Il est des cas où le solide restitué *géométriquement* n'est pas semblable au solide objet : par exemple un cube dont une face est dans un plan de front est restitué selon un parallélipipède rectangle à base carrée située dans un plan de front et égale à celle du cube objet, mais l'arête de profil du parallélipipède restitué est plus grande que l'arête du cube. Le solide restitué est étiré *en profondeur ;* certains auteurs disent que son *relief est augmenté* ou *exagéré*, expression qui, dans ce cas particulier, ne prête pas à critique.

En réalité, nous pourrions dire que, dans ce cas, il n'y a pas restitution, si nous restreignons le sens de ce mot à : reproduction d'un objet semblable à l'objet réel. Étendons toutefois cette signification et disons, pour le mo-

ment, qu'il y a restitution chaque fois que les rayons homologues se rencontrent dans l'espace.

Considérons maintenant le cas où le point M de rencontre des rayons centraux décrit un solide semblable au solide objet. Supposons par exemple que ce solide soit k fois plus petit que le solide objet et k fois plus proche. Pour emprunter une comparaison donnée par M. *Colardeau* (1), nous aurons l'illusion, au lieu de regarder une statue grandeur nature placée à 5 m, de regarder une réduction au dixième de la statue, cette statuette étant placée à 50 cm. La statuette est vue sous le même diamètre apparent que la statue, mais néanmoins elle semble plus fouillée, les détails ressortent mieux. Certains auteurs disent que la restitution donne un *relief exagéré* parce que la sensation de relief est plus intense, que le modelé s'apprécie mieux, que les détails semblent plus nets. Cette expression ne semble pas très bien choisie, car on ne peut pas dire que la statuette ait un relief faux, puisqu'elle est l'exacte reproduction de la statue à l'échelle 1/10.

Cherchons la cause de l'augmentation de l'intensité de perception des détails. Appelons e l'écartement des centres optiques des yeux, Y l'éloignement d'un point de la statue, α_0 la parallaxe stéréoscopique apparente du point M_0. Nous avons :

$$\alpha_0 = \frac{e}{Y_0}.$$

Si l'éloignement varie de δY_0 en valeur absolue, la parallaxe stéréoscopique α_0 variera de $\delta \alpha_0$ en valeur absolue, et nous aurons :

$$\delta \alpha_0 = \frac{e}{Y_0^2} \delta Y_0.$$

Appelons M le point correspondant au point M_0 dans la restitution, Y son éloignement, α sa parallaxe stéréoscopique. Pour une variation δY de Y nous avons :

$$\delta \alpha = \frac{e}{Y^2} \delta Y.$$

Or nous verrons par la suite que, pour avoir la notion que deux points n'ont pas le même éloignement, il faut que la variation de parallaxe entre ces deux points soit supérieure à une valeur δ, bien déterminée pour chaque observateur et pour des conditions d'observation données.

Les différences d'éloignement perceptibles dans les deux cas seront donc données par les relations :

(1) *E. Colardeau*, Traité général de Stéréoscopie, page 34.

$$\delta = \frac{e}{Y_0^2}\,\delta Y_0$$

$$\delta = \frac{e}{Y^2}\,\delta Y$$

d'où :

$$\frac{\delta Y_0}{Y_0^{2}} = \frac{\delta Y}{Y^2}$$

et, comme

$$Y = \frac{1}{10}\,Y_0,$$

$$\delta Y = \frac{1}{100}\,\delta Y_0.$$

Appelons y_0 une dimension de profil de la statue; l'épaisseur de la tête par exemple, et y la dimension correspondante de la statuette. Nous avons :

$$\frac{\delta Y}{y} = \frac{1}{100} \times \frac{\delta Y_0}{y} = \frac{1}{100} \times \frac{\delta Y_0}{\frac{y_0}{10}}$$

$$\frac{\delta Y}{y} = \frac{1}{10}\,\frac{\delta Y_0}{y_0}.$$

Donc, si sur la statue le plus petit détail que nous pouvons percevoir a une épaisseur relative $\frac{\delta Y_0}{y_0}$, nous pourrons, sur la statuette, percevoir un détail d'épaisseur relative dix fois plus faible. La statuette nous apparaîtra donc plus détaillée, plus fouillée que la statue qui, examinée après la statuette, donnera l'impression aplatie d'un bas-relief. Mais il n'est pas correct de dire que le relief de la statuette est exagéré, car les conditions d'observation ne sont pas les mêmes.

Cependant, l'expression de relief exagéré, tout en étant inexacte, peut, jusqu'à un certain point, s'expliquer si nous la rapportons à une impression physiologique. Considérons, pour emprunter encore un exemple à M. Colardeau [1], un univers que nous pourrions réduire au dixième, tout en conservant notre taille. Nous savons qu'à partir d'une certaine distance nous perdons toute sensation de relief : par exemple, lorsque, dans un panorama fermé par des montagnes situées à 20 km, la lune se lève ou se couche, elle nous apparaît dans le même plan que les hauteurs limitant notre horizon. Si donc nous avons un panorama dans lequel les montagnes sont à 200 km et un panorama réduit au dixième dans lequel elles sont à 20 km, l'ho-

(1) *E. Colardeau,* Traité général de Stéréoscopie, p. 59.

rizon nous apparaîtra à la même distance. Si une maison est à 100 m de nous dans l'univers réel, sa réduction sera à 10 m dans l'univers réduit. Nous aurons donc l'impression que les premiers plans se rapprochent, alors que l'horizon ne bouge pas. L'univers paraît non seulement réduit, mais les objets peu éloignés paraissent rapprochés de nous, alors que les objets lointains paraissent simplement réduits : le paysage semble rapetissé et étiré vers nous, d'où l'expression d'exagération du relief.

Tous ces raisonnements ont un caractère un peu géométrique, et il faut tenir compte d'un autre phénomène physiologique : l'interprétation du cerveau. Si, par exemple, nous examinons la statue seule, sans la comparer à la statuette, comme nous savons que c'est une statue, notre cerveau cherchera à restituer la statue déjà vue et nous n'aurons pas la sensation de regarder un bas-relief.

Mais supposons que nous examinions un objet inconnu que nous voyons pour la première fois, par exemple une mince plaquette horizontale en forme de crémaillère, placée sur le sol à 50 m sur un fond noir, sans aucun détail connu nous permettant de trouver des éléments d'appréciation (fig. 61).

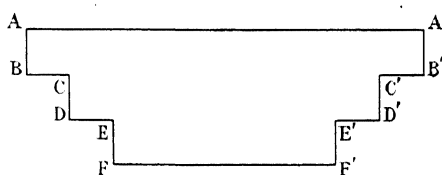



Fig. 61.

Examinons sur le même fond un solide réduit qui nous donne la même impression, en supposant que nous ayons les yeux placés à hauteur du sol parfaitement horizontal et également noir, de façon à n'avoir aucun élément d'appréciation des distances. Nous constaterons que le solide réduit placé à 5 m sera tel que (en désignant par des petites lettres ses sommets) :

$$ff' = \frac{\mathrm{FF'}}{10}$$

$$ef = \frac{\mathrm{EF}}{100}.$$

Nous devons donc, pour juger exactement une reconstitution stéréoscopique, faire intervenir des éléments géométriques et des éléments physiologiques. Il n'est pas inutile, pour éviter toute ambiguité de langage, de préciser le sens des expressions que nous emploierons par la suite.

Considérons un point P du solide objet et soit un petit élément de trièdre trirectangle ayant ce point comme sommet et comme arêtes :

δX arête horizontale parallèle au tableau,
δY arête horizontale perpendiculaire au tableau,
δZ arête verticale,

les 3 éléments δX, δY et δZ étant égaux :

$$\delta X = \delta Y = \delta Z$$

Appelons Y l'éloignement du point P par rapport à la droite joignant les centres optiques des deux yeux de l'observateur. L'instrument binoculaire d'observation donne du solide objet, ou des deux épreuves stéréoscopiques prises perpendiculairement à la droite ci-dessus, une image géométrique ou solide restitué. Le point P est restitué en P′, situé à la distance Y′ de l'observateur; les arêtes δX, δY, δZ sont restituées parallèlement à elles-mêmes et ont comme longueurs :

$$\delta X' = \delta Z'$$
$$\delta Y'.$$

Le petit cube objet, examiné sans instrument, à la distance Y, a un *diamètre apparent :*

$$\delta \beta = \frac{\delta X}{Y} = \frac{\delta Z}{Y}.$$

La variation de parallaxe stéréoscopique le long de l'arête de profil est :

$$\delta \alpha = \frac{e \delta Y}{Y^2}.$$

Nous appellerons l'angle $\delta \alpha$ le *relief apparent* du cube *à la distance* Y.

Le trièdre restitué P′ examiné avec l'intrument aura un diamètre apparent $\delta \beta'$:

$$\delta \beta' = \frac{\delta X'}{Y'} = \frac{\delta Z'}{Y'}$$

et un relief apparent $\delta \alpha'$ à la distance Y′ :

$$\delta \alpha' = \frac{e \delta Y'}{Y'^2}.$$

Pour que notre impression physiologique soit la même dans l'examen du trièdre objet et du trièdre restitué, il faut que leur diamètre apparent et leur relief apparent soient les mêmes.

Commençons donc par nous mettre dans des conditions d'observation

nous donnant le même diamètre apparent et, pour cela, plaçons-nous à une distance Y_1 du cube objet, telle que :

$$\delta \beta_1 = \delta \beta'.$$

Le relief apparent du trièdre trirectangle examiné sans instrument sera alors $\delta \alpha_1$. Posons :

$$R = \frac{\delta \alpha'}{\delta \alpha_1}.$$

Nous appellerons le nombre R le *relief relatif* autour du point P considéré et nous dirons que :

Le relief est augmenté (ou exagéré) si $R > 1$
Le relief n'est pas modifié si $R = 1$
Le relief est diminué si $R < 1$.

Nous ne parlerons pas de *relief absolu*, car celui-ci ne pourrait être défini que par une sensation physiologique liée à la grandeur d'une différence de parallaxes et, suivant une comparaison de M. Colardeau, l'expression relief absolu n'aurait pas plus de sens que l'expression « diamètre apparent absolu » (1).

Avec ces conventions, nous voyons que le solide restitué qui donne la même impression physiologique que le solide objet ne lui est plus géométriquement semblable, dans le cas général.

Remarquons à ce sujet que le solide restitué déformé, même lorsqu'il semble aplati, peut paraître plus détaillé, plus fouillé que le solide objet; cela dépend du rapport entre l'aplatissement et le rapprochement du solide restitué. Nous reviendrons par la suite sur ce point.

Enfin, élargissons encore le sens du mot restitution : nous dirons qu'il y aura un solide restitué, non seulement lorsque les rayons centraux se rencontreront deux à deux, mais lorsqu'ils intercepteront, sur la verticale qui s'appuie sur eux, un segment suffisamment petit pour que l'observateur puisse encore fusionner les images.

Insuffisance de la théorie géométrique de la restitution. — Les considérations géométriques précédemment exposées aident à expliquer les phénomènes de la vision stéréoscopique, mais il ne faut pas les considérer d'une façon absolue.

Lorsque nous plaçons les deux centres optiques des yeux aux points O_1 et O_2, nous ne changeons rien à la convergence des lignes de visée, mais

(1) *E. Colardeau*, Traité général de Stéréoscopie, p. 30.

nous changeons l'accommodation qui est figée, pour tous les points examinés, à une même distance d, alors que, dans la nature, elle varie avec chacun de ces points. Nous modifions donc la relation convergence-accommodation et il n'est pas extraordinaire que le cerveau interprète le paysage restitué d'une autre façon que celle qui est fixée par la géométrie.

En outre, nous avons vu que nous jugeons du relief d'un objet par la variation de parallaxe stéréoscopique qui se produit lorsque notre point de fixation binoculaire parcourt cet objet, depuis son premier plan jusqu'à son arrière-plan. Nous jugeons de ses dimensions de front par leur diamètre apparent. Si donc $\delta \beta$ est le diamètre apparent d'un petit élément de volume, $\delta \alpha$ la variation de parallaxe stéréoscopique suivant la profondeur de cet élément, $\delta \alpha'$ et $\delta \beta'$ les valeurs de ces mêmes angles pour le solide restitué, le relief relatif ne sera conservé que si :

$$\delta \beta' = \delta \beta$$
$$\delta \alpha' = \delta \alpha.$$

Si donc un cube objet donne un cube restitué identique, mais différemment éloigné, la théorie géométrique nous conduira à dire que le relief relatif est conservé, alors que physiologiquement celui-ci nous semblera soit étiré, soit aplati, suivant la distance à laquelle il est restitué.

La théorie géométrique nous fixera donc uniquement la forme géométrique et l'éloignement du solide restitué; nous devrons ensuite évaluer les angles $\delta \beta'$ et $\delta \alpha'$, rechercher les conditions de vision du cube objet sans instrument d'observation qui donnent : $\delta \beta_1 = \delta \beta'$ et calculer le rapport $\frac{\delta \alpha'}{\delta \alpha_1}$, si nous voulons tirer des conclusions physiologiques.

Reconstitutions correctes et reconstitutions incorrectes. — Nous avons vu qu'en général le solide restitué ne coïncide pas avec le solide objet et qu'il est plus ou moins déformé. Cette coïncidence est difficile à réaliser avec les stéréoscopes à réflexion, car il faudrait agrandir les stéréogrammes obtenus par photographie, de façon à les rendre identiques aux perspectives qui auraient été obtenues sur le tableau virtuel d'observation de leurs images, les centres optiques des yeux (ou plus exactement les points nodaux antérieurs) étant les points de vue. Il s'en suit que la restitution obtenue est, sauf exceptions très rares, *infidèle ou incorrecte*. Dans le cas des stéréoscopes à réfraction, la coïncidence exige :

1° Que les focales de l'appareil de prise de vues et du stéréoscope soient identiques;

2° Que les stéréogrammes soient placés dans le plan focal des oculaires d'observation;

3° Que l'écartement des axes optiques des objectifs photographiques soit le même que celui des oculaires du stéréoscope.

Tout couple de stéréogrammes peut donc donner une infinité de solides reconstitués, selon qu'on fait varier l'un ou l'autre des éléments géométriques dont nous avons étudié l'influence sur la reconstitution (déplacement des points de vue, déplacement des stéréogrammes, etc.). Il n'existe qu'*un cas de reconstitution correcte ou fidèle :* celui qui reproduit exactement les conditions de prise de vues.

Lorsque les conditions de restitution correcte sont approximativement réalisées, nous continuons à voir le relief d'une façon satisfaisante; cela tient à deux causes :

1° Nous ignorons en général la forme exacte des objets examinés;

2° Lorsque cette forme nous est connue, nous interprétons nos sensations, *nous voyons ce que notre cerveau veut voir* et nous ne percevons pas, par suite, les déformations, tant que celles-ci ne sont pas très importantes, tant que, suivant l'expression de M. Bouasse, la déformation n'est pas *caricaturale*.

La limite des déformations acceptables dépend donc de la connaissance que nous avons des objets et de leurs formes : si celles-ci ont un caractère géométrique net, la restitution devra ne pas trop s'éloigner de la réalité. Dans le cas de la stéréophotogrammétrie, nous avons à restituer des paysages; nous pourrons donc tolérer des déformations assez considérables. Nous pouvons même dépasser la limite où la reconstitution devient caricaturale, car ce qui nous importe, c'est de faire des pointés stéréoscopiques dans les divers plans de front successifs : nous portons notre attention aux environs immédiats du point considéré, sans nous préoccuper des autres zones du terrain. Il nous faut d'ailleurs remarquer encore que dans les appareils de stéréophotogrammétrie les champs sont faibles et que, par suite, les déformations nous frappent moins facilement. Enfin, même si les déformations paraissent exagérées, le fait est assez peu important, car nous ne cherchons pas un effet artistique, mais nous demandons à l'appareil de nous déceler des variations d'éloignement aussi faibles que possible.

III — VISION STÉRÉOSCOPIQUE SANS INSTRUMENT

Parallaxe stéréoscopique. — *La notion de distance*, donnée par la vision binoculaire, dépend, comme nous l'avons vu, de plusieurs éléments, dont le principal semble être la *convergence* des lignes de visée. Appelons e l'écartement des centres optiques des yeux de l'observateur et Y l'éloignement de l'objet examiné.

La parallaxe stéréoscopique (1) est l'angle α de convergence des lignes de

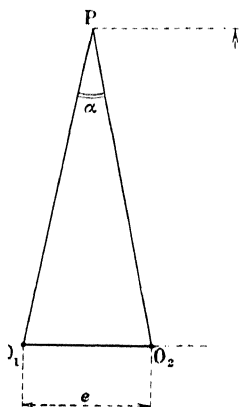
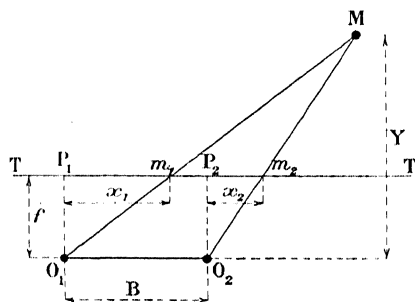



Fig. 62.

visée et, comme cet angle est toujours petit, nous pouvons écrire (fig. 62) :

$$\text{(I)} \qquad \alpha = \frac{\quad}{\mathrm{Y}}.$$

(1) Soient T le tableau et O_1 O_2 les points de vue. Considérons la quantité : $a = x_1 - x_2 = \mathrm{B} - m_1 m_2$.
La plupart des auteurs allemands ayant écrit sur la stéréophotogrammétrie appellent *parallaxe stéréoscopique* la quantité a. C'est elle qui fixe l'éloignement $\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{B}f}{a}$ du point M. M. H. Bouasse a dans son ouvrage : *Vision et reproduction des formes et des couleurs*, conservé cette définition. M. A. Pelletan, dans son « Traité de Topographie », appelle cette quantité *parallaxe*. Toutefois, le mot parallaxe désignant en général, en astronomie en particulier, un angle, nous lui conserverons ce sens et, pour préciser que la parallaxe que nous considérons est prise par rapport à une base qui est l'écartement des centres optiques

des deux yeux, nous l'appellerons parallaxe stéréoscopique. C'est de la valeur de cette grandeur ou, plus exactement, de la variation de celle-ci, que dépend la sensation de relief, l'effet stéréoscopique.

Considérons la circonférence décrite sur O_1-O_2 et capable de l'angle α, c'est le lieu des points d'égale parallaxe stéréoscopique α. Fixons le point M, ses images rétiniennes m_1 m_2 se forment aux centres des deux foveas, donc en deux points correspondants. Un point voisin M' de la circonférence est tel que :

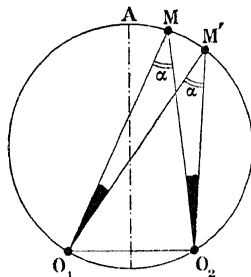
$$\widehat{\mathrm{MO_1M'}} = \widehat{\mathrm{MO_2M'}}$$

comme ayant même mesure, l'arc $\frac{\widehat{\mathrm{MM'}}}{2}$.

Lorsque l'observateur n'a pas d'éléments de comparaison (éloignements connus, silhouettes de dimensions connues dont les dimensions apparentes renseignent sur l'éloignement, etc.), l'expérience montre qu'il commet des

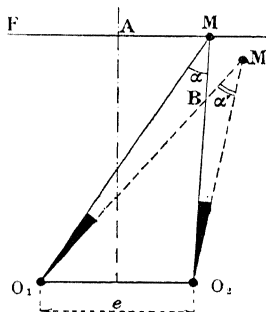
Il s'ensuit que les images m'_1 et m'_2 de M′ se forment également sur deux points correspondants.

Comme nous opérons au voisinage immédiat du point A, nous pouvons confondre la circonférence et sa tangente et nous voyons que tous les points d'un même plan de front ont même parallaxe stéréoscopique et forment leurs images en des points correspondants des deux rétines.

Considérons maintenant un point M′ voisin de M, mais non contenu dans le plan de front F F. Soit α sa parallaxe stéréoscopique. Les angles $\widehat{MO_1M'}$ et $\widehat{MO_2M'}$ ne sont plus égaux et nous avons :

$$\widehat{O_1BO_2} = \alpha + \widehat{MO_1M'} = \alpha' + \widehat{MO_2M'}$$
$$\alpha' - \alpha = \widehat{MO_1M'} - \widehat{MO_2M'}.$$

Il s'ensuit que les images m'_1 et m'_2 ne se forment plus sur des points correspondants et nous avons vu que ce fait nous permet d'apprécier le relief autour du point M. C'est donc de la différence entre les angles $\widehat{MO_1M'}$ et $\widehat{MO_2M'}$ que résulte physiologiquement la sensation de relief. Cette différence est géométriquement égale à la différence $(\alpha' - \alpha)$. L'angle α est une donnée immédiate, puisque sa valeur est une simple fonction de l'éloignement Y du point M :

$$\alpha = \frac{Y}{e}.$$

La connaissance de l'angle $\widehat{MO_1M'}$ est au contraire une donnée complexe. Sa valeur dépend de l'éloignement du point M, de la longueur M M′ et de l'orientation de ce segment.

Il en résulte que, dans ce qui suivra, l'angle α interviendra souvent dans les calculs, de préférence à l'angle $\widehat{MO_1M'}$. Il est donc naturel d'appeler α *parallaxe stéréoscopique* et de dire que la sensation de relief autour du point M dépend de la variation de cette grandeur, étant bien entendu que cette variation, qui s'exprime très simplement en calculant $(\alpha' - \alpha)$, est égale à la variation $(\widehat{MO_1M'} - \widehat{MO_2M'})$ qui semble être plus intéressante à considérer du point de vue physiologique.

Étant donné que la sensation de relief entre deux points d'éloignements Y et Y + d Y dépend de la

erreurs très importantes dans l'évaluation de Y. La connaissance approchée de l'angle α, donnée par le sens musculaire, ainsi que l'accommodation correspondant à la convergence α et liée à celle-ci par la relation convergence-accommodation, relation d'ailleurs très souple, ne lui fournissent pas des données suffisamment précises pour déterminer l'éloignement.

Mais il est un phénomène auquel les yeux sont très sensibles : c'est la *variation de parallaxe stéréoscopique*. Lorsque l'angle α augmente ou diminue très peu, dans certaines limites variables avec les circonstances et les individus, l'observateur a la nette impression que le nouveau point examiné est en avant ou en arrière du point P. C'est à cette *notion différentielle* qu'est due la sensation de relief autour d'un point.

Acuité stéréoscopique. — Considérons un point P d'éloignement Y et un point P' situé dans le même plan de profil. Éloignons progressivement le point P' du point P (fig. 62 *bis*). Pendant un certain temps, les deux points P et P' vont paraître situés dans le même plan de front et ce n'est qu'à partir d'un certain moment que l'observateur aura la sensation d'une différence d'éloignement entre ces deux points. A ce moment, la parallaxe stéréoscopique sera devenue $(\alpha - d\alpha)$ et l'éloignement sera $(Y + dY)$.

L'expérience montre que cette sensation limite de relief est atteinte pour une variation $d\alpha$ de la parallaxe stéréoscopique à peu près constante pour un observateur donné et pour des conditions d'observations données, quel que soit l'éloignement du point P.

différence des angles $\widehat{MO_1M'}$ et $\widehat{MO_2M'}$, il pourrait venir à l'idée de définir la *parallaxe stéréoscopique d'un intervalle* dY, et celle ci serait :

$$d\alpha = \widehat{MO_1M'} - \widehat{MO_2M'} = \alpha' - \alpha.$$

En fait, cette définition a été parfois employée. Nous ne l'adopterons pas, car c'est une définition à deux variables :

$$d\alpha = f(Y, dY).$$

C'est en plus une définition différentielle.

Il nous semble plus simple de prendre une définition à une seule variable :

$$\alpha = \varphi(Y)$$

et non différentielle : avec cette définition, la parallaxe stéréoscopique est une quantité bien déterminée pour un point donné. La sensation de relief autour du point M dépendra alors de la valeur $d\alpha$ facile à calculer :

$$d\alpha = \varphi'(Y)\, dY.$$

En fait, c'est sous cette forme que se posera le problème dans les calculs ultérieurs.

La parallaxe stéréoscopique apparente d'un point est donc égale à la convergence des lignes de fixation de l'observateur qui examine ce point. Il y a toutefois, du point de vue physiologique, une différence à faire entre les deux termes : la convergence renseigne sur la *distance*, la parallaxe stéréoscopique renseigne sur le *relief*. Les variations de convergence sont des variations assez considérables, appréciées par le sens musculaire et donnant des indications, assez imprécises d'ailleurs, sur les variations importantes de distance. Les variations de parallaxe stéréoscopique sont des quantités très faibles, n'amenant pas de déplacement des lignes de fixation, donc non appréciables par le sens musculaire, et donnant des indications précises sur les petites variations de distance, autrement dit sur le relief.

C'est donc la grandeur de l'angle $d\alpha$ qui caractérise l'*acuité stéréoscopique* (1) ou *pouvoir séparateur stéréoscopique.*

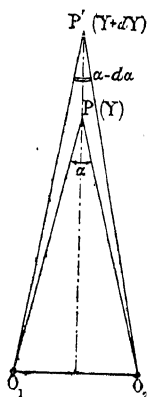
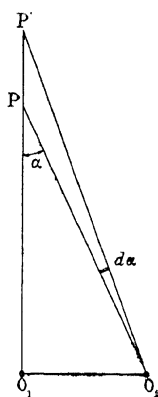



Fig. 62 *bis.* Fig. 62 *ter.*

Différentions la formule (1). Nous obtenons :

$$d\alpha = -\frac{e\,dY}{Y^2}$$

ou, en appelant $\delta\alpha$ et δY les valeurs absolues des variations de parallaxe et d'éloignement :

$$(3) \qquad \delta\alpha = e\frac{\delta Y}{Y^2},$$

ce qui donne :

$$(4) \qquad \delta Y = \frac{Y^2}{e}\,\delta\alpha.$$

La variation minimum d'éloignement perceptible est donc proportionnelle au carré de l'éloignement, et inversement proportionnelle à l'écartement des yeux.

L'angle $\delta\alpha$ est, en moyenne, pour la majorité des observateurs, d'environ 10 secondes sexagésimales et, pour certains observateurs exceptionnels, $\delta\alpha$ atteint 3 à 4″. Prenons donc :

$$\delta\alpha = 10''$$
$$e = 65 \text{ mm.}$$

Si nous faisons $Y = 10$ m, nous aurons :

(1) Il ne faut pas confondre *l'acuité stéréoscopique* et la *précision de pointé stéréoscopique.* Nous reviendrons par la suite sur cette question.

$$\delta Y \quad \frac{100}{0,065} \times \frac{10}{200\,000} \quad 0,077 \text{ m},$$

soit environ

$$\delta Y_{10} = 0,075 \text{ m}.$$

A 100 m et à 1000 m, nous aurions eu :

$$\delta Y_{100} \quad 7,50 \text{ m}$$
$$\delta Y_{1\,000} \quad 750 \text{ m}.$$

Ceci suppose que l'observateur ne peut pas interpréter les renseignements donnés par la vision. S'il examine par exemple deux détails d'un paysage dont l'un est à 1 000 m et l'autre à moins de 1 750 m, mais que l'objet le plus rapproché se projette en partie sur le plus éloigné, par exemple, ou s'il peut apprécier qu'il existe une bande de terrain entre eux, etc.; en un mot, s'il peut rattacher les objets examinés à d'autres détails, il aura quand même une impression de différence d'éloignement. Mais, si sur un fond uniforme, le ciel par exemple, se détachent deux ballons, l'un situé à 1 000 m, l'autre à moins de 1 750 m, il les verra dans un même plan de front, à condition toutefois encore qu'il n'ait pas d'autres moyens d'appréciation des distances, par exemple le diamètre angulaire des ballons.

Portée limite stéréoscopique, ou rayon stéréoscopique. — Il résulte de ce qui vient d'être dit que, si

$$d\alpha \leqslant 10'',$$

l'observateur ne perçoit pas de différence d'éloignement. En particulier, si la distance Y atteint une valeur R telle que l'angle α correspondant soit $\alpha_0 = 10''$, la parallaxe stéréoscopique variera de 10″ à 0 lorsque Y variera de R à l'infini, c'est-à-dire que l'observateur verra tous les plans confondus de R à l'infini, aux restrictions près, déjà signalées, d'interprétation du terrain. Calculons cette valeur de R :

$$(5) \qquad R =$$

$$R = \frac{0,065 \times 200\,000}{10} = 1\,300. \text{ m}.$$

IV — VISION STÉRÉOSCOPIQUE AVEC AUGMENTATION DE LA BASE

Téléstéréoscope de Helmholtz. — La formule (2) montre que pour augmenter la sensibilité au relief, c'est-à-dire pour diminuer, à une distance donnée Y, le minimum de différence d'éloignement perceptible, il faut augmenter l'écartement *e* des yeux.

Cet écartement peut être augmenté par un artifice imaginé par Helmholtz. Considérons un système de quatre miroirs inclinés à 45° en sens con-

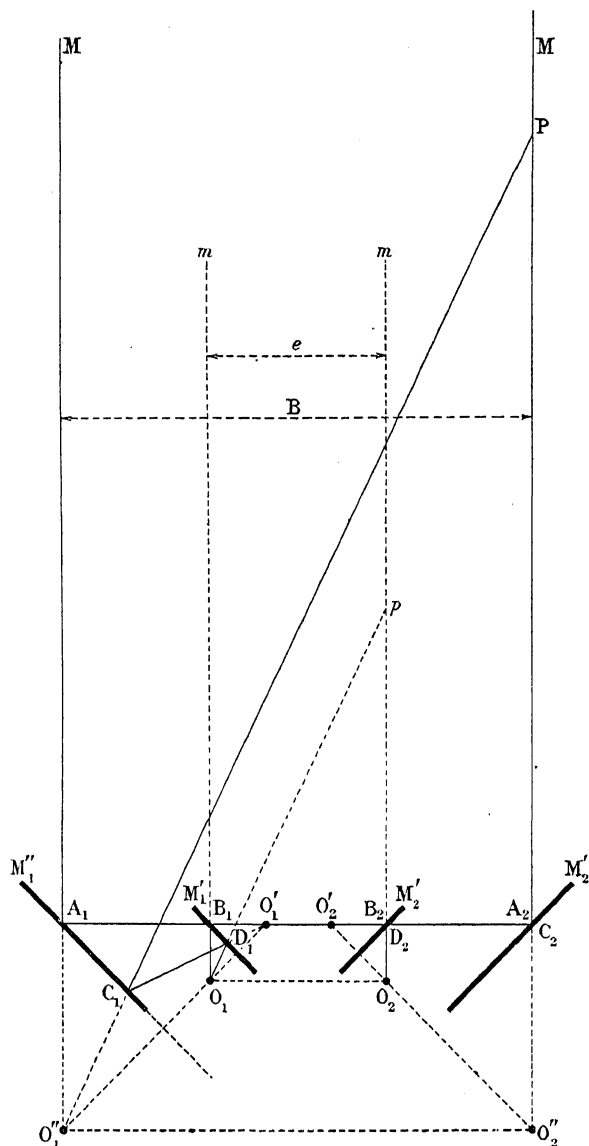



Fig. 63.

traires sur la droite O_1 O_2 joignant les centres des pupilles de l'observateur. Soient O_1' et O_2' les images de O_1 et de O_2 dans les miroirs M_1' et M_2', puis O_1'' et O_2'' les images de O_1' et O_2' dans les miroirs M_1'' et M_2'' (fig. 63). Lorsque l'observateur regarde le paysage, tout se passe, au point de vue des

rayons centraux des faisceaux étroits reçus par ses deux yeux, comme si ses yeux O_1 et O_2 étaient transportés en O''_1 et O''_2. Ces yeux fictifs sont les « *yeux objets* » *de von Rohr*. Nous voyons donc que, grâce à ce dispositif optique, connu sous le nom de *téléstéréoscope d'Helmholtz*, nous pouvons à volonté écarter les deux yeux et les placer virtuellement, aux deux extrémités d'une base B, dite base *stéréoscopique*.

Parallaxe stéréoscopique. — Le téléstéréoscope a pour effet d'augmenter les parallaxes. Le point P qui, observé sans instrument, avait une parallaxe

$$\frac{e}{Y}$$

a maintenant une parallaxe (fig. 64) :

$$\alpha' = \frac{B}{Y} = \frac{B}{e}\alpha. \tag{1'}$$

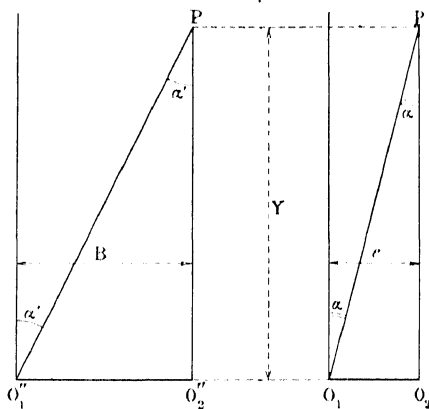



Fig. 64.

La *parallaxe stéréoscopique est donc multipliée par le rapport* $\frac{B}{e}$.

Acuité stéréoscopique. — Différentions la formule (1'). Nous obtenons, pour un accroissement $\delta Y'$ de Y :

$$d\alpha' = -\frac{B}{Y^2}\,dY' \tag{2'}$$

$$\delta\alpha' = \frac{B}{Y^2}\,\delta Y'$$

ce qui donne :

$$\delta\,Y' = \frac{Y^2}{B}\,\delta\,\alpha'. \tag{4'}$$

Le minimum de différence d'éloignement perceptible sera atteint lorsque $\delta\alpha'$ sera égal au minimum précédemment considéré. Nous aurons donc :

$$\delta Y' = \frac{Y^2}{B}\,\delta\,\alpha = \frac{Y^2}{B} \times \frac{e\ \delta Y}{Y^2}$$

$$\delta Y' = \frac{e}{B}\,\delta Y.$$

Le minimum de différence d'éloignement perceptible est donc, pour un éloignement donné, divisé par $\frac{B}{e}$

Si nous augmentons Y de la même quantité δY que dans le cas de la vision sans instrument, nous avons :

$$\delta\,\alpha' = \frac{B}{Y^2}\,d\,Y = \frac{B}{e}\,\delta\,\alpha.$$

Donc : la variation de parallaxe angulaire correspondant à une même variation $\delta\,Y$ de l'éloignement est multipliée par $\frac{B}{e}$.

Nous pouvons encore définir l'acuité stéréoscopique non en la rapportant à un angle limite perceptible, mais à une différence limite d'éloignement perceptible. Dans ce cas, il est logique de dire que l'acuité est d'autant plus grande que cette différence est plus petite, c'est-à-dire de la chiffrer par un nombre inversement proportionnel à $\delta\,Y'$. Nous aurons donc :

$$\frac{1}{\delta\,Y'} = \frac{B}{e} \times \frac{1}{\delta\,Y},$$

ce que nous exprimerons en disant *que l'acuité stéréoscopique, pour un éloignement donné, est multiplié par* $\frac{B}{e}$.

Portée limite stéréoscopique, ou rayon stéréoscopique.—Cette portée R′ sera donnée par la formule :

$$\alpha_0{}' = \alpha_0 = \frac{B}{R'}$$

et, comme

$$R = \frac{e}{\alpha_0},$$

nous avons :

$$\frac{B}{R'} = \frac{e}{R}$$

$$R' = \frac{B}{e} R. \tag{5'}$$

Le rayon stéréoscopique est donc multiplié par $\frac{B}{e}$.

Relief relatif. — La figure 63 montre que le rayon PO''_1 issu du point P pénètre dans l'œil gauche, après deux réflexions, suivant la direction pO_1 parallèle à PO''_1. De même pO_2 est parallèle à PO''_2. L'observateur restitue donc le point P en p. Il en est de même pour tous les points de l'espace, c'est-à-dire que le solide restitué est semblable au solide objet, mais *réduit dans le rapport de 1 à* $\frac{B}{e}$ *et rapproché dans le même rapport.*

Considérons un point P, d'éloignement Y sur l'horizontale menée par le milieu O″ de $O''_1O''_2$, et le petit élément de trièdre trirectangle ayant son sommet en P, qui nous a servi à définir le relief relatif.

Le point P est restitué en P′ (fig. 65) tel que :

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{e}{B}.$$

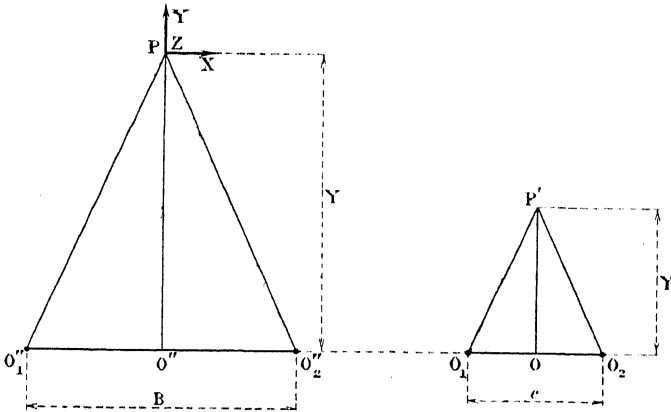



Fig. 65.

Les trois éléments δ X, δ Y, δ Z sont restitués parallèlement à eux-mêmes et ont comme longueurs :

$$\delta X' = \frac{e}{B} \delta X$$

$$\delta Y' = \frac{e}{B} \delta Y$$

$$\delta Z' = \frac{e}{B} \delta Z$$

Si nous regardons le trièdre P X Y Z sans instrument, nous avons :

$$\delta \beta = \frac{\delta X}{Y}$$

$$\delta \alpha = \frac{e}{Y^2} \delta Y$$

et, en regardant le trièdre P′ X′ Y′ Z′ avec le téléstéréoscope, nous avons :

$$\delta \beta' = \frac{\delta X'}{Y'} = \frac{\delta X}{Y} = \delta \beta$$

$$\delta \alpha' = \frac{e}{Y'^2} \delta Y' = \frac{B}{Y^2} \delta Y = \frac{B}{e} \delta \alpha;$$

les diamètres apparents sont conservés mais le relief apparent est modifié.

Le relief relatif R a pour valeur :

$$R = \frac{\delta \alpha'}{\delta \alpha} = \frac{B}{e}.$$

Donc, si après avoir regardé un paysage à l'œil nu, nous le regardons sans changer de place avec le téléstéréoscope, *les dimensions angulaires des objets de front sont conservées, mais les objets de profil paraissent étirés* $\frac{B}{e}$ *fois.*

Le téléstéréoscope ne conserve pas les rapports perspectifs normaux entre les arêtes de front et les arêtes de profil, le *relief relatif est exagéré.*

De plus, non seulement les objets semblent étirés en profondeur, mais ils semblent aussi fouillés, puisque la différence d'éloignement perceptible est divisée par $\frac{B}{e}$. Nous sommes dans le cas de la statuette de M. Colardeau, laquelle paraît plus détaillée et plus modelée que la statue qui a l'apparence d'un bas relief.

Les apparences que nous venons de décrire sont celles qu'un observateur non prévenu perçoit en général. Il nous faut signaler ici que toutes ces conclusions ne sont exactes qu'avec certaines restrictions physiologiques dues à l'interprétation de notre cerveau. Lorsque nous connaissons un objet, nous cherchons à le restituer tel qu'il nous apparaît normalement, nous ne tenons plus compte des déformations données par l'instrument d'observation, *nous interprétons nos sensations.* Il est facile de s'en rendre compte par une expérience très simple : plaçons sur un plancher uni une boule et faisons la regarder au téléstéréoscope par un observateur qui ne connaît ni son emplacement, ni ses dimensions. Si nous lui demandons son impres-

sion, il déclarera voir une boule $\frac{B}{e}$ fois plus petite et plus rapprochée qu'elle ne l'est en réalité. Si nous lui disons alors de regarder l'objet sans instrument, de façon à se rendre compte de sa position et de sa grandeur exactes puis de l'examiner à nouveau avec le téléstéréoscope, sa seconde impression différera peu de celle que lui donne la vision à l'œil nu; son cerveau interprétera les sensations reçues et il restituera la boule à peu près correctement, comme à l'œil nu.

La vision au téléstéréoscope est donc un phénomène complexe, dans equel l'explication géométrique des faits et l'explication physiologique ont chacune un rôle et qui se trouve parfois compliqué par l'interprétation du cerveau.

Nous pouvons, jusqu'à un certain point, mettre en accord la théorie géométrique et la théorie physiologique. Supposons, en effet, que l'observateur, regardant dans le téléstéréoscope, fixe son attention sur un objet très petit dont il peut percevoir tous les détails sans faire varier ses lignes de fixation et dont il connaît la forme générale : il voit un objet semblable, réduit et rapproché, conformément à la théorie géométrique et à l'interprétation de notre cerveau.

Supposons maintenant qu'il veuille fixer un autre objet très petit dans l'alignement du premier. Il va être obligé de faire varier la convergence de ses lignes de fixation et cette variation de convergence sera $\frac{B}{e}$ fois plus grande que dans la vision sans instrument, d'où une sensation d'étirement de l'objet, conformément à la théorie physiologique.

Une expérience très nette confirme cette manière de voir. Plaçons-nous dans l'alignement d'une série de lampes électriques suspendues à un plafond. Regardons ces lampes à l'aide d'un téléstéréoscope, de telle façon qu'entre elles nous n'apercevions aucun objet de dimensions connues nous renseignant sur la grandeur des intervalles qui les séparent. Il nous semble apercevoir une série de petites lampes, non déformées, rapprochées de nous et notablement éloignées les unes des autres. Regardons ensuite les mêmes lampes sans instrument; elles paraissent plus grosses, plus éloignées et moins écartées les unes des autres (1).

Quoi qu'il en soit, même lorsque l'objet examiné au téléstéréoscope n'est pas déformé, il paraît plus détaillé, plus fouillé en profondeur, l'acuité stéréoscopique de l'observateur est augmentée dans le rapport $\frac{B}{e}$.

(1) Une autre expérience nous a confirmé notre façon de voir. Nous avons regardé, par une fenêtre, un jardin carré, entouré de murs blancs sur ses deux côtés et limité au fond par un mur également nu. Ce jardin présentait une grande allée centrale coupée d'allées perpendiculaires, avec une statue à chaque carrefour. Nous avons eu l'impression de voir un jardin rectangulaire très allongé, rapproché de nous, plus petit, avec de petites statues non déformées en profondeur, mais plus fouillées.

V — VISION STÉRÉOSCOPIQUE AVEC AUGMENTATION DE LA BASE ET GROSSISSEMENT

Télémètre stéréoscopique. — Complétons le téléstéréoscope en mettant sur chacun des axes optiques un objectif Ω et un oculaire ω (fig. 66).

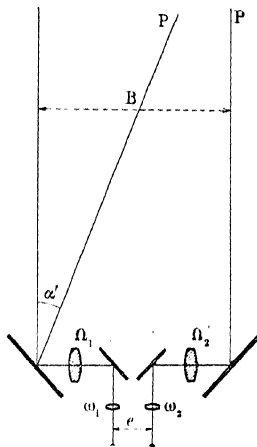



Fig. 66.

Nous avons réalisé, au système déviateur et au tableau focal près, un télémètre stéréoscopique.

Parallaxe stéréoscopique. — Le point P envoie deux faisceaux dont les rayons axiaux font entre eux un angle α'.

Si G est le grossissement de chacun des corps du télémètre, ces deux rayons axiaux vont sortir des oculaires en faisant entre eux un angle $\alpha'' = G\,\alpha'$ d'après la définition même du grossissement, d'où :

$$(1'') \qquad \alpha'' = G\,\alpha' = \frac{G\,B}{Y} = \frac{G\,B}{e}\,\alpha.$$

La parallaxe stéréoscopique est donc, à la sortie de l'instrument, multipliée par le rapport $\frac{GB}{e}$.

Acuité stéréoscopique. — Différentions la formule (1''). Nous obtenons, pour un accroissement $\delta\,Y''$ de Y :

$$(2'') \qquad d\,\alpha'' \qquad \frac{G\,B}{Y^2}\,d\,Y''$$

$$(3'') \qquad \delta\,\alpha'' = \frac{G\,B}{Y^2}\,\delta\,Y''$$

ce qui donne :

$$(4'') \qquad \delta\,Y'' = \frac{Y^2}{G\,B}\,\delta\,\alpha''.$$

Le minimum de différence d'éloignement perceptible sera atteint lorsque $\delta\,\alpha''$ sera égal au minimum $\delta\,\alpha$ précédemment considéré. Nous aurons donc :

$$\delta\,Y'' = \frac{Y^2}{G\,B}\,\alpha = \frac{Y^2}{G\,B} \times e\,\frac{\delta\,Y}{Y^2}$$

$$\delta\,Y'' = \frac{e}{G\,B}\,\delta\,Y$$

Le minimum de différence d'éloignement perceptible est donc, pour un éloignement donné, divisé par $\frac{G\,B}{e}$.

Si nous augmentons Y de la même quantité $\delta\,Y$ que dans le cas de la vision sans instrument, nous avons :

$$\delta\,\alpha'' = \frac{G\,B}{Y^2}\,\delta\,Y = \frac{G\,B}{e}\,\delta\,\alpha.$$

Donc : la différence de variation de parallaxe angulaire correspondant à une même variation $\delta\,Y$ de l'éloignement est multipliée par $\frac{G\,B}{e}$.

Nous pouvons encore écrire :

$$\frac{1}{\delta\,Y''} \qquad G\,B \times \frac{-}{\delta\,Y'}$$

c'est-à-dire que : *l'acuité stéréoscopique, pour un éloignement donné, est multipliée par* $G\,B$

Portée limite stéréoscopique, ou rayon stéréoscopique. — Cette portée R″ sera donnée par la formule :

$$\alpha''_0 = \alpha_0 = \frac{G\,B}{R''}$$

et, comme

$$R = \frac{e}{\alpha_0},$$

nous avons :

$$\frac{G\,B}{R''} = \frac{e}{R}$$

$$R'' = G\,B \; R. \qquad (6'')$$

Le rayon stéréoscopique est donc multiplié par GB

Relief relatif. — Reprenons notre petit élément de trièdre trirectangle $\delta X, \delta Y, \delta Z$, de sommet P. Le fait d'employer un instrument ayant une base B nous donne un trièdre restitué de sommet P′ et tel que :

$$Y' = \frac{Y}{\frac{B}{e}}$$

$$\delta X' = \frac{\delta X}{\frac{B}{e}}$$

$$\delta Y' = \frac{\delta Y}{\frac{B}{e}}$$

$$\delta Z' = \frac{\delta Z}{\frac{B}{e}}$$

Le fait d'utiliser un instrument de grossissement G nous donne un trièdre restitué de sommet P″ tel que :

$$Y'' = \frac{Y'}{G}$$

$$\delta X'' = \delta X'$$

$$\delta Z'' = \delta Z'$$

$$\delta Y'' = \frac{\delta Y'}{G}.$$

Nous avons donc :

$$\delta\alpha'' = \frac{e}{Y''^2}\,\delta Y'' = \frac{B\,G}{e}\,\delta\alpha$$

$$\delta\beta'' = \frac{\delta X''}{Y''} = G\,\delta\beta.$$

Pour avoir la même impression, en ce qui concerne les dimensions de front, dans l'examen sans instrument du paysage aux environs du sommet

P considéré, nous devrons nous rapprocher de ce sommet de la distance $\frac{Y}{G}$. Dans ces conditions, le diamètre apparent du cube devient :

$$\delta\beta_1 = G\ \delta\beta$$

et son relief apparent devient :

$$\delta\alpha_1 = G^2\,\delta\alpha.$$

Le relief relatif est donc :

$$R = \frac{\delta\alpha''}{\delta\alpha_1} = \frac{B\,G}{e}\,\delta\alpha \times \frac{1}{G^2\,\delta\alpha} = \frac{B}{G\,e}.$$

Au point de vue géométrique, le solide restitué est rapproché dans le rapport de 1 à $\frac{G\,B}{e}$, ses dimensions de front sont réduites dans le rapport de 1 à $\frac{B}{e}$, et ses dimensions de profil dans le rapport de à 1 à $\frac{G\,B}{e}$. Tout se passe comme si nous avions un modèle réduit et rapproché $\frac{B}{e}$ fois, que nous examinerions, plan de front par plan de front, en nous rapprochant G fois de chaque plan.

Supposons que le trièdre examiné, au lieu d'avoir ses trois arêtes égales ($\delta X = \delta Y = \delta Z$) ait des arêtes de front égales et de longueur a, et une arête de profil b telles que :

$$\frac{a}{b} = \frac{\delta X}{G\,e\ \delta Y}$$

et que ce trièdre soit examiné à la distance $\frac{Y}{G}$. Son diamètre apparent et son relief apparent seront :

$$[\delta\beta] = \frac{G\,\delta X}{Y} = G \times \delta\beta = \delta\beta''$$

$$[\delta\alpha] = \frac{e}{\frac{Y^2}{G^2}} \times \frac{B}{G\,e}\,\delta Y = G\,B\,\frac{\delta Y}{Y^2} = \frac{G\,B}{e}\,\delta\alpha = \delta\alpha''.$$

Donc le relief relatif R est égal au rapport $\frac{b}{a}$ des longueurs de l'arête de profil et de l'arête de front du trièdre qui, examiné sans instrument, donne la même impression physiologique que le trièdre à trois arêtes égales exa-

miné avec l'instrument (aux phénomènes d'interprétation près, lorsque ceux-ci sont possibles).

Par suite :

1° $\frac{B}{Ge} > 1$: nous avons $\frac{b}{a} > 1$ ou $b > a$, c'est-à-dire que le cube examiné paraît plus profond que large : *le relief relatif est exagéré*, le paysage paraît étiré en profondeur.

2° $\frac{B}{Ge} = 1$: nous avons $\frac{b}{a} = 1$ ou $b = a$, *le relief relatif est conservé.*

3° $\frac{B}{Ge} < 1$: nous avons $\frac{b}{a} < 1$ ou $b < a$, c'est-à-dire que le paysage paraît aplati, *le relief relatif est diminué.*

Caractéristiques stéréoscopiques d'un instrument binoculaire. — Il résulte de ce qui précède que, pour juger des propriétés d'un instrument binoculaire d'observation, il y a deux facteurs à considérer :

1° Le facteur $\frac{BG}{e} = KG$ (en posant $\frac{B}{e} = K$) qui caractérise l'instrument au point de vue *relief apparent*,

2° Le facteur $\frac{B}{Ge} = \frac{K}{G}$ qui caractérise l'instrument au point de vue *relief relatif.*

La quantité $\frac{BG}{e} = KG$ s'appelle parfois *plastique totale* ou *relief total.*

Un instrument ayant une plastique totale égale à KG permet de reculer la limite de perception du relief; cette limite devient KG fois plus grande. En outre, il permet d'apprécier des différences d'éloignement KG fois plus petites.

Le même instrument déforme le paysage en profondeur et donne les impressions ci-dessous :

étirement si $\frac{K}{G} > 1$

pas de déformation si $\frac{K}{G} = 1$

aplatissement si $\frac{K}{G} < 1$.

Examinons ce qu'entraînent ces conclusions pour les instruments binoculaires courants.

1° *Jumelle de Galilée.*

$$B = e \qquad K = 1$$
$$G > 1$$

Le paysage paraît aplati dans le rapport $\frac{1}{G}$, mais cependant le relief absolu est augmenté dans le rapport de 1 à G : il est possible d'observer des différences d'éloignement insensibles à l'œil nu et la limite de perception du relief est reportée à 1300 m × G.

2° *Jumelle à prismes.*

$$B = 95 \text{ mm}$$
$$e = 65 \text{ mm}$$
$$G = 8 \times$$
$$K = 1{,}5 \begin{cases} KG = 12 \\ \dfrac{K}{G} = \dfrac{1}{5} \end{cases}$$

L'acuité stéréoscopique et le rayon stéréoscopique sont multipliés par 12, mais le relief relatif est réduit dans le rapport de 1 à 5, le paysage est encore aplati.

3° *Longue-vue binoculaire ou jumelle à ciseaux.*

Les caractéristiques moyennes de ce type d'instrument sont :

$$e = 65 \text{ mm}$$
$$B \begin{cases} = 65 \text{ mm jumelle fermée} \\ = 650 \text{ mm jumelle ouverte.} \end{cases}$$
$$G = 10 \times$$
$$K \begin{cases} = 1 \text{ jumelle fermée} \\ = 10 \text{ jumelle ouverte} \end{cases}$$
$$KG \begin{cases} = 10 \text{ jumelle fermée} \\ = 100 \text{ jumelle ouverte} \end{cases}$$
$$\frac{K}{G} \begin{cases} = 1/10 \text{ jumelle fermée} \\ = 1 \text{ jumelle ouverte} \end{cases}$$

Cette jumelle employée fermée, c'est-à-dire en *position périscopique*, aplatit le paysage mais augmente l'acuité stéréoscopique, comme une jumelle à prismes ordinaire. Employée ouverte, c'est-à-dire en *position stéréoscopique*, elle ne déforme pas le paysage, mais augmente considérable-

ment (100 fois environ) l'acuité stéréoscopique; elle permet de percevoir des différences d'éloignement 100 fois plus faibles qu'à l'œil nu; elle sépare donc des plans de front très rapprochés, tout au moins pour des portées moyennes ne dépassant pas 3.000 mètres, ce qui explique ses nombreuses applications militaires.

4° *Télémètre stéréoscopique.*

Les caractéristiques d'un modèle des plus récents utilisé pour la détermination des éléments du tir contre avions sont :

$$B = \quad \text{m}$$
$$G = 25 \times$$

d'où :

$$K = 46$$
$$KG = 1\,150$$
$$\frac{K}{G} = 1{,}8$$

Le relief relatif est augmenté, le paysage paraît étiré.

L'acuité stéréoscopique est bien plus grande qu'à l'œil nu (1 150 fois environ). Le télémètre permet par suite de percevoir de très faibles différences d'éloignement, donc de déterminer la distance d'un but à l'instrument avec beaucoup de précision. Cette précision varie d'ailleurs en raison inverse du carré de la distance, comme il résulte des formules que nous avons établies.

Puisque à l'œil nu nous avons :

$$\delta Y_{1\,000} = 750 \text{ m}$$

le télémètre donne :

$$\delta Y_{1\,000} = \frac{[illegible]}{1\,150} = 0{,}05 \text{ m},$$

d'où :

$$\delta Y_{1\,000} = 0{,}65 \text{ m}$$
$$\delta Y_{5\,000} = 16{,}25 \text{ m}$$
$$\delta Y_{10\,000} = 65 \text{ m}$$
$$\delta Y_{15\,000} = 146{,}25 \text{ m}$$
$$\delta Y_{20\,000} = 260 \text{ m.}$$

Le télémètre stéréoscopique est donc un excellent instrument de mesure des distances.

VI — INSTRUMENTS STÉRÉOSCOPIQUES D'OBSERVATION DES STÉRÉOGRAMMES

Deux catégories d'instruments. — Nous avons jusqu'ici exposé les éléments d'appréciation du relief et examiné les principes généraux de la vision stéréoscopique avec instruments binoculaires. Nous allons maintenant décrire, d'une façon schématique d'ailleurs, les instruments stéréoscopiques couramment utilisés, en nous bornant aux instruments présentant des principes caractéristiques et pouvant être considérés comme les prototypes de familles riches en appareils ne différant les uns des autres que par des détails de réalisation. Nous nous limiterons aux instruments d'observation de stéréogrammes, les seuls qui nous intéressent directement, et nous ne parlerons pas des instruments d'observation du paysage, c'est-à-dire de tous les instruments télémétriques.

Les stéréogrammes peuvent être examinés soit à l'aide de combinaisons réfringentes, soit à l'aide de surfaces réfléchissantes, d'où deux grandes catégories de stéréoscopes :

1° Les stéréoscopes à réfraction;

2° Les stéréoscopes à réflexion.

Enfin nous examinerons le principe du microscope binoculaire employé en restitution stéréophotogrammétrique.

Stéréoscopes modernes à réfraction. — Considérons un tableau T dans lequel nous plaçons les deux perspectives, dont les points principaux sont P_1 et P_2, ce tableau étant à la distance p de la droite O_1 O_2 (fig. 67).

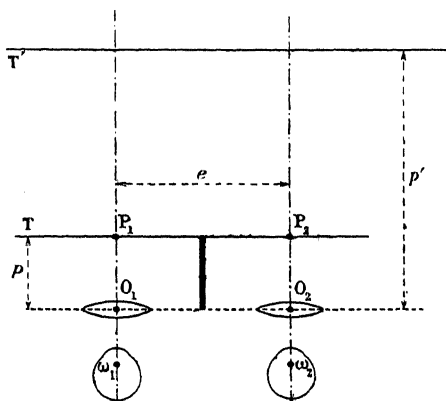



Fig. 67.

Disposons sur les droites principales les centres optiques de deux lentilles convergentes identiques, O_1 et O_2, de focale :

$$f \geqslant p.$$

En arrière, et sur les mêmes droites, plaçons les yeux ω_1 et ω_2 à l'écartement e.

Les oculaires O_1 et O_2 donnent, des perspectives placées dans le plan T, deux images virtuelles droites et agrandies dans le plan T', situé à la distance p' de la droite $O_1\,O_2$. Ce sont ces images qui sont les perspectives regardées par les deux yeux, chacun d'eux ne voyant que celle qui lui est destinée.

Supposons que nous ayons dessiné dans le plan T' les perspectives d'un solide objet, les points de vue étant ω_1 et ω_2. Soit λ la longueur de l'image, dans ce plan T', d'une droite de front de ce solide. Soit l la longueur de l'image de cette droite sur la perspective placée en P_1, perspective obtenue par photographie à l'aide d'un appareil photographique de focale F [1]. La lentille O_1 donne, de la droite de longueur l, une image de longueur l' située dans le plan T'.

Pour que le solide restitué coïncide avec le solide objet, il faut :

$$l' = \lambda.$$

Or, nous avons, en posant :

$$O_1\,\omega_1 = O_2\,\omega_2 = \delta,$$

$$\frac{\lambda}{p' + \delta} = \frac{l}{F}$$

$$\frac{l'}{p'} = \frac{l}{p}$$

d'où la condition :

$$\frac{p' + \delta}{F} = \frac{p'}{p} = \frac{\delta}{(F - p)}$$

$$\delta = \frac{p'\,(F - p)}{p}$$

avec :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

Donc, à toute position du plan d'observation T' des perspectives, correspond une position d'observation des yeux. Si les yeux s'approchent ou s'éloignent des oculaires, la restitution n'est plus correcte.

Nous avons :

$$p\,\delta = p'\,(F - p).$$

Par suite, si nous faisons $p = f$, nous avons $p' = \infty$ et il faut par conséquent faire : $F = f$.

---

(1) L'ensemble des deux photographies s'appelle stéréogramme.

Donc, lorsque l'appareil de prise de vues est identique au stéréoscope comme écartement et focale des lentilles, la position des yeux derrière les oculaires est indifférente, pourvu que les clichés soient placés dans le plan focal du stéréoscope.

Le dispositif ci-dessus décrit est commun à presque tous les *stéréoscopes centrés modernes.*

Stéréoscope de Brewster. — Les stéréoscopes modernes dérivent du premier stéréoscope à réfraction imaginé par Brewster.

Ce stéréoscope est constitué par deux lentilles O_1 O_2, d'environ 15 cm de focale, dont l'écartement Δ des centres optiques O_1 O_2 est supérieur à l'écartement d des centres optiques des yeux ($\Delta = \frac{5}{4} d$ environ). Les clichés stéréoscopiques sont placés dans un plan T, les points principaux étant P_1 P_2 ($P_1 P_2 = D$) (fig. 68). Les oculaires donnent de ces clichés deux images virtuelles droites et agrandies, situées dans le plan T', les points principaux étant P'_1 et P'_2 (P'_1 P'_2 = D'). Ce sont ces perspectives que l'observateur examine, chacun de ses yeux ne voyant que la perspective qui lui est destinée.

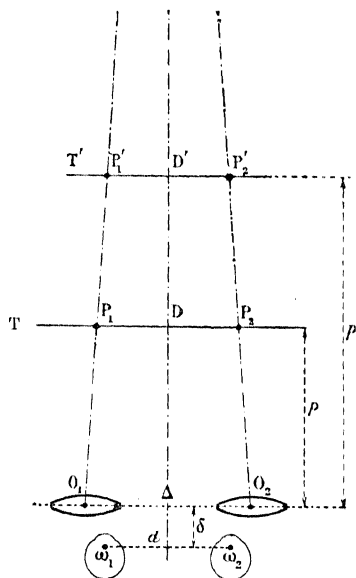



Fig. 68.

Appelons p et p' les distances des tableaux T et T' à la droite O_1 O_2. Nous avons :

$$\frac{p' - p}{D - D'} = \frac{p}{\Delta - D} = \frac{p'}{\Delta - D'}$$

d'où :

$$\frac{p'}{p} = \frac{\Delta - D'}{\Delta - D}.$$

Les points de l'objet photographié situés à l'infini ont une parallaxe linéaire nulle, c'est-à-dire que leurs images dans le plan T' sont distantes de D' l'une de l'autre. Si donc nous voulons que, pour les points du solide restitué correspondant à ces points à l'infini du solide objet, la convergence des lignes de fixation soit nulle, il faut :

$$D' = d$$

ce qui entraîne la relation

$$(1) \qquad \frac{\Delta - d}{\Delta - D} = \frac{p'}{p}.$$

Le rapport de l'excentricité des yeux à l'excentricité des photographies est égal au rapport de l'abscisse du tableau image à l'abscisse du tableau objet, c'est-à-dire au grandissement.

L'équation précédente nous fournit une relation entre p et D, puisque Δ et d sont connus et que p et p' sont liés par l'équation de conjugaison :

$$p \qquad \frac{1}{p'} \qquad f$$

f étant la focale des oculaires.

Si nous voulons en outre que la restitution soit correcte, il faut, en appelant δ la distance de la droite $\omega_1 \omega_2$ à la droite $O_1 O_2$:

$$(2) \qquad \delta = \frac{p'(F - p)}{p}.$$

La relation (1) est satisfaite dans deux cas particuliers :

$$1^o \qquad \Delta = d \text{ avec } \Delta = D;$$
$$\Delta = D = d$$

c'est le cas des stéréoscopes centrés.

$$2^o \qquad p' = \infty \text{ avec } \Delta = D,$$

c'est-à-dire que l'écartement des points principaux des deux photographies, placées dans le plan T, est égal à l'écartement des centres optiques des deux oculaires, et que ces deux photographies sont situées dans le plan focal des deux oculaires. Dans ces conditions, la relation (2) devient :

$$\delta p = p'(F - p)$$
$$\delta f = \infty \times (F - f),$$

ce qui entraîne :

$$F = f.$$

C'est le cas normal d'emploi des *stéréoscopes excentrés.* Dans ce cas normal, la correction de la restitution ne dépend pas de la position des yeux derrière les oculaires.

Dans le stéréoscopes de Brewster, les oculaires sont constitués chacun par une lentille convergente accolée à un prisme, de sorte que P_1 et P_2 sont les images virtuelles, données par les prismes, des points p_1 et p_2 (fig. 69). Ce

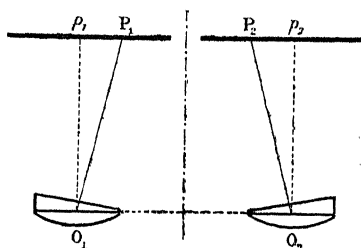



Fig. 69.

sont ces points p_1 et p_2, qui sont les centres des clichés. Grâce à ce dispositif, il est possible de placer dans le plan T des clichés plus larges que l'écartement des yeux. Cela était intéressant à l'époque où les objectifs photographiques n'avaient pas un grand champ.

Stéréoscopes à réflexion. — Ces stéréoscopes dérivent tous du stéréoscope à deux miroirs de Wheatstone ou du stéréoscope à quatre miroirs de Cazes, inspiré lui-même du téléstéréoscope d'Helmholtz.

Il convient de remarquer qu'en général les stéréogrammes sont des photographies d'objets éloignés, particulièrement en stéréophotogrammétrie où il s'agit de restituer des zones de terrain situées à grande distance de la base. Ils correspondent donc, dans la plupart des cas, à des accommodations sensiblement nulles et à des convergences très faibles. Dans les stéréoscopes à réflexion, les stéréogrammes sont nécessairement placés à des distances relativement faibles des yeux et leur examen nécessite des accommodations assez grandes. Par conséquent il faut réaliser des convergences en harmonie avec ces accommodations, de façon à rester dans les limites de souplesse de la relation convergence-accommodation : c'est là la principale difficulté à vaincre dans ces appareils, difficulté qui n'existe pas dans les stéréoscopes à réfraction, puisque les images des stéréogrammes sont à l'infini.

Le solide restitué ne coïncide pas alors avec le solide-objet : la restitution est *infidèle* ou *incorrecte*, mais nous savons que le cerveau accepte

parfaitement cette restitution, tant que les déformations ne sont pas caricaturales. En stéréophotogrammétrie, les déformations en profondeur n'ont d'ailleurs aucune importance, puisqu'il s'agit uniquement de différencier les différents plans de front. Or, nous avons vu que, quelles que soient les modifications que nous apportions dans la restitution, par une combinaison quelconque des causes élémentaires de déformation que nous avons étudiées, cette restitution jouit des propriétés suivantes :

1° Tout plan objet de front est restitué suivant un plan de front;

2° L'écartement de deux plans de front objets et l'écartement des deux plans de front restitués correspondants sont de même signe. Il s'en suit que les éloignements relatifs des divers points du paysage *varient en grandeur, mais non en signe*, ce qui est la seule condition essentielle à remplir en stéréophotogrammétrie, où nous demandons aux appareils de nous conserver les plans de front et de nous permettre de différencier deux plans de front très voisins, sans prêter attention à la fidélité de la restitution.

Stéréoscope de Wheatstone. — Ce stéréoscope comporte deux miroirs à angle droit et deux glissières planes parallèles au plan bissecteur du dièdre des deux miroirs (fig. 70). Les deux stéréogrammes sont placés dans les

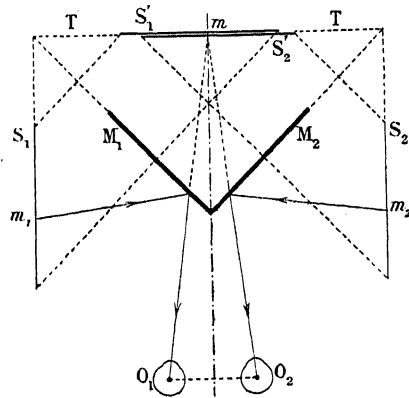



Fig. 70.

glissières, en S_1 et S_2, et leurs images se forment dans le tableau T T, en S'_1 et S'_2. Ce sont ces deux images qui constituent le couple stéréoscopique examiné par les yeux O_1 et O_2.

Les deux images S'_1, S'_2 sont sensiblement confondues, de façon que la convergence des lignes de fixation corresponde à l'accommodation sur le plan T T, afin de satisfaire à la relation convergence-accommodation, ce qui permet de fusionner sans fatigue et d'avoir une sensation de relief reposante.

Si dès lors nous déplaçons les stéréogrammes S_1 et S_2 de façon à faire varier la convergence, tout en conservant la même accommodation, nous constatons que nous continuons à fusionner nos impressions rétiniennes et à voir le relief, ce qui permet de démontrer et même de mesurer la souplesse de la relation convergence-accommodation.

Si nous faisons glisser les deux stéréogrammes S_1 et S_2 de quantités égales, nous avons l'impression que le solide restitué diminue de grandeur et se rapproche de nous, si la convergence augmente, ou qu'il s'éloigne en augmentant de grandeur si la convergence diminue : c'est *l'expérience de Wheatstone.*

Cette expérience est en accord avec la théorie géométrique (écartement des perspectives). Dans l'examen du solide restitué, nous constatons que nous n'avons qu'une notion très vague de sa distance, mais que nous apprécions de très faibles variations de distance : la convergence de nos lignes de fixation ne nous donne qu'une idée très grossière de la distance, nous apprécions *non pas la convergence absolue*, mais les *variations de convergence*, ou plus exactement, physiologiquement parlant, les variations de parallaxe stéréoscopique. Nous voyons bien que la sensation de relief a un caractère *essentiellement différentiel.*

Le stéréoscope de Wheatstone présente l'inconvénient suivant : les images S'_1 et S'_2 sont les symétriques de S_1 et de S_2, car elles sont obtenues à l'aide d'une seule réflexion : le solide restitué est non seulement une déformation du solide-objet, c'est une déformation de son symétrique par rapport à un plan [1].

Stéréoscope de Cazes. — Ce stéréoscope à miroirs est constitué par deux groupes de miroirs inclinés à 45° en sens contraires sur le plan sagittal d'observation. Il ne renverse donc pas les images, comme le précédent.

Les stéréogrammes S_1 et S_2 placés sur une plate-forme en avant des deux grands miroirs M''_1 et M''_2 ont comme images S''_1 et S''_2 et celles-ci ont à leur tour comme images, par rapport aux petits miroirs M'_1 et M'_2, les deux figures S'_1 et S'_2 identiques à S_1 et S_2 et situées dans le tableau T T (fig. 71). Comme dans le stéréoscope de Wheatstone, les perspectives S'_1 et S'_2 sont sensiblement confondues, afin de réaliser sur le plan T T une convergence en harmonie avec l'accommodation correspondant à son éloignement. Ce stéréoscope, comme le précédent d'ailleurs, a l'avantage, sur les stéréoscopes à réfraction, de pouvoir utiliser des photographies de grandes dimensions; il se prête par suite à l'examen stéréoscopique de couples de clichés aériens ou de clichés radiographiques.

---

(1) Cet inconvénient (sauf la déformation) peut d'ailleurs disparaître si on travaille sur les négatifs convenablement placés aux lieu et place des positifs, quand il ne s'agit que de faire des mesures et non d'obtenir des effets artistiques

Le mode d'utilisation du stéréoscope de Cazes qui vient d'être exposé

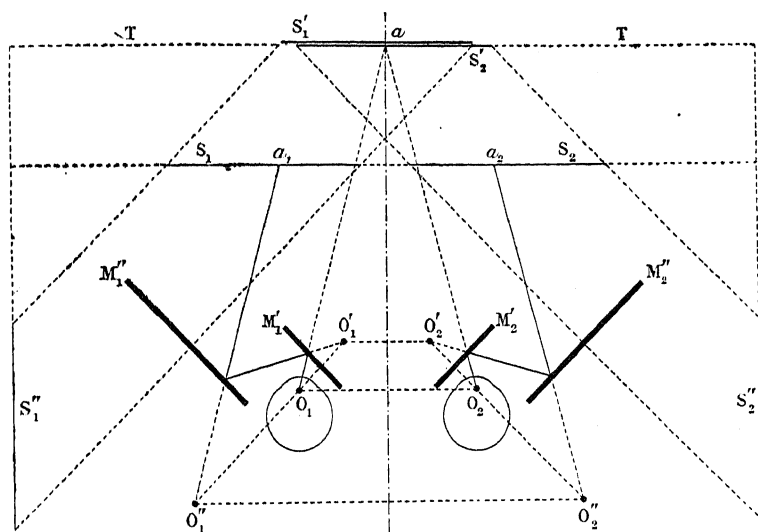



Fig. 71.

est le mode normal qui donne une accommodation en harmonie avec la convergence. Il correspond donc à des points principaux confondus. Cazes

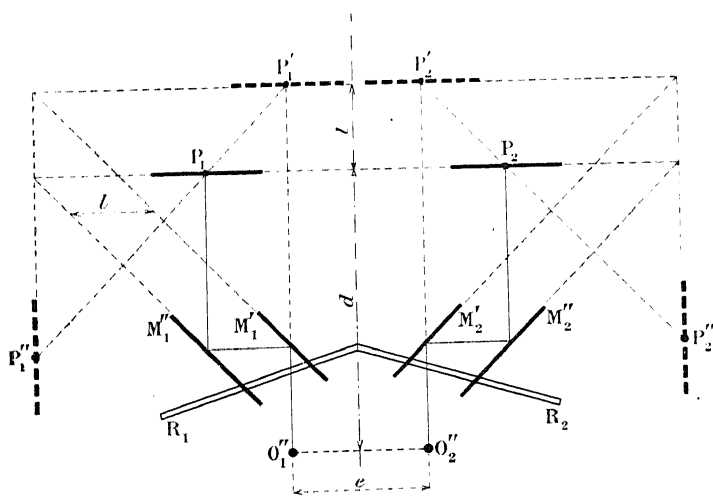



Fig 71 *bis*

employait une autre méthode d'examen. Il amenait les points principaux à l'écartement des yeux.

Pour cela, les miroirs M''_1 et M''_2 pouvaient coulisser le long de rails R_1 et R_2. La distance d'observation était $(d + l)$, l étant l'écartement des miroirs, donné par une graduation portée par les rails et d la distance des yeux au plateau mobile sur lequel étaient posés les stéréogrammes. Cette distance $(d + l)$ était rendue égale à la distance principale des clichés. L'observateur disposait, en outre, d'un jeu de verres mobiles qu'il plaçait dans une monture d'oculiste, après les avoir choisis de façon que les images des stéréogrammes soient reportées à leur distance convenable d'examen : il reproduisait ainsi approximativement les conditions d'examen du paysage à l'œil nu, il satisfaisait à la relation convergence-accommodation.

Restitution au microscope stéréogrammétrique. — Considérons un solide-objet photographié aux deux extrémités d'une base horizontale de longueur B, à l'aide d'un appareil de focale f, l'axe optique étant à chaque station disposé horizontalement et perpendiculairement à la base.

Appelons B′ l'écartement des axes optiques des objectifs du microscope binoculaire des clichés et g son grossissement. Soit d la distance minimum de vision distincte.

Considérons sur l'axe O_2 M, un point M d'éloignement Y qui forme son mage en m_1, sur le tableau de gauche. A la restitution, le point correspondant

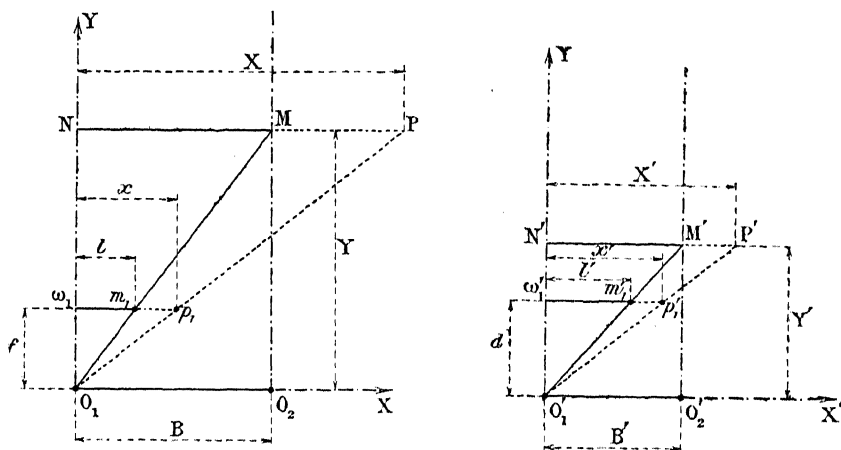



Fig. 72.

sera m'_1, à la distance d de O'_1 et, par définition du grossissement G, nous aurons (fig. 72) :

$$l' = \omega'_1\, m'_1 = G \times \omega_1\, m_1 = G\, l.$$

Les deux figures ci-contre nous donnent :

$$\frac{Y}{f} = \frac{B}{l}$$
$$\frac{Y'}{d} = \frac{B'}{l'}$$

d'où :

$$Y' = \frac{1}{G} \times \frac{B'}{B} \times \frac{d}{f} \times Y.$$

Un point P, d'abscisse X, dans le plan de front N P, est restitué en P', dans le plan de front N' P' et a comme abscisse X'. Calculons X'. Nous avons :

$$\omega_1 p_1 = x$$
$$\omega'_1 p_1' = x' = G x$$
$$\frac{X}{x} = \frac{Y}{f} = \frac{B}{l}$$
$$\frac{X'}{x'} = \frac{Y'}{d} = \frac{B'}{l'}$$

d'où :

$$\frac{X'}{B'} = \frac{x'}{l'} = \frac{Gx}{Gl} = \frac{x}{l} = \frac{X}{B}$$
$$X' = \frac{B'}{B} X.$$

Comparons ces formules à celles qui donnent les coordonnées X'_1 et Y'_1 du point restitué avec un télémètre stéréoscopique de base B_1 et de grossissement G_1 :

$$X'_1 = \frac{X}{\frac{B_1}{e}} = \frac{e}{B_1} X$$

$$Y'_1 = \frac{Y}{\frac{B_1}{e} \times G_1} = \frac{1}{G_1} \times \frac{e}{B_1} \times Y.$$

Le solide restitué par le microscope binoculaire est donc identique au solide que restituerait le télémètre de caractéristiques B_1 et G_1 données par :

$$\frac{e}{B_1} = \frac{B'}{B}$$
$$\frac{1}{G_1} \times \frac{e}{B_1} = \frac{1}{G} \times \frac{B'}{B} \times \frac{d}{f}$$

sens, la marque sera vue à sa vraie place aux deux extrémités. Entre ces extrémités elle sera vue tantôt en avant et tantôt en arrière, suivant le sens du mouvement, et le décalage sera d'autant plus grand que la vitesse sera plus grande, Il en résultera une sorte de mouvement apparent circulaire de la marque mobile autour de la marque fixe. Cette apparence est facile à mettre en évidence avec le dispositif de la figure 73 dans lequel la marque verticale N est animée d'un mouvement alternatif de part et d'autre de la marque verticale fixe M.

Cette explication du mouvement apparent de la marque mobile a été donnée par le D[r] Pulfrich dans un mémoire sur « La stéréoscopie au service de la photométrie isochrome et hétérochrome ».

Le phénomène du déplacement apparent de la marque avait été signalé par divers opérateurs au stéréoautographe. Ils avaient constaté que, dans certaines circonstances, lorsqu'ils filaient stéréoscopiquement une courbe de niveau, d'abord dans un sens, puis dans le sens opposé, le crayon traceur de l'autographe en dessinait deux projections, alors que, dans la plupart des cas, les mêmes restituteurs obtenaient des tracés confondus. Ils crurent d'abord à des erreurs instrumentales, mais ils se rendirent compte, en vérifiant leurs opérations, que celles-ci ne devaient pas être mises en cause et que le phénomène tenait à la différence de densité des deux clichés. Ils purent, par un éclairage convenable des clichés, faire disparaître le phénomène lorsqu'il se produisait, ou le faire apparaître, dans le cas contraire, si les deux plaques étaient éclairées de façon inégale.

Il y a donc lieu de tenir compte de ces faits au cours des restitutions, d'éviter que les clichés aient des densités nettement différentes, de veiller à ce que les lampes utilisées aient à peu près le même éclat et soient placées symétriquement, de bien régler l'écartement des oculaires afin qu'il soit égal à l'écartement des yeux de l'observateur, pour que les faisceaux émergents ne soient pas diaphragmés de façon inégale.

CHAPITRE III

LES PRINCIPES

I — PRINCIPE DE LA STÉRÉOPHOTOGRAMMÉTRIE

Cas des clichés verticaux parallèles à la base. — La méthode photogrammétrique n'est autre chose, en somme, qu'une application immédiate de la méthode classique de levé dite de l'*intersection*. Mais il y a une différence essentielle entre ces deux méthodes : la méthode topographique classique détermine les directions par visées des points du terrain, tandis que la méthode photogrammétrique déduit ces directions de mesures exécutées sur les images photographiques de ces points.

La méthode stéréophotogrammétrique a comme principe la mise en œuvre d'un phénomène physiologique : la *vision stéréoscopique*. Elle a par suite comme base la détermination des *parallaxes*.

Calcul des coordonnées. — Considérons une base S_1 S_2 dont la projection sur un plan horizontal de comparaison passant par l'extrémité gauche de la base est s_1 s_2. Imaginons que, sur un même tableau vertical parallèle à S_1 S_2, nous puissions tracer les perspectives d'une même zone de terrain, les points de vue étant S_1 et S_2. Soit T la trace de ce plan sur le plan horizontal (fig. 74). Soit M un point du terrain et m sa projection horizontale. Joignons s_1 m et s_2 m. Ces deux droites coupent la droite T aux points m_1 et m_2 qui sont les projections horizontales des perspectives du point M. Ces points m_1 et m_2 sont les projections des deux images μ_1 et μ_2 du point M, images que nous appellerons *points homologues*.

Prenons comme axes de coordonnées les droites suivantes :

comme axe des X, la droite s_1 s_2 et comme sens positif celui qui va de la station gauche vers la station droite;

comme axe des Y, la perpendiculaire à s_1 s_2 située dans le plan horizontal de comparaison et dirigée vers le terrain;

comme axe des Z, la verticale ascendante du point s_1.

Sur le tableau vertical unique, considérons les points principaux ω_1 et ω_2, chacun de ces points étant l'origine d'un système d'axes de coor-

données constitué par l'horizontale principale et la verticale principale. Prenons comme sens positif sur les horizontales principales celui qui va de gauche à droite, et sur les verticales principales celui qui va de bas en haut. Les projections des axes horizontaux sont $o_1 x_1$ et $o_2 x_2$.

Fig. 74.

Posons :

$$\overline{s_1 \ s_2} = \mathrm{B}$$
$$\overline{o_1 \ m_1} = x_1$$
$$\overline{o_2 \ m_2} = x_2$$
$$o_1 \ s_1 = o_2 \ s_2 = f$$

et calculons les coordonnées X, Y, Z du point M.

Les triangles semblables $m_1 \ s_1 \ o_1$, $s_1 \ m \ p$ et $m_2 \ s_2 \ o_2$, $s_2 \ m \ p$ donnent :

$$\frac{\mathrm{Y}}{f} = \frac{s_1 \ p}{} - \frac{s_2 \ p}{- \ x_2} = \frac{s_1 \ p - s_2 \ p}{- \ (x_1 - x_2)},$$

c'est-à-dire, en posant :

$$(x_1 - x_2) = a,$$
$$\frac{\mathrm{Y}}{f} = - \frac{\mathrm{B}}{a}.$$

Donc l'éloignement Y du point M a comme valeur :

(1) $$Y = - \frac{B f}{a}$$

D'autre part, les triangles semblables $s_1\, q\, m$ et $s_1\, m_1\, o_1$ donnent :

$$\frac{X}{Y} = - \frac{x_1}{f}$$

(2) $$X = - x_1 \frac{Y}{f}.$$

Calculons maintenant la dénivelée Z.

Considérons le tableau T, le plan horizontal $S_1\, \Omega\, M_1$ et le plan vertical $S_1\, \Omega\, T$ passant par le point S_1. Ces deux plans ont comme traces sur le plan du tableau les axes des x_1 et des z_1 (fig. 75).

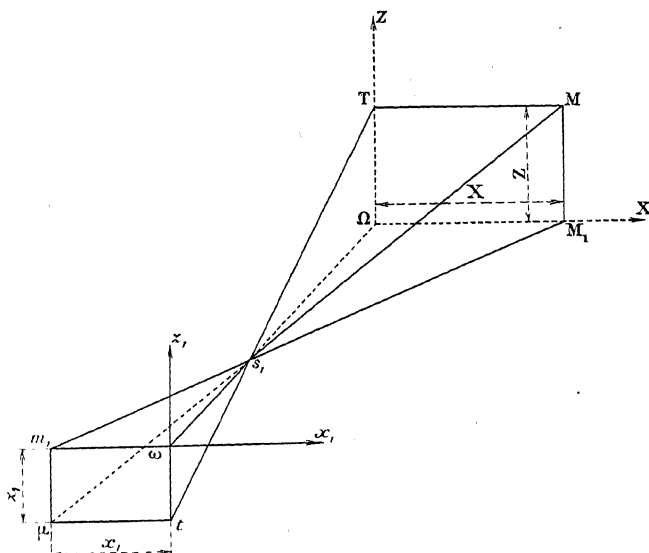



Fig. 75.

Soit M un point du paysage et $M\, T\, \Omega\, M_1$ le plan vertical parallèle au tableau passant par ce point. Nous avons :

$$\overline{\Omega\, M_1} = X$$
$$\overline{s_1\, \Omega} = Y$$
$$\overline{\Omega\, T} = Z$$
$$\overline{\omega\, m_1} = x_1$$
$$\overline{\omega\, t} = z_1$$

Les triangles semblables $s_1 \omega t$ et $s_1 \Omega T$ donnent :

$$\frac{s_1 \omega}{s_1 \Omega} = \frac{\omega t}{\Omega T}$$

$$\frac{f}{Y} = \frac{- z_1}{Z}$$

'où :

$$Z = - z_1 \frac{Y}{f}. \qquad (3)$$

En résumé, les coordonnées X Y Z du point M du terrain sont données par le système :

$$\left\{ \begin{aligned} Y &= - \frac{B f}{a} \\ X &= - x_1 \frac{Y}{f} \\ Z &= - z_1 \frac{Y}{f} \end{aligned} \right. \qquad (4)$$

Remarquons de suite, comme conséquence immédiate de la formule ([1]), que *tous les points de même parallaxe linéaire sont situés dans un plan de front parallèle à la base.*

Supposons que nous prenions, avec un même appareil photographique convenablement réglé et de focale f, un cliché à chacune des deux extrémités d'une base $S_1 S_2$ dont la projection horizontale ait une longueur B, l'appareil étant placé chaque fois de telle façon que :

1° Le centre optique de l'objectif (ou plus exactement le point nodal avant) coïncide avec l'extrémité de la base;

2° Le plan de la plaque soit vertical;

3° L'axe optique qui est horizontal soit perpendiculaire à la base : nous aurons réalisé les conditions de l'hypothèse envisagée ci-dessus. C'est le *cas normal* de la stéréophotogrammétrie.

La focale f étant connue et la projection horizontale B de la base étant mesurée sur le terrain, le système (4) montre que la détermination des coordonnées d'un point M quelconque de la zone de terrain commune aux deux clichés se ramène à :

1° La mesure des coordonnées y_1 et z_1 sur le cliché de gauche;

2° La mesure de la *parallaxe linéaire* a ([1]) :

(1) Nous emploierons le terme *parallaxe linéaire* pour désigner la quantité ($a = x_1 - x_2$), afin de ne pas créer de confusion avec le terme *parallaxe stéréoscopique* qui désigne un angle, l'angle $\widehat{S_1 M S_2}$.

Cas des clichés verticaux parallèles mais inclinés sur la base. — Nous avons jusqu'ici examiné le cas des clichés verticaux parallèles à la base, c'était le *cas normal.*

Considérons maintenant le cas où les clichés sont dans des plans verticaux parallèles faisant un angle i avec le plan vertical projetant la base (fig. 76). Prenons comme plan horizontal de comparaison, le plan horizontal passant par l'extrémité gauche de la base. Soit $s_1\,s_2$ la projection de la base S_1S_2 sur ce plan. Prenons comme axe des x la droite s_1s_2 et comme sens positif sur cet axe celui qui va de s_1 vers s_2, puis comme axe des y la perpendiculaire à $s_1\,x$ dirigée de la station gauche vers le terrain; l'axe des Z sera la verticale ascendante passant par s_1. Choisissons maintenant comme sens positif de rotation celui qui amène $s_1\,x$ sur $s_1\,y$ par une rotation de $+\dfrac{\pi}{2}$.

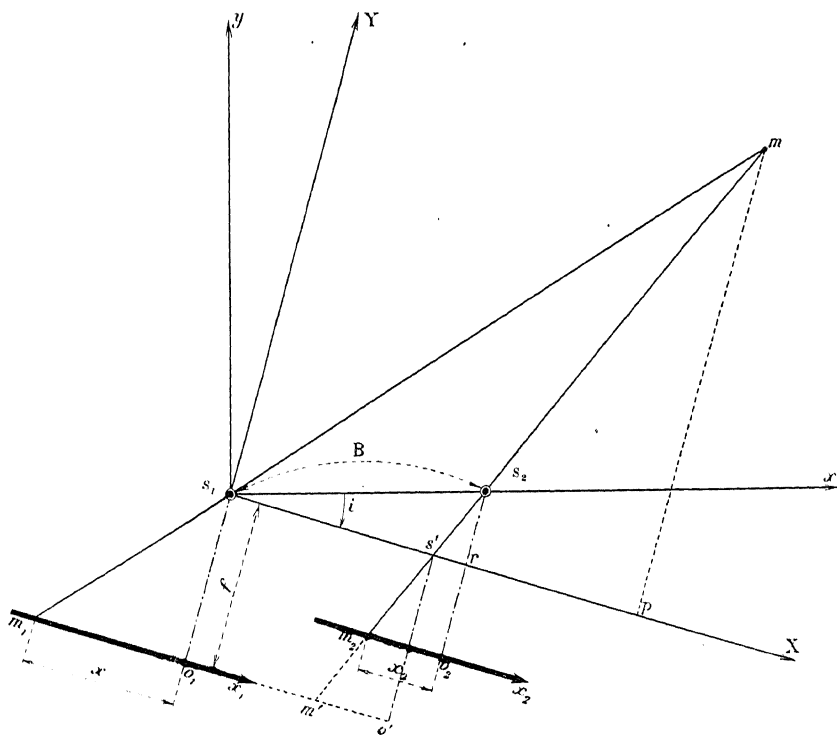



Fig. 76.

Sur chaque cliché, l'horizontale principale et la verticale principale constitueront deux systèmes d'axes rectangulaires $\omega_1\,x_1\,z_1$ et $\omega_2\,x_2\,z_2$ projetés en $o_1\,x_1\,z_1$ et $o_2\,x_2\,z_2$. Le sens positif des axes $o_1\,x_1$ et $o_2\,x_2$ sera celui

de la projection de l'axe $s_1\,x$ sur les clichés. Le sens positif des axes $o_1\,z_1$ et $o_2\,z_2$ sera celui de la projection de l'axe $s_1\,Z$.

Ceci posé, considérons un point M du terrain, il formera sur les clichés deux images μ_1 et μ_2 que nous avons appelées points *homologues*. Nous appellerons m_1 et m_2 les projections des points μ_1 et μ_2 sur les axes $o_1\,x_1$ et $o_2\,x_2$.

Menons par s_1 la parallèle $s_1 X$ à $o_1\,x_1$ et $o_2\,x_2$, puis $s_1\,Y$ perpendiculaire à $s_1\,X$ telle que :

$$\widehat{X\,s_1\,Y} = +\frac{\pi}{2}.$$

L'angle i sera l'angle dont il faut faire tourner $s_1\,x$ pour l'amener sur $s_1\,X$.

Posons :

$$\overline{s_1\,s_2} = B$$
$$\overline{o_1\,m_1} = x_1$$
$$\overline{o_2\,m_2} = x_2$$
$$i = \widehat{x\,s_1\,X}.$$

Les coordonnées de o_1 et de o_2 sont :

$$\begin{cases} (x)_{o_1} = f \sin i \\ (y)_{o_1} = -f \cos i \end{cases}$$
$$\begin{cases} (x)_{o_2} = B + f \sin i \\ (y)_{o_2} = -f \cos i \end{cases}$$

Les coordonnées des points m_1 et m_2 sont :

$$\begin{cases} (x)_{m_1} = f \sin i + x_1 \cos i \\ (y)_{m_1} = -f \cos i + x_1 \sin i \end{cases}$$
$$\begin{cases} (x)_{m_2} = B + f \sin i + x_2 \cos i \\ (y)_{m_2} = -f \cos i + x_2 \sin i \end{cases}$$

Les droites $s_1\,m_1$ et $s_2\,m_2$ ont comme équations :

$$\begin{cases} s_1\,m_1 \Big\} \; \dfrac{y}{x} = \dfrac{-f \cos i + x_1 \sin i}{f \sin i + x_1 \cos i} \\ s_2\,m_2 \Big\} \; \dfrac{y}{x - B} = \dfrac{-f \cos i + x_2 \sin i}{f \sin i + x_2 \cos i} \end{cases}$$

d'où nous tirons :

$$\frac{x - \mathrm{B}}{y} = \frac{f \sin i + x_2 \cos i}{-f \cos i + x_2 \sin i} = \frac{x}{y} - \frac{\mathrm{B}}{y} = \frac{f \sin i + x_1 \cos i}{-f \cos i + x_1 \sin i} - \frac{\mathrm{B}}{y}$$

$$\frac{\mathrm{B}}{y} = \frac{f \sin i + x_1 \cos i}{-f \cos i + x_1 \sin i} - \frac{f \sin i + x_2 \cos i}{-f \cos i + x_2 \sin i}$$

$$\frac{\mathrm{B}}{y} = \frac{-f\,(x_1 - x_2)}{(-f \cos i + x_1 \sin i)\,(-f \cos i + x_2 \sin i)},$$

c'est-à-dire, en posant comme dans le cas normal :

$$(x_1 - x_2) = a$$

$$\frac{y}{\mathrm{B}} = \frac{(y)_{m_1}\,(-f \cos i + x_2 \sin i)}{-f a}$$

$$y = -\frac{\mathrm{B}\,(y)_{m_1}}{f a}\,(-f \cos i + x_2 \sin i)$$

$$y = \frac{\mathrm{B}\,(y)_{m_1}}{f a}\,(f \cos i - x_2 \sin i).$$

Calculons maintenant l'éloignement du point M dans le système s_1 X Y, c'est-à-dire le segment :

$$\mathrm{Y} = \overline{p\,m}.$$

Les triangles semblables $s_1 p\, m$ et $m_1\, o_1\, s_1$ nous donnent :

$$\frac{\overline{pm}}{\overline{o_1\, s_1}} = \frac{\overline{s_1\, m}}{-\overline{s_1\, m_1}} = \frac{\text{projection de } \overline{s_1\, m} \text{ sur } s_1\, y}{-\text{ projection de } \overline{s_1\, m_1} \text{ sur } s_1\, y}$$

$$\frac{\mathrm{Y}}{f} = -\frac{y}{(y)_{m_1}}$$

$$\frac{\mathrm{Y}}{f} = -\frac{\mathrm{B}}{f a}\,(f \cos i - x_2 \sin i)$$

$$y = -\frac{\mathrm{B}}{a}\,(f \cos i - x_2 \sin i).$$

Les mêmes triangles fournissent la relation :

$$\frac{\mathrm{X}}{-x_1} = \frac{y}{-(y)_{m_1}} = \frac{\mathrm{Y}}{f}$$

$$\mathrm{X} = -x_1 \frac{\mathrm{Y}}{f}.$$

Quant à la dénivelée du point M, elle est donnée, comme dans le cas normal, par la formule :

$$z = \mathrm{Z} = -z_1 \frac{\mathrm{Y}}{f}.$$

En définitive, les coordonnées X, Y, Z du point M du terrain sont données par le système :

$$\begin{cases} Y = -\frac{B}{a}(f\cos i - x_2 \sin i) \\ X = -x_1 \frac{Y}{f} \\ Z = -z_1 \frac{Y}{f}. \end{cases}$$

Ces formules montrent qu'il ne suffit plus de mesurer x_1, z_1 et a pour pouvoir calculer X, Y, Z. Il faut en outre mesurer la quantité x_2 qui se déduit d'ailleurs immédiatement de la connaissance de x_1 et de a, puisque :

$$x_1 - x_2 = a$$
$$x_2 = x_1 - a.$$

Si nous faisons $i = o$, nous retrouvons les formules du cas normal :

$$\begin{cases} Y = -\frac{Bf}{a} \\ X = -x_1 \frac{Y}{f} \\ Z = -z_1 \frac{Y}{f}. \end{cases}$$

Signification géométrique des formules. — Imprimons à l'appareil photographique de droite une translation suivant le rayon ω_2 M de façon à amener le cliché correspondant dans le plan du cliché de gauche. La figure $s_2\, o_2\, m_2$ va venir en $s'\, o'\, m'$. Nous avons :

$$\frac{s'\, r}{m_2\, o_2} = \frac{s_2\, r}{s_2\, o_2}$$

$$s'\, r = \frac{(-x_2)(-B\sin i)}{f}$$

puis :

$$s_1\, r = B\cos i$$

d'où :

$$s_1\, s' = s_1\, r - s'\, r = B\cos i - \frac{B\, x_2 \sin i}{f} =$$
$$= \frac{B}{f}(f\cos i - x_2 \sin i).$$

Donc, si nous posons :

$$B' = \frac{B}{f}(f \cos i - x_2 \sin i),$$

nous aurons :

$$Y = -\frac{B' f}{a}.$$

Nous sommes donc ramené au cas normal, les deux clichés étant placés dans le plan vertical $m_1 o_1$, mais la base étant remplacée par une base fictive de projection $s_1 s' = B'$.

Mais il convient de remarquer que ce résultat n'est qu'une interprétation géométrique d'une formule. Il ne ramène pas le cas des clichés parallèles inclinés sur la base au cas normal, car le point s' se déplace le long de $s_1 X$ lorsque le point M sort du plan vertical projetant $s_2 M$.

Cas des clichés verticaux inclinés sur la base, d'angles différents. — Examinons maintenant le cas où les clichés verticaux sont non seulement inclinés sur la base, mais sont en outre inclinés l'un sur l'autre d'un angle c appelé *angle de convergence*. Appelons i et i' les inclinaisons des clichés. Reprenons les mêmes notations que précédemment et les mêmes conventions de signes.

Posons :

$$i - i' = c.$$

L'angle c sera l'angle dont il faudra faire tourner $s_1 X'$ (parallèle à l'axe des x_2 du cliché de droite) pour l'amener sur $s_1 X$ (parallèle à l'axe des x_1 du cliché de gauche) (fig. 77).

Les coordonnées des points m_1 et m_2 sont :

$$\begin{cases} (x)_{m_1} = f \sin i + x_1 \cos i \\ (y)_{m_1} = -f \cos i + x_1 \sin i \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x)_{m_2} = B + f \sin i' + x_2 \cos i' \\ (y)_{m_2} = -f \cos i' + x_2 \sin i' \end{cases}$$

Les droites $s_1 m_1$ et $s_2 m_2$ ont comme équations :

$$\begin{cases} s_1 m_1 \left\{ \dfrac{y}{x} = \dfrac{-f \cos i + x_1 \sin i}{f \sin i + x_1 \cos i} \right. \\ s_2 m_2 \left\{ \dfrac{y}{x - B} = \dfrac{-f \cos i' + x_2 \sin i'}{f \sin i' + x_2 \cos i'} \right. \end{cases}$$

Nous en tirons :

$$\frac{x - B}{y} = \frac{f \sin i' + x_2 \cos i'}{-f \cos i' + x_2 \sin i'} = \frac{f \sin i + x_1 \cos i}{-f \cos i + x_1 \sin i} - \frac{B}{y}$$

$$\frac{B}{y} = \frac{f \sin i + x_1 \cos i}{-f \cos i + x_1 \sin i} - \frac{f \sin i' + x_2 \cos i'}{-f \cos i' + x_2 \sin i'}$$

et comme nous avons posé :

$$x_1 - x_2 = a$$
$$i - i' = c$$
$$\frac{B}{y} = \frac{-(f^2 + x_1 x_2)\sin c - f a \cos c}{(-f\cos i + x_1 \sin i)(-f\cos i' + x_2 \sin i')}$$
$$y = \frac{B(-f\cos i + x_1 \sin i)(-f\cos i' + x_2 \sin i')}{-(f^2 + x_1 x_2)\sin c - fa\cos c}$$
$$y = \frac{B\,(y)_{m_1}(f\cos i' - x_2 \sin i')}{(f^2 + x_1 x_2)\sin c + fa\cos c}$$

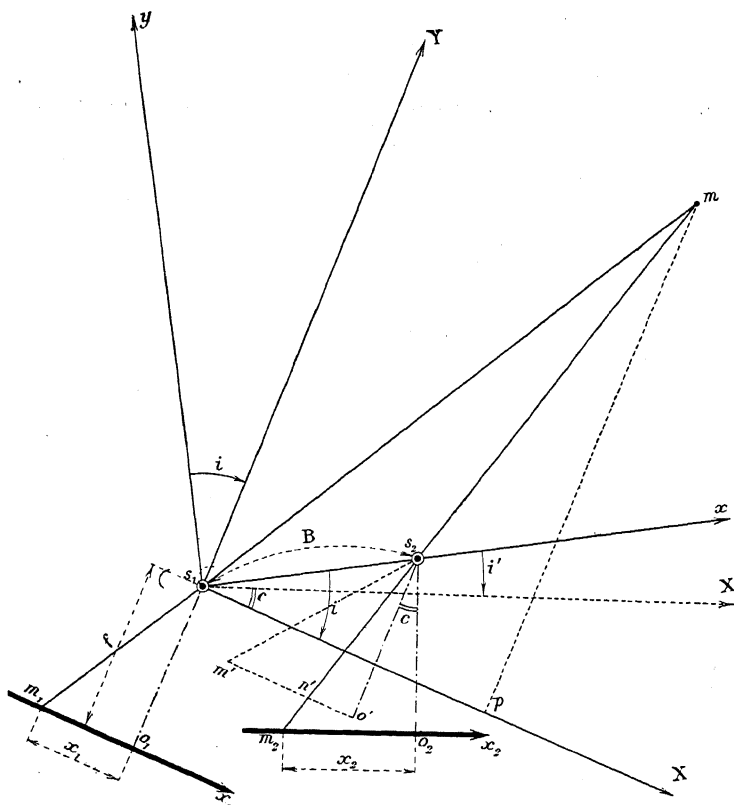



Fig. 77.

Calculons maintenant l'éloignement $\overline{p\,m} = Y$ du point m dans le système s_1 X Y. Nous avons comme précédemment :

$$\frac{Y}{f} = -\frac{y}{(y)_{m_1}}$$

$$Y = -\frac{f}{(f^2 + x_1 x_2) \sin c + fa \cos c} \times (f \cos i' - x_2 \sin i')$$

$$Y = -B f \frac{\cos i (f \cos c + x_2 \sin c) + \sin i (f \sin c - x_2 \cos c)}{(f^2 + x_1 x_2) \sin c + fa \cos c}$$

$$Y = -B f \times \frac{\cos i (f + x_2 \operatorname{tg} c) - \sin i (x_2 - f \operatorname{tg} c)}{fa + (f^2 + x_1 x_2) \operatorname{tg} c}$$

L'abscisse X est donnée par la formule :

$$\frac{X}{-x_1} = \frac{y}{-(y)_{m_1}} = \frac{Y}{f}.$$

Quant à la dénivelée du point M, elle est toujours donnée par la même ormule :

$$Z = -z_1 \frac{Y}{f}.$$

En définitive, les coordonnées X, Y, Z du point M du terrain sont fourlies par le système :

$$\begin{cases} Y = -B f \times \dfrac{\cos i (f + x_2 \operatorname{tg} c) - \sin i (x_2 - f \operatorname{tg} c)}{f a + (f^2 + x_1 x_2) \operatorname{tg} c} \\ X = -x_1 \dfrac{Y}{f} \\ Z = -z_1 \dfrac{Y}{f}. \end{cases}$$

Nous voyons que si nous faisons $c = o$ nous retrouvons les formules établies pour le cas des clichés parallèles mais inclinés sur la base :

$$\begin{cases} Y = -\dfrac{B}{a} (f \cos i - x_2 \sin i) \\ X = -x_1 \dfrac{Y}{f} \\ Z = -z_1 \dfrac{Y}{f} \end{cases}$$

Ces formules nous montrent que, comme dans le cas précédent, il suffit, pour pouvoir calculer X, Y, Z, de mesurer les quantités a, x_1 et z_1.

II — PRINCIPE DU STÉRÉOCOMPARATEUR

La mesure des quantités x_1, z_1 et a s'effectue à l'aide d'un comparateur de forme spéciale imaginé par le Dr Pulfrich, construit par les Établissements Zeiss dès l'année 1901 et dénommé *stéréocomparateur*.

Cet instrument, représenté schématiquement par la figure 78, comporte un bâti horizontal fixe B, solidaire d'un cadre vertical, sur lequel se déplacent deux chariots suivant deux directions rigoureusement rectangulaires. Le premier chariot C se meut de gauche à droite ou de droite à gauche (mouvement de front), sous l'action d'une vis commandée par la manivelle M_x et son déplacement est mesuré sur une règle graduée horizontale x.

Le second chariot C′ se déplace d'avant en arrière ou d'arrière en avant (mouvement de profil), sous l'action d'une vis commandée par la manivelle M_z et son déplacement est mesuré sur une règle graduée horizontale z perpendiculaire à la règle x.

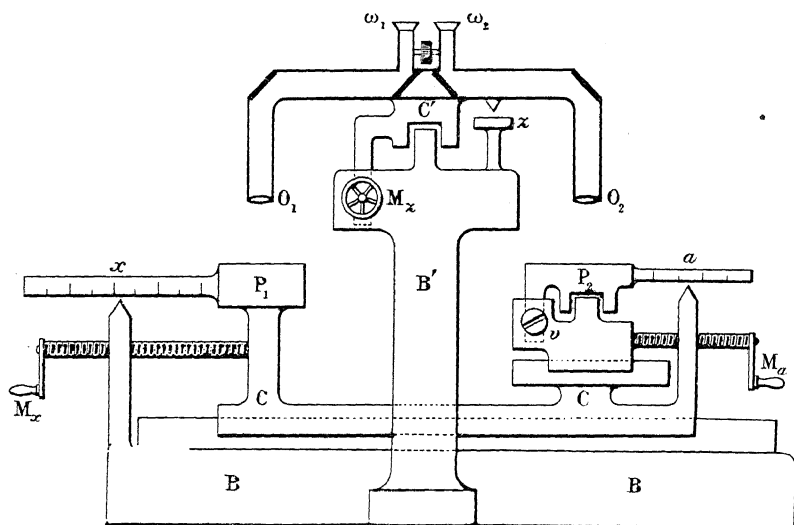



Fig. 78.

Le chariot C porte un cadre d'appui P_1 pour la plaque de gauche, *fixe* sur ce chariot, et un cadre d'appui P_2 pour la plaque de droite, *mobile* suivant deux directions rectangulaires respectivement parallèles aux règles x et z. Le déplacement de front est commandé par la manivelle M_a et son amplitude se mesure sur la règle graduée a. Le déplacement de profil est commandé par la vis v, aucun organe n'est nécessaire pour mesurer son amplitude.

Les deux plaques, la plaque gauche dite *plaque principale* et la plaque droite, sont *rigoureusement dans le même plan.*

Le chariot C′ porte un microscope binoculaire coudé dont les oculaires ω_1 et ω_2 peuvent être réglés à l'écartement des yeux de l'observateur et dont les axes optiques sont sensiblement verticaux.

Plaçons la plaque gauche dans son porte-plaque et *ajustons*-la de façon que son axe $o_1 z_1$ coïncide avec la trace sur le plan P_1 du plan vertical

balayé par l'axe optique du corps gauche du microscope, lorsque le chariot C′ se déplace tout le long de sa direction de translation de profil.

Ajustons de même la plaque droite dans son porte plaque P_2.

Agissons maintenant sur la manivelle M_z et sur la vis v de façon que les axes optiques des deux corps de microscope percent les deux plaques aux points o_1 et o_2 origines de leurs axes de coordonnées; nous avons ainsi réalisé l'*ajustement initial des clichés.*

Si, dès lors, nous agissons sur la manivelle M_x seule, la trace des axes optiques sur le plan des plaques décrira les axes $o_1\, x_1$ et $o_2\, x_2$. Si, au contraire, nous agissons sur la manivelle M_z seule, nous décrirons les axes $o\, z_1$ et $o\, z_2$.

Considérons maintenant les images μ_1 et μ_2 d'un même point M du terrain sur la plaque gauche et sur la plaque droite : ce sont deux *points homologues.* Les coordonnées du point μ_1 dans le système $o_1\, x_1\, z_1$ sont x_1 et z_1, celles de μ_2 dans le système $o_2\, x_2\, z_2$ sont x_2 et z_2.

Mettons l'œil gauche à l'oculaire gauche et agissons sur les manivelles M_x et M_z de façon à amener l'image du point μ_1, donnée par l'objectif O_1, en coïncidence avec le centre du réticule. Dans ce mouvement, les chariots C et C′ subiront des translations qui, rapportées à un système d'axes parallèles à $o_1\, x_1\, z_1$ et liés au bâti fixe B, auront comme valeurs $-\, x_1$ et $-\, z_1$. La différence des lectures faites sur les règles graduées x et z avant et après cette opération fournira les valeurs x_1 et z_1 si les règles sont graduées dans le sens convenable.

Après cette manœuvre, la trace de l'axe optique de droite sur le plan P_2 a comme coordonnées $+\, x_1$ et $+ z_1$ dans le système $o_2\, x_2\, z_2$. Si donc, en agissant sur la manivelle M_a et sur la vis v, nous amenons cette trace à coïncider avec le point μ_2, nous imprimerons à la plaque une translation dont les composantes sont $+\, (x_1 - x_2)$ et $+\, (z_1 - z_2)$. Nous apprécierons cette coïncidence lorsque, mettant l'œil droit à l'oculaire de droite, l'image du point m_2, donnée par l'objectif O_2, viendra au centre du réticule. La différence des lectures faites sur les règles graduées y et z fournira les valeurs $+\, (x_1 - x_2)$ et $+\, (z_1 - z_2)$ si le sens des graduations est correct.

Remarquons de suite que, dans le cas général, il est nécessaire de manœuvrer la vis v pour chaque pointé. En effet, soient S_1 et S_2 les deux extrémités de la base et supposons que ces deux points aient une différence d'altitude H, nous avons (fig. 79) :

$$Z_1 = -\, z_1\, \frac{Y}{f}$$

$$Z_2 = -\, z_2\, \frac{Y}{f}$$

d'où :

$$H = - \qquad - z_2) \frac{Y}{f}$$

$$(z_1 - z_2) = - \frac{f\,H}{Y}.$$

Si les deux stations sont à la même altitude, $(z_1 - z_2)$ est nul pour tous les points, il n'y a donc pas à manœuvrer la vis v après que les plaques ont été ajustées.

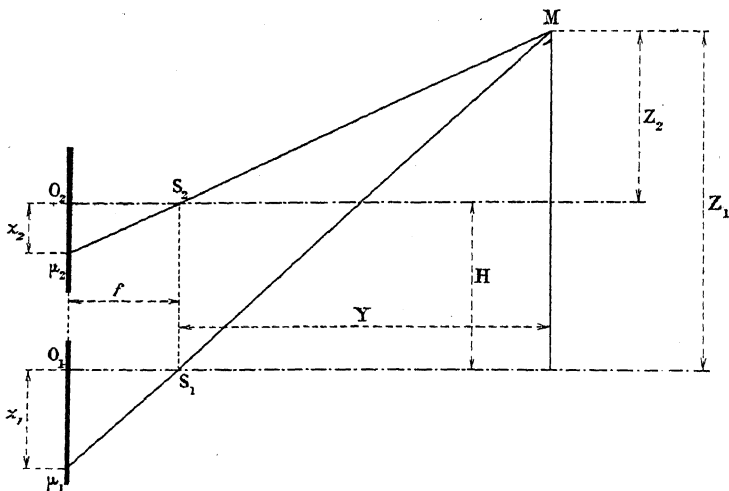



Fig. 79.

Si Y = Cte, c'est-à-dire si tous les points examinés sont dans un même plan de front parallèle à la base, $(z_1 - z_2)$ est constant, donc la manœuvre de la vis v n'a lieu qu'une fois pour tout le plan.

En dehors de ces deux cas particuliers, il faut utiliser la vis v pour le pointé sur chaque couple de points homologues. Donc, *dans le cas général, il faut agir sur quatre organes de manœuvre pour mesurer les quantités* x_1, z_1 et a.

III — PRINCIPE DE L'AUTOGRAPHE

1° **Cas normal.** —Plaçons les deux clichés dans un même plan vertical de façon que :

1° leurs axes $o_1 x_1$ et $o_2 x_2$ soient confondus avec la trace T de ce plan sur le plan horizontal de comparaison,

2° $s_1 o_1$ et $s_2 o_2$ soient perpendiculaires à T;

3° $o_1 s_1 = o_2 s_2 = f$.

Faisons pivoter dans ce plan horizontal de comparaison deux règles $s_1 m$ et $s_2 m$ autour des points s_1 et s_2 de façon qu'elles passent constamment

par les projections horizontales m_1 et m_2 d'un couple de points homologues μ_1 et μ_2; leur point d'intersection m décrira la projection horizontale du terrain.

Mais un tel système oblige à déplacer les axes de rotation s_1, s_2 pour chaque paire de clichés, puisque la base varie à chaque prise de vues.

Considérons sur l'axe s_1 X deux points fixes s_1 et s'_2 situés à la distance D. Transportons le cliché de droite parallèlement à lui-même par une translation $s_2 s'_2$. La projection d'un couple de rayons homologues devient $m_1 s_1$ et $m'_2 s'_2$. Menons $m\ t$ parallèle à s_1 X et $s'_2\ t$ parallèle à $s_1\ m$. Nous avons (fig. 80) :

$$mt = \text{D}$$
$$m't = \text{B}.$$

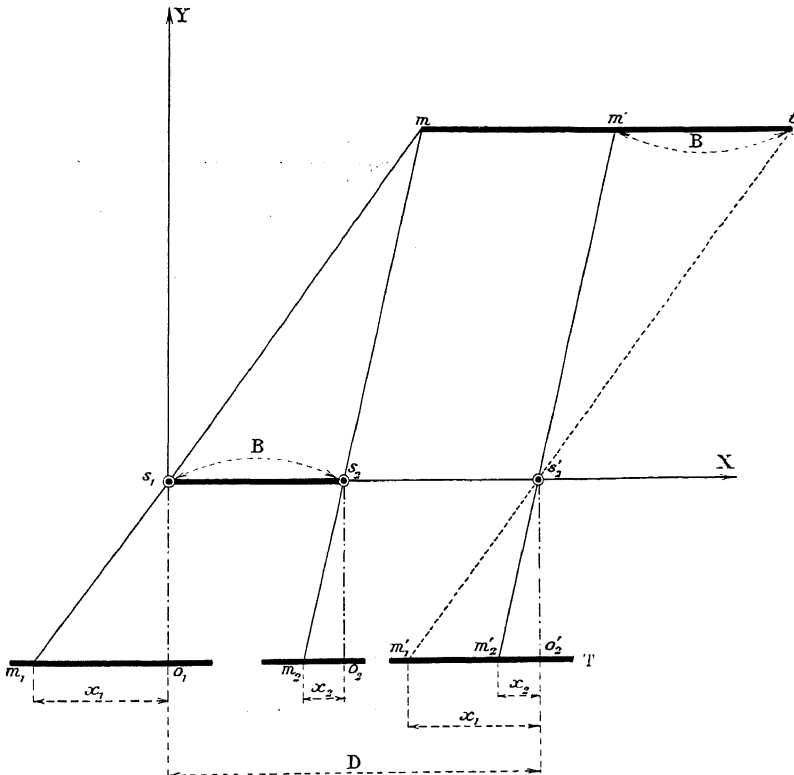



Fig. 80.

Faisons maintenant pivoter deux règles autour de s_1 et s'_2 de façon qu'elles passent sans cesse par les projections m_1 et m'_2 d'un couple de points homologues $\mu_1\ \mu_2$. Assujettissons d'autre part une barre de longueur fixe D à se déplacer dans le plan horizontal, parallèlement à la projection de la base. Faisons coulisser sur cette barre un point m' que nous fixerons pour

chaque paire de clichés à une distance $m'\,t = \mathrm{B}$ du point t. Si les deux points m et m' restent en contact avec les règles, le point m décrira la projection horizontale du terrain.

Cette propriété géométrique est utilisée dans l'autographe von Orel.

2° **Cas des clichés parallèles.** — Considérons sur la direction s_1 X un point s'_2 arbitraire, mais fixe, à une distance D du point s_1. Transportons le cliché de droite dans le plan du cliché de gauche par une translation $s_2\,s'_2$. Dans cette position, un couple de rayons homologues devient en projection $m_1\,s_1$ et $m'_2\,s'_2$. Menons par s'_2 le rayon parallèle à $s_1\,m$, puis traçons mt parallèle à $s_1\,s'_2$ et $m\,m'$ parallèle à $s_2\,s'_2$. Nous obtenons deux parallélogrammes $s_1\,s'_2\,mt$ et $s_2\,s'_2\,mm'$. Il s'en suit que (fig. 81) :

$$mt = s_1 s'_2 = \mathrm{D}$$
$$mm' = s_2 s'_2$$
$$\widehat{s_1\,s'_2\,s_2} = \widehat{tmm'}.$$

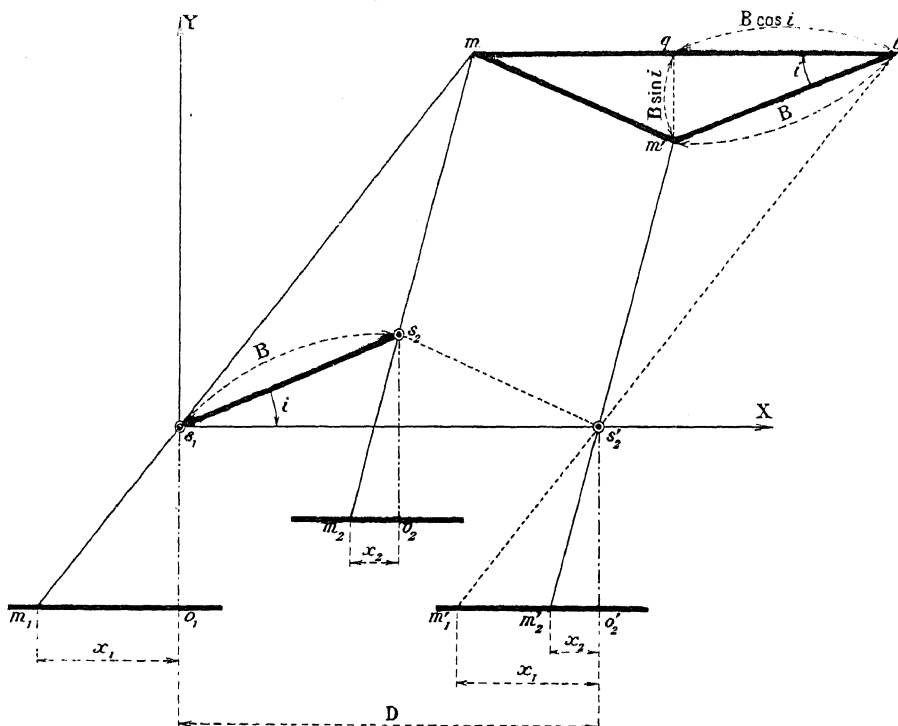



Fig. 81.

Les triangles mtm' et $s_1\,s_2\,s'_2$ sont donc égaux et par suite :

$$m't \text{ est égal et parallèle à } s_1\,s_2 = \mathrm{B}$$
$$\widehat{mtm'} = i$$

Les quantités B et i résultent de mesures faites sur le terrain. La quantité D est une donnée que nous nous sommes fixée arbitrairement en nous imposant deux points fixes situés dans le plan horizontal de référence. Nous avons donc tous les éléments pour construire le triangle mtm' qui est une figure invariable pour une paire de clichés donnée. Supposons maintenant que nous fassions pivoter deux règles autour des points s_1 et s_2 de façon qu'elles passent sans cesse par les projections m_1, m'_2 d'un couple de points homologues μ_1, μ_2. Assujettissons, d'autre part, le triangle mtm' à se déplacer parallèlement à lui-même dans le plan horizontal de façon que son côté mt reste parallèle à D et que les sommets opposés à l'angle i restent en contact avec les règles. Avec de telles liaisons géométriques, le point m sera assujetti à décrire la projection horizontale du terrain.

Pour construire le triangle mtm', il suffira que nous puissions faire coulisser un angle droit sur la barre mt et faire coulisser un point m' sur le côté qm' de cet angle droit. La position des points q et m' s'obtiendra en bloquant les curseurs à des distances :

$$t\,q = \text{B} \cos i$$
$$q\,m' = \text{B} \sin i$$

faciles à calculer, puisque B et i ont été mesurés sur le terrain.

Nous verrons par la suite que l'autographe von Orel est basé sur la réalisation mécanique de ce dispositif géométrique.

3° **Cas des clichés convergents.** — Imprimons à la chambre photographique de droite une rotation c autour de l'axe vertical passant par le point s_2. Le cliché de droite va devenir parallèle au cliché de gauche. Le point M qui avait comme images les deux points homologues μ_1 et μ_2 va maintenant avoir comme images deux points μ_1 et ν dont les projections sur les horizontales principales des clichés sont m_1 et n''. Dans ce mouvement, la projection de l'axe optique devient $s_2\,o''$, le point m_2 vient en m''_2 et nous avons (fig. 82) :

$$\widehat{o_2\,s_2\,o''} = c$$
$$\widehat{n''\,s_2\,m''_2} = c.$$

Le cliché qui aurait été obtenu avec la nouvelle position de la chambre de droite peut se déduire facilement du premier en plaçant celui-ci dans sa chambre de prise de vues et en le photographiant à travers l'objectif, avec une chambre identique, les deux axes optiques étant dans un même plan horizontal et faisant entre eux un angle c.

Nous sommes dès lors ramené au cas des clichés parallèles inclinés sur

la base et nous pouvons exploiter les deux plaques o_1 et o'' suivant la méthode exposée.

Ce procédé impose toutefois la sujétion d'emploi d'une photographie redressée et introduit une cause d'erreur assez importante due à la modification de la perspective sur le cliché o'' lorsqu'une erreur est commise dans

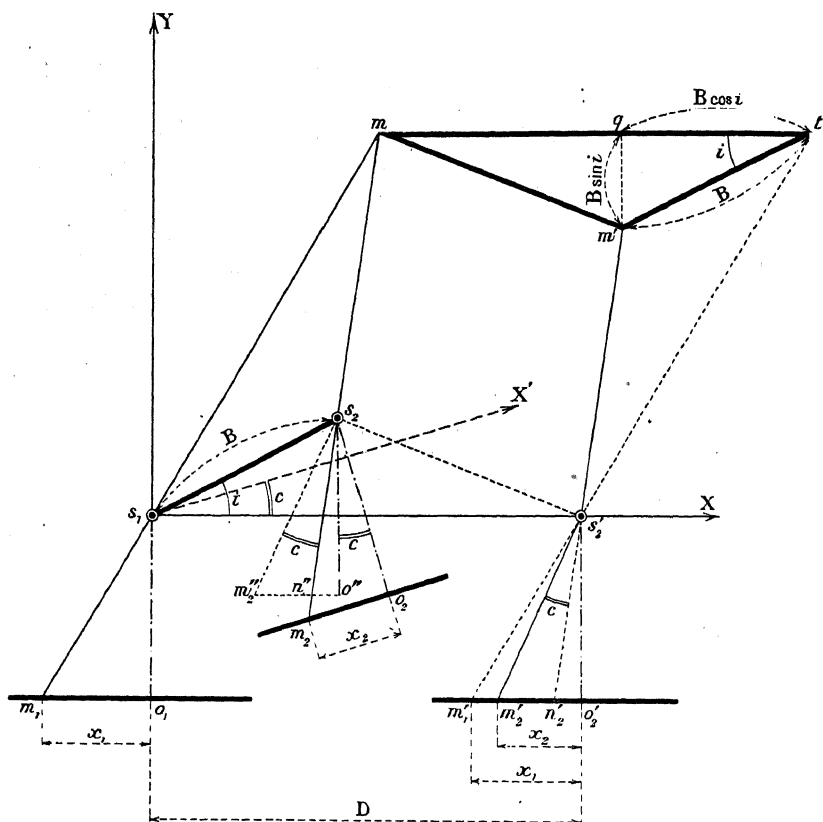



Fig. 82.

la mise en place des deux axes optiques. Une autre cause de déformation de la perspective provient de l'impossibilité de réaliser deux objectifs exactement semblables et de placer les clichés dans la même position par rapport au point nodal d'émergence de chacun d'eux.

Nous allons voir qu'il est facile d'éviter ces inconvénients. Au lieu de déplacer par une translation $s_2 s'_2$ le cliché $o'' n''$, déplaçons le cliché $o_2 m_2$ lui-même, après l'avoir rendu parallèle au cliché $o_1 m_1$. La considération des couples des rayons $m_1 s_1$ et $n'_2 s'_2$ conduit, comme précédemment, à la construction d'un triangle invariable $mm' t$ se déplaçant parallèlement à lui-même et dont le sommet m décrit la projection horizontale du terrain.

Le fait d'opérer sur le point m'_2 au lieu du point n'_2 revient à couder la partie $s'_2 n'_2$ du rayon d'un angle constant c. Il suffira donc de faire pivoter autour du point s_2 une règle coudée $m'_2 s'_2 m'$, aux lieu et place de la règle rectiligne précédemment considérée.

Cette propriété géométrique est également utilisée dans l'autographe de von Orel.

IV — DÉTERMINATION GRAPHIQUE DE LA PROJECTION HORIZONTALE ET DE LA DÉNIVELÉE D'UN POINT

Formules. — Nous avons établi dans le cas normal les formules :

$$\begin{cases} Y = -\dfrac{Bf}{a} \\ X = -x_1 \dfrac{Y}{f} \\ Z = -z_1 \dfrac{Y}{f} \end{cases}$$

dans l'hypothèse d'un tableau T vertical, situé en arrière du plan vertical projetant la base et à une distance f de ce plan. Considérons maintenant les perspectives obtenues sur le tableau T′, symétrique du tableau T par rapport au plan vertical contenant la base [1]. Prenons encore comme sens positif sur les horizontales principales le sens $\overline{s_1 s_2}$ et comme sens positif sur les verticales principales, le sens de la verticale ascendante. Nous avons (fig. 83) :

$$\begin{aligned} x'_1 &= -x_1 \\ x'_2 &= -x_2 \\ a' &= x'_1 - x'_2 = -(x_1 - x_2) = -a \\ z'_1 &= -z_1 \end{aligned}$$

Les formules donnant X, Y, Z deviennent donc :

$$\begin{cases} Y = +\dfrac{Bf}{a'} \\ X = +x'_1 \dfrac{Y}{f} \\ Z = +z'_1 \dfrac{Y}{f} \end{cases}$$

(1) Il résulte du choix du tableau T′ que les perspectives à considérer seront les perspectives que l'observateur verrait en se plaçant en s_1 et en s_2. Il faudra donc, lorsque les clichés seront mis sur le stéréo-comparateur, qu'ils reproduisent ces perspectives visuelles, c'est-à-dire qu'ils soient placés la gélatine en dessous si ce sont des négatifs et la gélatine en dessus si ce sont des diapositifs.

ou en changeant de notation [1] :

$$Y = \frac{B f}{}$$

$$X = x_1 \frac{Y}{f}$$

$$Z = z_1 \frac{}{f}$$

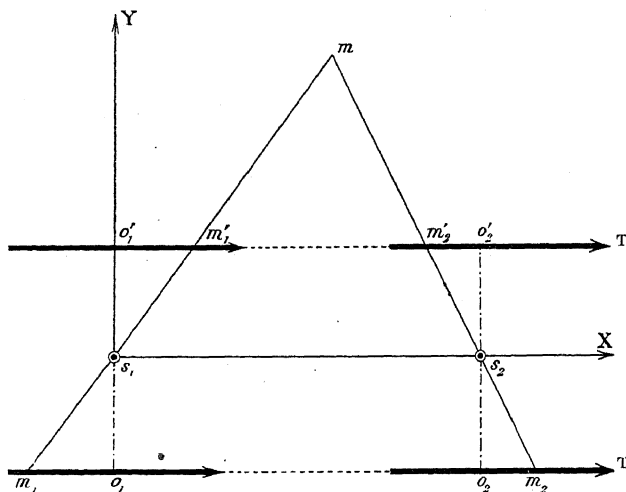



Fig. 83.

Constructions graphiques — Ces formules conduisent à des calculs longs et pénibles suivis de reports graphiques.

Il est plus rapide et plus commode de déterminer par une méthode purement graphique la position planimétrique et la dénivelée des divers points du levé.

Soient $s_1 s_2$ la projection horizontale de la base, TT la trace du plan de front située à la distance f en avant du plan vertical projetant la base, $s_1 o_1$ et $s_2 o_2$ les projections des axes optiques.

Portons sur T T, à partir de o_1 comme origine, les segments (fig. 84) :

$$o_1 n = a$$

$$o_1 m_1 = x_1.$$

(1) Nous pouvons opérer de même pour le cas des clichés parallèles inclinés sur la base. En conservant les mêmes conventions de sens positif des axes, les formules établies seront les mêmes avec un simple changement de signe, à condition de convenir que l'angle i sera l'angle dont il faudra faire tourner les horizontales principales pour les rendre parallèles au plan vertical projetant la base. Dans le cas des clichés convergents la formule qui donne Y doit être modifiée.

La droite $s_1 n$ coupe $s_2 o_2$ en q_2. Menons par q_2 la parallèle Q Q à T T. Nous avons :

$$\frac{s_1\, q_1}{s_1\, o_1} = \frac{q_1\, q_2}{o_1 n}$$

$$\overline{s_1\, q_1} = \frac{\mathrm{B}\, f}{a}$$

Donc :

$$\overline{s_1\, q_1} = \mathrm{Y}.$$

Q Q est donc *la trace du plan de front de parallaxe constante a.*

Fig. 84.

La droite $s_1\, m_1$ coupe Q Q en m et nous avons :

$$\frac{q_1\, m}{o_1\, m_1} = \frac{s_1\, q_1}{s_1\, o_1}$$

Donc :

$$\overline{q_1\, m} = x_1 \frac{\mathrm{Y}}{f}.$$

Donc m est la projection horizontale du point M de l'espace de coordonnées X, Y, Z.

Portons sur T T le segment $\overline{o_1 r} = z_1$. La droite $s_1 r$ coupe Q Q en d et nous avons :

$$\frac{\overline{q_1 d}}{\overline{o_1 r}} = \frac{Y}{f}$$

$$q_1 d = z_1 \frac{Y}{f}$$

Donc :

$$\overline{q_1 d} = Z.$$

Les constructions qui précèdent supposent que toutes les grandeurs f, a, x_1, z_1 sont portées en vraie grandeur et que les grandeurs B, X, Y, Z sont portées à l'échelle de la carte. Mais les quantités f, a, x_1 et z_1 sont petites et, par suite, les directions $s_1 n$, $s_1 m_1$ et $s_1 r$ sont mal déterminées.

Considérons la figure $s_1 r' o'_1 n' m'_1$, homothétique de $s_1 r o_1 n m_1$. Les points n' m'_1 r' déterminent les droites $s_1 q_2$, $s_1 m$, $s_1 d$ ci-dessus considérées. Cela revient à multiplier les grandeurs f, a, x_1, z_1 par un même facteur constant k, convenablement choisi, pour que les segments $\overline{s_1 o'_1}$, $\overline{o'_1 n'}$, $\overline{o'_1 m'_1}$, $\overline{o'_1 r'}$ soient assez grands pour déterminer le plus exactement possible les directions $s_1 q_2$, $s_1 m$ et $s_1 d$. Dans cette construction, les quantités B, X, Y, Z sont portées graphiquement à l'échelle du levé. Les formules restent vérifiées, puisque nous avons :

$$Y = B \times \frac{k f}{k a} = B \times \frac{f}{a}$$

$$X = \frac{k x_1}{k f} Y = x_1 \frac{Y}{f}$$

$$Z = \frac{k z_1}{k f} Y = z_1 \frac{Y}{f}.$$

Mais la base B est petite par rapport aux éloignements Y et la quantité ka est également encore petite; il s'ensuit que l'angle $\widehat{s_1 q_2 s_2}$ est très aigu et, par suite, le point q_2 est mal déterminé graphiquement.

Amplifions les grandeurs a et B dans un même rapport de grandissement g et portons :

$$\overline{o_1 m''_1} = ga$$

$$\overline{s_1 s''_2} = gB$$

Nous avons :

$$\frac{\overline{o_1 m''_1}}{\overline{s_1 o_1}} = \frac{\overline{s_1 s''_2}}{\overline{s''_2 m''}}$$

$$\frac{g a}{f} = \frac{g B}{s''_2 m''}$$

$$s''_2 m'' = \frac{g B f}{g a} = \frac{B f}{a} = Y.$$

Donc le point m'' est sur la droite QQ. Il est donc possible, en choisissant convenablement g, d'assurer une détermination précise de m'' à l'aide de droites se coupant sous des angles suffisamment grands.

Au lieu de prendre m_1'' qui déterminerait mal la direction $s_1\, m_1''$, nous prendrons n'' à l'intersection de la droite $s_1\, m_1''$ avec T′ T′.

En résumé, les constructions graphiques s'effectueront en portant sur les droites $s_1\, s_2$, $s_1\, o_1$ les segments :

$$B' = g\,B$$
$$f' = k\,f$$

et sur la droite T′ T′ ainsi déterminée les segments :

$$a' = g\,k\,a$$
$$x_1' = k\,x_1$$
$$z_1' = k\,z_1.$$

Dans ces conditions, les formules donnant X, Y, Z deviennent :

$$Y' = \frac{B'\,f'}{a'} = \frac{g\,k\,B\,f}{g\,k\,a} = \frac{B\,f}{a} = Y$$
$$X' = x_1' \,\frac{Y'}{f'} = \frac{k\,x_1}{kf}\,Y = x_1\,\frac{Y}{f} = X$$
$$Z' = z_1' \,\frac{Y'}{f'} = \frac{k\,z_1}{kf}\,Y = z_1\,\frac{Y}{g} = Z$$

et nous obtenons une construction simple donnant tous les éléments topographiques nécessaires : position planimétrique du point et dénivelée.

V — AVANTAGES DE LA STÉRÉOPHOTOGRAMMÉTRIE

La manœuvre du stéréocomparateur telle qu'elle a été décrite n'est qu'une manœuvre théorique destinée à montrer comment l'appareil peut mesurer les quantités x_1, z_1 et a.

Lorsque les divers mouvements élémentaires en lesquels elle se décompose ont été exécutés, les images des points homologues μ_1 et μ_2 coïncident avec les signes tracés au centre des réticules R_1 et R_2. Si nous regardons avec les deux yeux à la fois dans le microscope d'observation des clichés, nous ne verrons pas deux signes, mais notre cerveau fusionnera les impressions lumineuses reçues par nos deux rétines et nous aurons l'illusion de voir un *index aérien* suspendu dans l'espace. Le cerveau fusionne également, d'autre part, les images rétiniennes des deux clichés et donne une vision stéréoscopique du terrain. Mais les deux images des points homologues μ_1 et μ_2

coïncidant dans le plan focal du stéréoscope constitué par les deux oculaires avec les deux signes des réticules, il s'ensuit que l'*index aérien paraîtra en contact avec l'image stéréoscopique du point M du terrain.*

Si nous fixons l'image stéréoscopique du terrain et si nous manœuvrons les manivelles M_x, M_a, M_z d'une façon quelconque, l'index aérien paraîtra se mouvoir dans le paysage stéréoscopique. Il constitue un *repère mobile* ou une *mire mobile* que nous pouvons, en agissant convenablement sur les manivelles, amener au contact stéréoscopique d'un point quelconque du terrain. Lorsque ce contact est obtenu, les images des points homologues coïncident respectivement avec les signes des réticules correspondants et les échelles de l'appareil fournissent directement les quantités x_1, z_1 et a, à condition que les origines aient été lues au moment de l'*ajustement initial.*

Il est donc inutile de décomposer la manœuvre du stéréocomparateur en ses mouvements élémentaires, il suffit d'agir sur les manivelles de façon à *poser la mire* sur le point choisi du paysage.

Cette façon d'opérer présente un énorme avantage : elle supprime la nécessité d'*identifier* les points homologues des deux clichés, ce qui était le gros écueil de la méthode photogrammétrique.

Elle est en outre beaucoup plus *précise*, car elle utilise la vision binoculaire qui, dans le champ apparent d'un instrument, a, comme nous le verrons par la suite, une précision angulaire moyenne de 10 secondes pour un observateur moyen, alors que pour ce même observateur la précision moyenne de pointé monoculaire n'est que de 30 secondes environ.

Nous voyons immédiatement l'immense supériorité de la méthode stéréophotogrammétrique sur la méthode photogrammétrique : *l'absence d'identification des points homologues ;* le terrain se présente à l'observateur comme un modèle réduit du terrain réel, sur lequel il peut, à sa volonté, et instantanément, poser la mire sur les points qui l'intéressent, sans ordres à donner à un aide et sans attendre ses déplacements.

Il n'est plus nécessaire de disposer de points *remarquables* (croisées de routes, ponts, angles de champs, rochers, arbres, etc...) facilement identifiables : les pointés stéréoscopiques peuvent se faire sur des points quelconques et, par suite, le restituteur peut suivre avec une grande précision toutes *les lignes caractéristiques du terrain* (thalwegs, lignes de faîte, ligne de changement de pente, etc.) qui en général ne sont jamais jalonnées par des points remarquables.

La méthode stéréoscopique n'est plus, comme la méthode photogrammétrique, utilisable presque uniquement en haute montagne; elle permet de lever des terrains quelconques, des pâturages de montagne sans points remarquables, des glacis gazonnés qui, jusqu'alors, échappaient à la restitution photographique.

De plus, la photogrammétrie nécessitait l'emploi de bases longues, afin d'avoir des intersections sous des angles supérieurs à 30 grades, d'où deux inconvénients :

1° Nécessité de prise de vues intermédiaires pour faciliter l'identification;

2° Petitesse de la zone commune à deux clichés.

La stéréophotogrammétrie permet l'emploi de *bases courtes* et ne nécessite pas de *clichés intermédiaires.* Chaque paire de clichés présente de *grandes parties communes*, le *rendement* est donc excellent, la méthode est *rapide* et *économique.*

En outre, la photogrammétrie exigeait presque impérieusement que le restituteur fût le topographe qui avait pris les vues. En stéréophotogrammétrie, au contraire, cette sujétion est évitée : le restituteur a devant lui une représentation exacte du terrain avec tout son modelé. Il se trouve même dans des conditions plus favorables que le topographe, car il n'est pas cloué au sol : il peut à chaque instant quitter la petite zone de terrain dans laquelle il travaille afin d'examiner l'ensemble et de se rendre compte de l'importance relative des divers mouvements, en un mot d'*interpréter le terrain.* L'opérateur qui travaille sur le terrain et le restituteur qui travaille au bureau sont indépendants l'un de l'autre, d'où une *économie de temps*, par suite de la possibilité d'appliquer le principe de la *division du travail.*

Enfin, cette méthode permet de travailler directement sur les négatifs : elle est donc, de ce fait même, très nettement supérieure à la méthode photogrammétrique qui nécessitait l'emploi de positifs plus ou moins déformés. Elle s'accommode en outre de clichés un peu quelconques, alors que l'ancienne méthode exigeait des clichés parfaits.

VI — LES DIVERS GENRES DE POINTÉS

Dans ce qui suivra, nous aurons souvent à parler de précision de pointé, d'erreur de pointé, etc. Il est utile de définir dès maintenant, dans ce chapitre consacré aux principes, le sens exact des termes que nous emploierons et de fixer quelques valeurs numériques qui interviendront à chaque instant dans nos calculs.

Pointé monoculaire. — Il convient tout d'abord de distinguer plusieurs sortes de pointés monoculaires :

1° L'observateur superpose au mieux possible le trait d'un réticule avec l'image donnée par un instrument du point examiné ou de la droite examinée : c'est le *pointé par contact ;*

2° L'observateur cherche à amener deux traits verticaux parallèles,

noirs sur fond blanc, ou brillants sur fond obscur, à se prolonger : c'est le *pointé par prolongement ;*

3° L'observateur cherche à amener l'image d'un point ou d'une droite au milieu de l'intervalle de deux fils réticulaires parallèles, ou bien à bissecter l'image d'un cercle par un fil unique de réticule, ou bien à amener un fil unique de réticule au centre de l'image d'une bande étroite parallèle à un fil : c'est le *pointé par bissection.*

Le *pointé par contact* est le pointé normal lorsque l'opérateur examine un objet à formes géométriques assez nettes, en choisissant dans cet objet un point bien déterminé ou une ligne particulièrement bien définie : c'est le pointé du topographe lorsqu'il vise des jalons, des signaux, des clochers, des tours, etc.

Le *pointé par prolongement*, encore appelé *pointé par coïncidence*, est celui qui est utilisé dans les télémètres à coïncidence.

Le *pointé par bissection*, encore appelé *pointé par encadrement*, est celui auquel a recours le topographe pointant avec un fil unique sur une mire dont le dessin comporte une bande ou un cercle obscurs sur fond blanc, ou blancs sur fond obscur. C'est aussi le pointé utilisé dans les instruments de laboratoire comportant un réticule à deux fils.

La précision de ces pointés varie beaucoup avec la grosseur des fils, avec l'éclairement de l'objet, avec le diamètre apparent des objets recouverts, prolongés ou bissectés. Lorsque les fils sont fins, que leur écartement est judicieusement choisi, lorsque les mires ont un dessin de dimensions convenables et lorsque les objets sont bien éclairés, l'*erreur moyenne quadratique de pointé* est, dans le champ apparent, c'est-à-dire dans l'œil de l'observateur :

d'environ 20 secondes sexagésimales pour les pointés par contact;

d'environ 10 secondes sexagésimales pour les pointés par prolongement (et même de 3 à 4″ pour de très bons observateurs dans d'excellentes conditions d'éclairage);

comprise entre 10 et 20 secondes sexagésinales pour les pointés par bissection.

Il en résulte que l'erreur maximum est de $20 \times 3 = 60'' = 1'$ pour les pointés par contact, c'est-à-dire que les lectures angulaires faites sur des cercles suffisamment précis, après avoir pris toutes les précautions nécessaires pour éliminer les erreurs instrumentales, sont échelonnées de $\pm 1'$ autour de la valeur moyenne d'un très grand nombre de lectures. De nombreux ouvrages d'optique fixent à 1′ la précision du pointé monoculaire sur objets bien définis, sans préciser s'il s'agit d'une erreur moyenne ou d'une erreur maximum. Il convient de retenir que ce chiffre caractérise l'*erreur maximum* de pointé.

Signalons enfin que les pointés sur objets de forme quelconque, dans

lesquels il est difficile de choisir un point très net ou une ligne géométrique bien régulière, sont naturellement moins précis. L'erreur moyenne quadratique est alors de l'ordre de 30 secondes sexagésimales, soit 1 minute centésimale. De tels pointés sont ceux qu'exécute le topographe pointant sur des objets à formes mal définies géométriquement, arbres, routes sinueuses, ruisseaux, etc. Ceci explique le chiffre de 1 minute centésimale donné par de nombreux cours de topographie pour caractériser l'erreur moyenne de pointé.

Nous pouvons citer, à l'appui de ce qui précède, quelques résultats d'expérience :

1° M. Wild, utilisant un théodolite de sa construction, grossissant 20 fois (*Notice sur le nouveau théodolite Henri Wild*, Heerbrugg, *1925*) a mesuré un angle dont les côtés étaient jalonnés par deux clochers. L'erreur moyenne quadratique d'une série de 80 mesures a été de 1'',34, c'est-à-dire que l'erreur moyenne quadratique de détermination d'un côté de cet angle a été de :

$$\frac{1'',34}{\sqrt{2}} = 1'',$$

soit, dans le champ apparent, 20'' ou environ *7″*, chiffre inférieur à l'erreur moyenne de 10″ adoptée ci-dessus pour un observateur moyen.

2° Le même appareil, utilisé par d'autres observateurs pour pointer des buts moins bien définis géométriquement, a donné, dans la mesure de l'angle de deux directions, une erreur quadratique moyenne de 2'',4, soit, dans le champ apparent et pour le pointé d'une seule direction, une erreur moyenne quadratique de :

$$\frac{2,4 \times 20}{\sqrt{2}} = 34'' \text{ ou environ } 12'',$$

valeur inférieure au chiffre de 20″ adopté pour un observateur moyen.

Pouvoir séparateur de l'œil. Acuité visuelle monoculaire. — Il convient de signaler, au sujet de la précision de pointé, que celle-ci n'est pas déterminée par le pouvoir séparateur de l'œil, qui est, pour la moyenne des yeux emmétropes, de 1′. *Helmholtz* et *Young* ont montré que le pouvoir séparateur de l'œil tient à la constitution de la rétine, formée d'*éléments indépendants*, les cônes et les bâtonnets. Lorsqu'un cône reçoit une impression lumineuse émanée d'un point ou d'un petit objet dont l'image est plus petite que le cône, celui-ci envoie une impression au cerveau et cette impression détermine la vision du point ou de l'objet. I en résulte immédiatement qu'il est impossible d'apprécier une différence quelconque entre un point de dimensions assez faibles pour être assimilable à un point géométri-

que et un objet suffisamment petit pour que son image rétinienne, compte étant tenu de ses aberrations, soit inférieure à la surface d'un cône, à condition que le point examiné ait un éclat suffisant pour impressionner le cône considéré. Helmholtz et Young ont montré, en outre, que deux points ne pouvaient être vus séparés que si leurs images se formaient sur deux cônes non contigus, c'est-à-dire séparés par un cône au moins. Or, le diamètre d'un cône est vu du point nodal arrière de l'œil sous l'angle de 1′ et c'est cet angle qui fixe le *pouvoir séparateur* de l'œil ou *acuité visuelle.* Lorsque l'œil ne cherche pas à séparer deux points, mais à apprécier un contact, un prolongement ou une bissection, l'énergie lumineuse reçue n'intéresse plus seulement deux cônes, mais toute une série de cônes qui envoient leurs impressions au cerveau. Celui-ci se livre à une interprétation différente, les deux phénomènes considérés ne sont pas les mêmes, il n'est donc pas extraordinaire que leur précision soit caractérisée par des nombres différents.

Pointé binoculaire ou stéréoscopique. — Ce pointé met en œuvre une autre faculté du cerveau : l'appréciation d'un contact stéréoscopique. Dans de bonnes conditions d'observation, l'erreur moyenne de pointé stéréoscopique est, dans le champ apparent d'un instrument binoculaire, de :

15 à 20″ pour un observateur moyen;

10″ environ pour un observateur un peu exercé;

6 à 8″ pour un bon observateur;

4 à 5″ et même moins pour de très bons observateurs opérant dans d'excellentes conditions.

Ces chiffres correspondent à des pointés exécutés sur des objets naturels bien définis, avec un télémètre stéréoscopique par exemple, et dans de bonnes conditions d'éclairage. Ils sont susceptibles de varier dans d'assez larges limites, suivant la nature du fond sur lequel se projettent les objets, suivant l'intensité de l'éclairage, suivant la finesse et la forme de l'index stéréoscopique utilisé, suivant l'état de fatigue de l'observateur, suivant la température qui cause les *ondulations atmosphériques*, etc. Ce sont des chiffres moyens correspondant à des conditions normales d'observation.

Le pointé stéréoscopique sur des clichés photographiques est légèrement inférieur au précédent, par suite des aberrations des objectifs. Il varie également selon la forme des objets photographiés, selon les contrastes, selon les conditions d'éclairage, selon la nature de l'index, selon l'état physiologique de l'observateur, etc.

Acuité stéréoscopique. — L'acuité stéréoscopique est également différente de l'erreur moyenne de pointé stéréoscopique : il ne s'agit plus d'apprécier si deux points, dont l'un est mobile au gré de l'observateur, sont au contact stéréoscopique, appréciation qui peut devenir très précise par suite

du *balancement* d'avant en arrière et d'arrière en avant de l'index mobile par rapport au but fixe, mais d'apprécier si deux points voisins sont ou non dans le même plan de front.

Dans des conditions moyennement favorables d'observation, les observateurs un peu exercés estiment que deux points, situés dans un même plan de profil, ont des éloignements différents, lorsque la différence de leurs parallaxes stéréoscopiques est de l'ordre de :

10″ dans la vision sans instrument.
15″ dans la vision avec instrument.

CHAPITRE IV

LES APPAREILS

I — LE PHOTOTHÉODOLITE

Le photothéodolite comprend deux parties principales [1]

1° Le support;
2° La partie optique ou photothéodolite proprement dit.

Le support. — Le support comporte (fig. 85) :

1° Le trépied
2° Le triangle à vis calantes.

Le trépied est constitué par trois branches doubles très rigides en bois. Ces branches sont articulées, à leur partie supérieure, autour de trois axes A solidaires d'une plateforme métallique P percée d'un évidement cylindrique de 7 cm de diamètre. Elles sont terminées, à leur partie inférieure, par une pointe métallique conique surmontée d'une bêche. L'une d'elles est pourvue d'une rallonge, ce qui permet de mettre le trépied en station dans tous les terrains.

La stabilité du trépied est augmentée par l'emploi d'un sac à pierres que l'opérateur suspend aux traverses des trois branches et qu'il remplit de matériaux pesants, afin d'éviter toute vibration sous l'action du vent.

Le triangle à vis calantes comporte deux parties :

une plaque de base,
le triangle proprement dit.

(1) Le photothéodolite que nous décrirons n'est pas le dernier modèle construit par la maison Zeiss, mais il en possède néanmoins toutes les caractéristiques essentielles. Le dernier modèle est moins lourd et surtout plus aisément transportable en haute montagne, car le théodolite proprement dit n'y est plus solidaire de la chambre photographique, ce qui permet le transport en deux charges séparées. Nous avons préféré faire l'étude du modèle usiné avant guerre, car, comme il est utilisé depuis de nombreuses années et qu'il continue à donner satisfaction, nous sommes assuré, en en exposant les principes, les propriétés et les détails d'organisation, de décrire un appareil qui a fait ses preuves. Mais il est surtout une autre raison qui a guidé notre choix : c'est que ce photothéodolite s'apparente de très près à la chambre obscure photographique du commandant Laussedat qui en possédait déjà tous les organes fondamentaux : triangle à vis, cercle horizontal et cercle vertical, mouvements rapides et fins mouvements, niveau, index-repères d'axes de cliché, etc., c'est que ce photothéodolite n'est en somme qu'un perfectionnement du premier appareil imaginé par un grand précurseur français.

La plaque de base p repose sur la plateforme du trépied. Elle porte en son centre un renfort cylindrique creux, fileté intérieurement, R, auquel viennent s'attacher trois nervures de raidissage N (fig. 86). Un axe cylindrique creux a, terminé à sa partie inférieure par un écrou à oreilles E et fileté à sa partie supérieure, placé sous la plateforme du trépied et se vissant dans le renfort cylindrique de la plaque de base, assure la solidarité de ces deux pièces. Le diamètre extérieur de cet axe est de 3 cm, ce qui fait que, avant

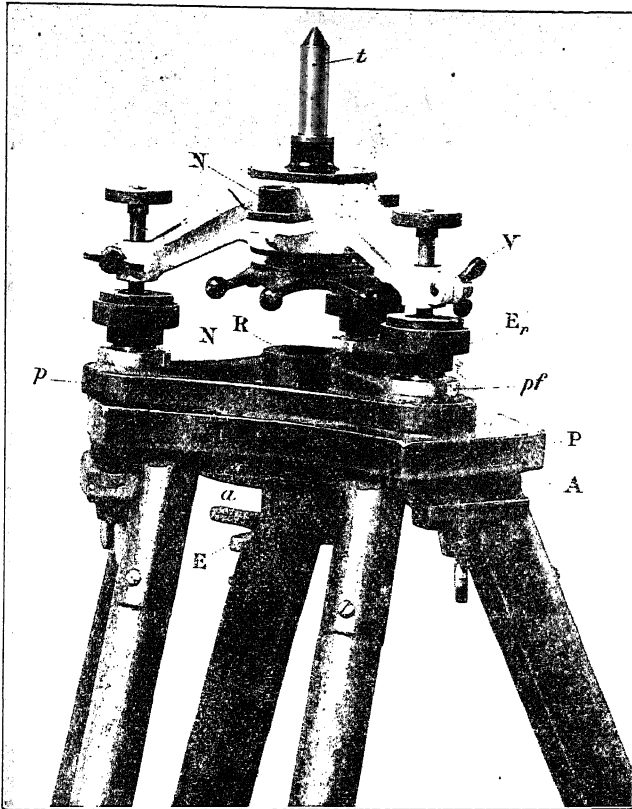



Fig. 85.

blocage, la plaque de base peut prendre une translation de 2 cm d'amplitude, dans une direction quelconque autour de sa position moyenne, ce qui permet, dans certains cas, de placer exactement l'axe de rotation du photothéodolite en coïncidence avec la verticale d'un point fixé à l'avance. Lorsque cet axe est mis en place, les deux pièces sont rendues solidaires par serrage de l'écrou à oreilles.

La plaque de base porte, à sa partie supérieure, trois plots filetés pf, à 120° l'un de l'autre, creusés d'une rainure à profil rectangulaire. Le triangle

porte trois vis calantes à pointes sphériques qui reposent dans ces rainures et peuvent être bloquées à l'aide d'écrous à recouvrement E *r*, se vissant sur les plots : ce dispositif assure un assemblage très rigide du triangle et du trépied. Lorsque ces écrous sont bloqués, chaque vis peut encore tourner de quelques tours dans son logement fileté pratiqué dans le triangle. Une vis de serrage V permet ensuite de l'immobiliser. Grâce à ce dispositif, il est possible d'achever le calage de l'axe lorsque celui-ci a été approximativement réalisé. Ce premier calage est contrôlé à l'aide d'un petit niveau sphérique N, situé à la partie supérieure du triangle.

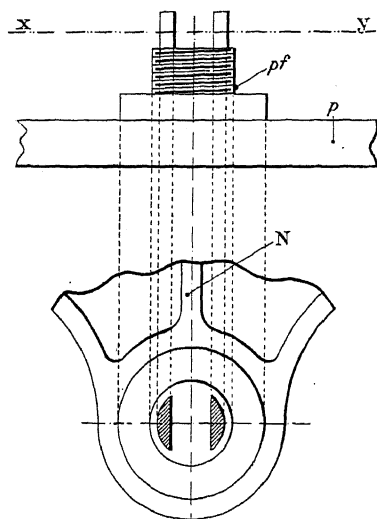



Fig. 86.

Le triangle à vis calantes est percé, en son centre, d'une gaîne dans laquelle s'engage l'axe du photothéodolite et celui-ci est immobilisé par un écrou de serrage à oreilles.

L'évidement pratiqué dans la plaque de base permet le passage du fil à plomb attaché à la partie inférieure de l'axe du photothéodolite.

Le photothéodolite (fig. 87 et   Cet appareil comporte trois parties :

1° L'*axe*, avec le *cercle horizontal*, ou *cercle azimutal*;
2° La *chambre photographique ;*
3° La *lunette*, avec le *cercle vertical*, ou *cercle zénithal*.

L'axe et le cercle azimutal. — Le *cercle divisé horizontal* H est goupillé sur l'axe A. Il est divisé en 400 grades, dans le sens des aiguilles d'une

montre, avec grands chiffres tous les 5 grades et petits chiffres tous les grades. Ce cercle est protégé par un carter C solidaire d'un manchon M_1 coiffant la partie supérieure de l'axe A. Le carter porte deux fenêtres de lecture F diamétralement opposées fermées par des lames de verre à faces parallèles et s'étendant chacune sur un arc de 30 grades.

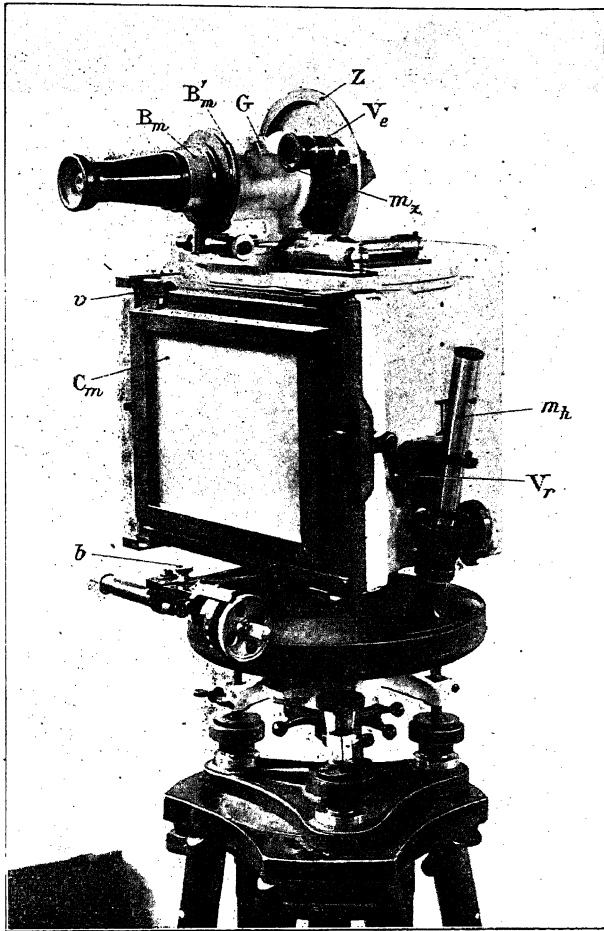



Fig. 87.

La lecture des azimuts se fait à l'aide de deux microscopes micrométriques fixés à la chambre photographique. Le micromètre porte deux traits parallèles entre eux et parallèles aux traits du cercle divisé (fig. 89) et deux petits éléments de traits perpendiculaires aux traits principaux : le pointé est donc un pointé très précis par encadrement. Le tambour du microscope est divisé en 100 divisions valant chacune 1 centigrade (1' centésimale). Il

est possible d'apprécier le dixième de division du tambour, c'est-à-dire que l'erreur moyenne de lecture est d'environ 10'' centésimales.

Le manchon M_1 porte une tige T_1 terminée par une queue Q à l'intérieur

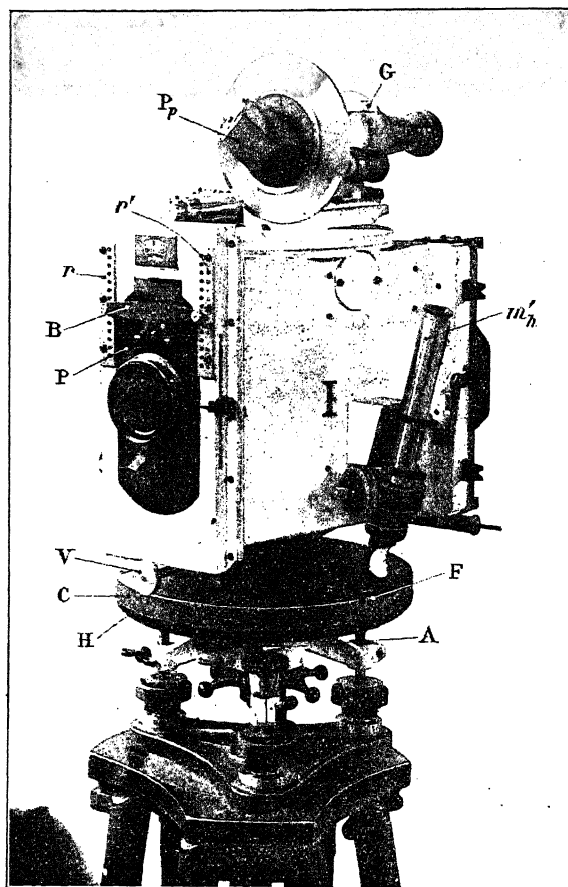



Fig. 88.

de laquelle se meut une vis V, permettant de rendre le manchon solidaire de l'axe (fig. 90). Lorsque cette vis est débloquée, le manchon M_1, et par suite la chambre photographique, peuvent prendre à la main un *mouvement rapide* autour de l'axe.

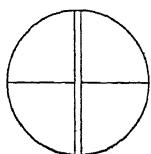



Fig. 89.

Le manchon M_1 est coiffé par un second manchon M_2 solidaire de la chambre. Ce manchon porte une tige T_2 de même longueur que la tige T_1. La tige T_1 est terminée par deux petits éléments d'acier parfaitement plans p et p'. La tige T_2 porte un écrou E et une pompe P. L'écrou est traversé par une vis

micrométrique *v* dont la pointe s'appuie sur l'élément plan *p*. Le piston *w* de la pompe s'appuie sur l'autre élément plan *p'*. Ce dispositif permet le *mouvement lent* de T_2 par rapport à T_1 immobilisé par blocage de la vis V, c'est-à-dire le mouvement lent de la chambre et de ses microscopes par rapport au cercle azimutal.

Une échelle graduée *e* est solidaire de l'écrou E (fig. 91). Cette échelle est divisée en 90 divisions avec grands traits toutes les cinq divisions et chiffrée

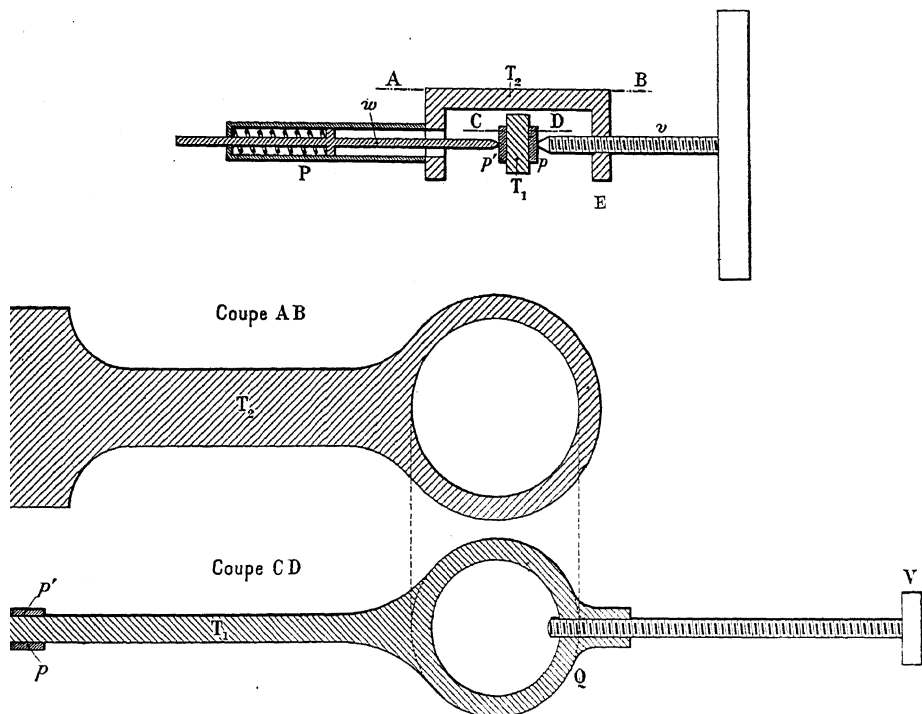



Fig. 90.

de 10 en 10 divisions, le centre étant chiffré 50. Les traits extrêmes sont donc 5 et 95. L'intervalle entre deux petits traits est égal au 1/500e de la longueur du segment d'axe de la tige T_2 compris entre l'axe de rotation du photothéodolite et l'axe de la vis micrométrique, soit environ 0,25 mm, la longueur de ce segment étant d'environ 12,5 cm. Un index I se meut le long de cette échelle. Il est monté sur une bague, concentrique à la vis *v*, et se termine par une mortaise embrassant l'échelle *e*. Il porte, en outre, un vernier *t*, pour la lecture sur le tambour T de la vis micrométrique. Ce vernier et l'index peuvent donc se déplacer en coulissant le long de l'échelle *e*, mais sans tourner et, par suite, le vernier reste fixe par rapport au tambour qui tourne devant lui.

Le tambour est divisé en 100 parties : l'intervalle de deux traits consécutifs correspond donc au 1/50 000e du bras de levier T_2 déjà considéré, ce qui

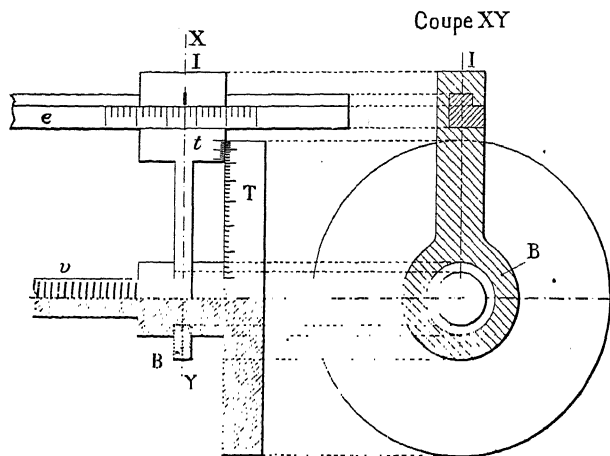



Fig. 91.

fait qu'une rotation de 1 division du tambour entraîne une translation de la vis d'environ 2,5 μ. Le vernier est au dixième et permet ainsi les lectures à 0,25 μ environ, soit 1/500 000e de la longueur du bras de levier.

La chambre photographique. — La chambre photographique est en alliage léger et son corps, en forme de tronc de pyramide, est venu de fonte d'une seule pièce. A sa partie antérieure est fixé l'objectif sur une planchette métallique P, pouvant glisser verticalement. Celle-ci est maintenue en position par une béquille B, portant deux ergots qui peuvent s'engager dans deux séries de petits trous, percés de 5 en 5 mm dans deux réglettes latérales *r r'*. Ce dispositif rend possible le décentrement de l'objectif de part et d'autre de l'axe de la chambre, de — 30 mm vers le bas à + 35 mm vers le haut.

L'objectif est un Orthoprotar de 19 cm de focale et d'ouverture *f*/8. Il n'est jamais utilisé à pleine ouverture et la course du diaphragme ne lui permet de travailler que de *f*/16 à *f*/48 (1). Cet objectif, spécialement calculé pour la photogrammétrie, est remarquablement corrigé au point de vue de la distorsion : l'écart relatif d'une image par rapport à sa position donnée par les formules de l'optique géométrique est maximum pour une inclinaison de 15° sur l'axe des faisceaux incidents et ce maximum n'est que de 1/10 000e. La netteté est également excellente : 1/50 sur toute la plaque. Cet objectif

(1) Le secteur de l'index du diaphragme est gradué de 1 en 1 pour des ouvertures allant de 4 à 12 millimètres.

est précédé d'un verre jaune à faces parfaitement parallèles permettant une photographie suffisamment nette des lointains. La pose peut se faire soit au bouchon, soit au déclencheur.

La chambre porte en arrière un cadre d'appui en laiton *rigoureusement dressé* et parfaitement *parallèle à l'axe de rotation* du photothéodolite. Le cadre est pourvu, sur chacun de ses grands côtés, d'un repère percé d'un petit trou en forme de tronc de cône, la pointe du cône étant dirigée vers l'objectif. Sur le petit côté de droite se trouve un index à pointe, sans trou, relié à la monture de l'objectif et *mobile verticalement avec lui* (fig. 92). Les deux trous des repères et la perpendiculaire abaissée de la pointe du troisième index sur la droite qui les joint déterminent *les deux axes du cliché*. Leur point de rencontre est le *centre du cliché*. Le plan du cadre d'appui est réglé, *par construction*, *perpendiculaire à l'axe optique* de l'*objectif*. Nous verrons plus loin que le *point principal* (pied de la perpendiculaire abaissée du point nodal arrière sur le plan du cadre d'appui) doit être *confondu avec le centre du cliché*. *Par construction*, l'axe vertical du cliché est *parallèle à l'axe de rotation* du photothéodolite et *passe par le centre du cliché*, à l'approximation près exigée par la précision de l'instrument, déterminée elle-même par la précision des levés. Nous verrons que le réglage du centre du cliché doit être plus précis verticalement qu'horizontalement : il ne pourrait être assuré par construction et surtout se conserver; aussi la pointe de l'index peut-elle être déplacée légèrement suivant la verticale à l'aide de deux vis opposées.

Grâce à ces réglages en usine et au réglage laissé à la disposition de l'opérateur, les deux axes du cliché sont confondus avec l'*horizontale principale* et la *verticale principale*, lorsque l'axe du photothéodolite est calé suivant la verticale. Ce calage est contrôlé par deux niveaux en croix placés sur le sommet de la chambre, l'un permettant de régler l'axe en inclinaison et l'autre de le régler en dévers. Ces niveaux sont très sensibles : ils portent de chaque côté des grands traits encadrant la bulle des petits traits espacés de 2 mm. Cet intervalle correspond à un angle de 10″ environ. Il est facile d'apprécier la moitié de cet intervalle, ce qui fait que la caractéristique des niveaux est de 5″.

La chambre porte sur ses côtés droit et gauche les deux microscopes m_h et m'_h pour la lecture des azimuts sur le cercle horizontal.

Derrière le cadre d'appui, se trouve un *cadre mobile* C_m pouvant se déplacer dans le sens de l'axe et être immobilisé dans sa position avant par deux verrous coudés à ressort V_r. Le *châssis porte-plaque* se place dans ce cadre mobile et s'y trouve bloqué par un petit verrou *v* situé à sa partie supérieure. Lorsque le cadre mobile est poussé vers l'avant, le cliché vient s'appliquer directement sur le cadre d'appui, contre lequel il est pressé par des ressorts situés entre la plaque et la face arrière du châssis porte-plaque.

Grâce à ce dispositif, la gélatine est toujours au contact du cadre d'appui et la distance principale est maintenue rigoureusement constante.

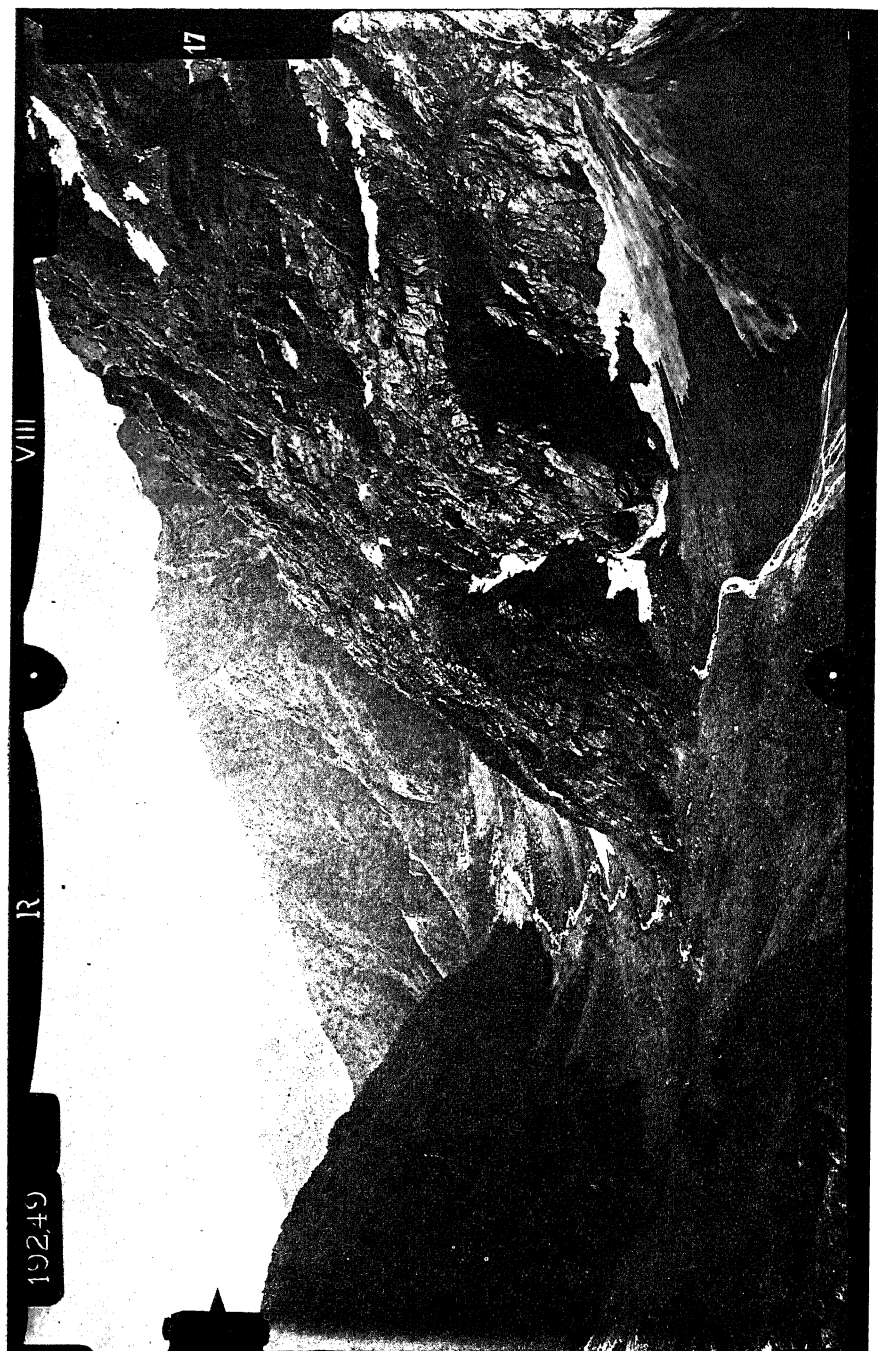



Fig. 92.

La chambre est, en outre, pourvue à sa partie arrière, de trois tambours cylindriques, dont les joues se trouvent presque au contact du cadre d'appui. Ces joues sont percées de lettres ou de chiffres permettant de repérer les clichés. Deux des tambours sont à axe vertical : celui de droite porte deux lettres qui, traversées par les rayons lumineux, viennent imprimer sur la couche sensible l'indication de l'extrémité de la base à laquelle la photographie a été prise : droite (R) ou gauche (L). Le tambour de gauche porte des chiffres romains, numérotés de I à XII et indiquant le numéro d'ordre de chaque cliché, au cas où plusieurs clichés sont pris à chaque extrémité de la base (par exemple un cliché normal, un cliché à gauche et un cliché à droite) (1). Le troisième tambour est à axe horizontal. Il porte des chiffres arabes de 1 à 24 et indique le numéro de la base. Enfin une plaquette ajourée imprime la distance principale de l'objectif (2).

La lunette et le cercle zénithal. — La lunette est une lunette ordinaire de théodolite de grossissement 15 × environ, l'anneau oculaire étant de 1,3 mm environ.

La mise au point du paysage dans le plan du réticule se fait à l'aide de la bague moletée B_m, dont la rotation entraîne la translation de l'objectif suivant l'axe optique. En avant de l'objectif se trouve un prisme pentagonal P_p coudant les rayons lumineux à angle droit. Par suite, lorsque la lunette tourne dans son collier, l'axe optique décrit un plan vertical, ce qui permet le pointage en site. Cette rotation est obtenue en agissant sur la bague moletée B'_m.

Le *cercle vertical ou cercle zénithal* Z est invariablement fixé à la lunette avec laquelle il tourne. Il est gradué de 0 à 400 grades dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, avec grands traits tous les cinq grades, traits moyens tous les grades et petits traits tous les 1/2 grades (50' centésimales). Le collier de la lunette porte en outre deux verniers V_c au 1/25 diamétralement opposés, permettant des lectures à 2' centésimales près à la coïncidence et à 1/2 minute (50'') à l'estime.

La ligne des zéros des verniers est réglée par *construction* perpendiculairement à l'axe de rotation du photothéodolite : elle est donc horizontale lorsque cet axe est vertical. Le collier de la lunette est, en outre, solidaire d'une glissière G dans laquelle peut se fixer un niveau dont l'opérateur règle la nivelle parallèlement à la ligne des zéros des verniers : ce niveau permet de rendre ces deux lignes horizontales au moment de chaque lecture de site, afin de ne pas introduire d'erreur de collimation. La lecture des

(1) En principe il est toujours pris un cliché à axe normal à la base, un cliché incliné à 35 gr à gauche et un autre à 35 gr à droite.

(2) Les indications droite et gauche employées dans la description du cadre d'appui se rapportent au négatif. Elles doivent être inversées pour le positif représenté par la figure 92.

verniers se fait à travers deux petits microscopes m_z, m'_z montés sur un bras mobile autour des colliers.

L'emploi des verniers opposés sur le cercle vertical et de microscopes opposés sur le cercle horizontal permet d'éliminer l'excentricité de ces cercles.

Signalons enfin qu'un bouton *b* permet de fixer une monture à pied de biche portant une loupe pour la lecture de l'échelle et du vernier des parallaxes.

II — LE DISPOSITIF DE MESURE DES BASES

Utilisation de la vis micrométrique. — Soient S_1 et S_2 les deux stations projetées en s_1 et s_2. Plaçons le photothéodolite en station en S_1, de façon que son axe de rotation soit confondu avec la verticale de ce point. Disposons une mire spéciale appelée *stadia* en S_2 de façon qu'elle soit horizontale et perpendiculaire au plan vertical projetant la base. Cette mire porte, de part et d'autre de son centre, deux traits de repère ou *lignes de foi* équidistants de ce centre. Soit :

$$AB = M$$

le segment de droite compris entre ces deux traits (fig. 93).

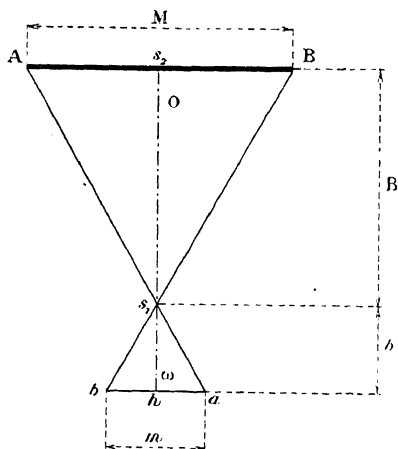



Fig. 93.

Plaçons d'abord l'index de la vis micrométrique à sa position moyenne (division cinquante, tambour zéro) et pointons le milieu O de la stadia. Nous réalisons ainsi le paralléilsme de la stadia et de la vis micrométrique, car l'axe de celle-ci est perpendiculaire à la droite S_1 ω (ω étant le centre de l'échelle des parallaxes linéaires). Immobilisons alors la tige T_1.

Pointons successivement la lunette sur les deux extrémités de la stadia, à l'aide de la vis micrométrique portée par la tige T_2, la tige T_1 étant bloquée. Comptons le nombre n de divisions dont il faut faire tourner le tambour de cette vis pour passer d'un pointé à l'autre. Posons :

$s_1 s_2 = B$ (projection horizontale de la base)

$a b = m$ (translation de la vis micrométrique)

$s_1 h = b$ (bras de levier ou longueur de la tige T_2 comprise entre l'axe de rotation du photothéodolite et l'axe de la vis).

Appelons l la translation de la vis pour une rotation de 1 division du tambour.

Nous avons :

$$\frac{m}{M} = \frac{b}{B}$$

$$\frac{n\,l}{M} = \frac{b}{B}$$

et, comme $l = \frac{b}{50\,000}$,

$$\frac{n}{50\,000\,M} = \frac{1}{B}$$

$$B = M \times \frac{50\,000}{n}.$$

Pour augmenter la précision de la mesure de la base, les pointés sont réitérés au moins six fois et l'opérateur prend la moyenne des nombres trouvés.

La stadia. — La stadia est constituée par une règle métallique à section triangulaire. Celle-ci porte sur chaque face un trait de repère axial et un trait de repère à chaque extrémité, ces deux derniers étant écartés de 1 m exactement. Sur l'une des faces peuvent se fixer deux mires (fig. 94), pour la mesure des bases atteignant 70 m. Une autre face porte, entre les traits de repère extrêmes, des traits intermédiaires, de 10 en 10 cm (fig. 95) et est utilisée pour la mesure des petites bases.

La stadia est montée dans un petit support dont l'axe peut s'emboîter sur une tige t (fig. 85) portée par un cylindre qui se visse sur le triangle à vis calantes à la place du photothéodolite. Ce support porte, en outre, à sa partie supérieure, un petit collimateur mobile autour d'un axe horizontal parallèle à la stadia. Le fil vertical de ce collimateur décrit un plan perpendiculaire à la stadia, par construction, et un plan vertical, lorsque l'axe de rotation du triangle est calé à l'aide de son niveau sphérique. Lorsque ce plan de visée est amené à passer par l'axe du photothéodolite situé à l'autre extrémité de la base, la stadia est perpendiculaire au plan vertical projetant

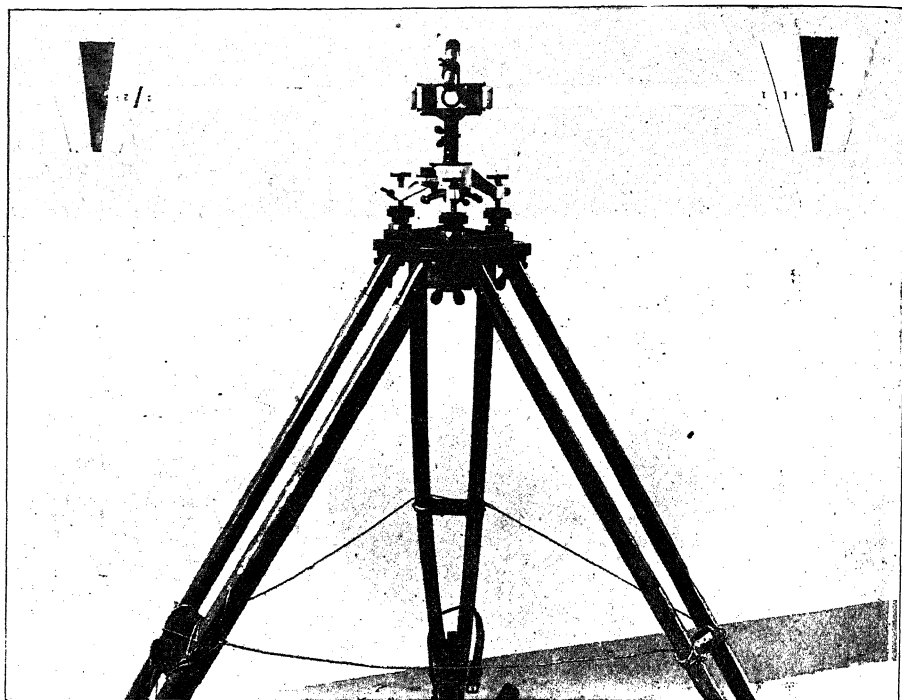
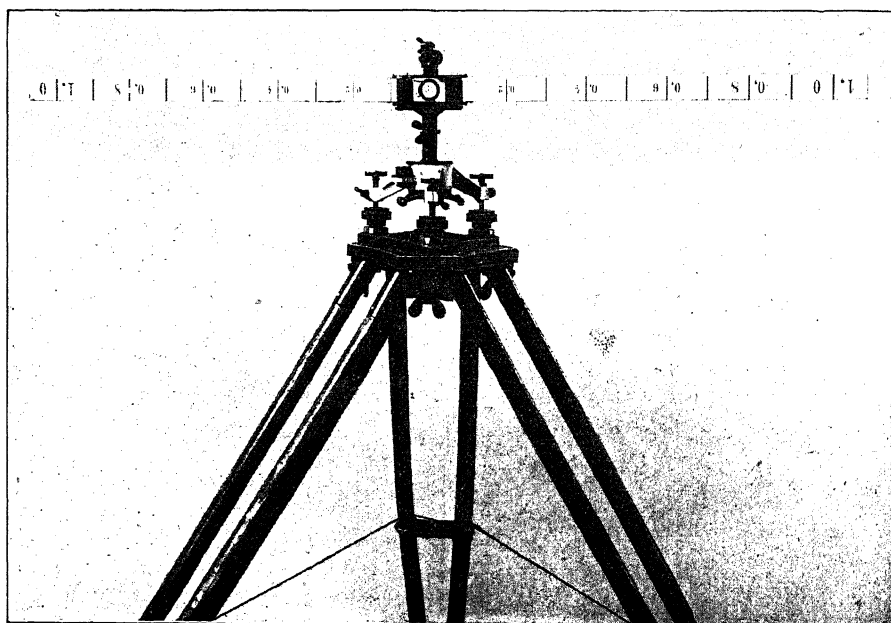



Fig. 94.

la base, donc parallèle à la vis micrométrique si l'index de celle-ci est à la division 50 et si la lunette est pointée sur le centre de la stadia. Outre la stadia de 1 m, il existe des stadias de 2 et de 3 m.

Le cône-mire. — Lors de la prise des vues aux deux extrémités d'une base, un trépied est placé à chaque extrémité. Le photothéodolite est placé sur l'un des trépieds et sa lunette est pointée sur l'axe du second trépied,

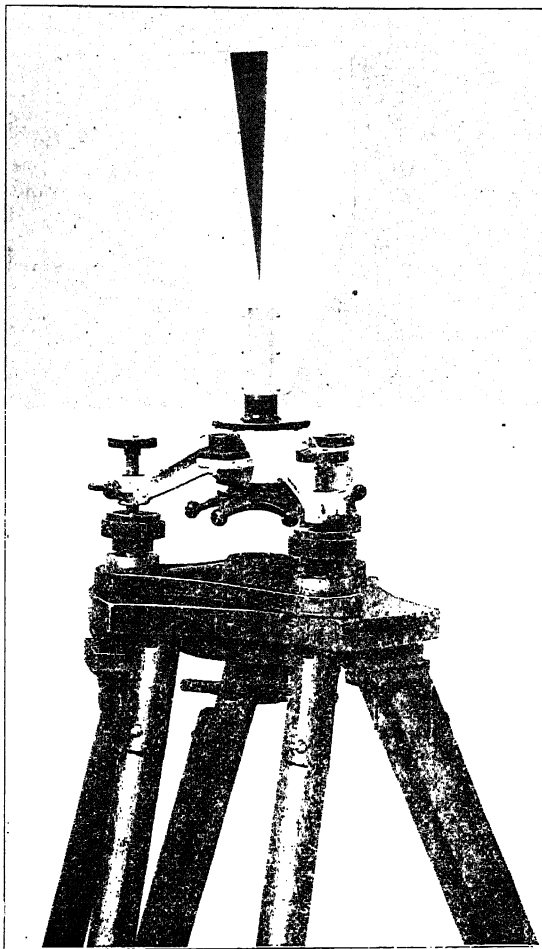



Fig. 96.

matérialisé par la ligne de foi d'une mire spéciale (fig. 96) s'emboîtant sur l'axe à pointe conique *t* (fig. 85) [1], l'ensemble constituant le cône-mire.

(1) Pour les petites bases le pointé se fait parfois sur cette pointe, d'où le nom de cône mire donné à l'appareil.

Le photothéodolite et le cône-mire sont ensuite substitués l'un à l'autre et la lunette vise du second trépied sur l'axe du premier.

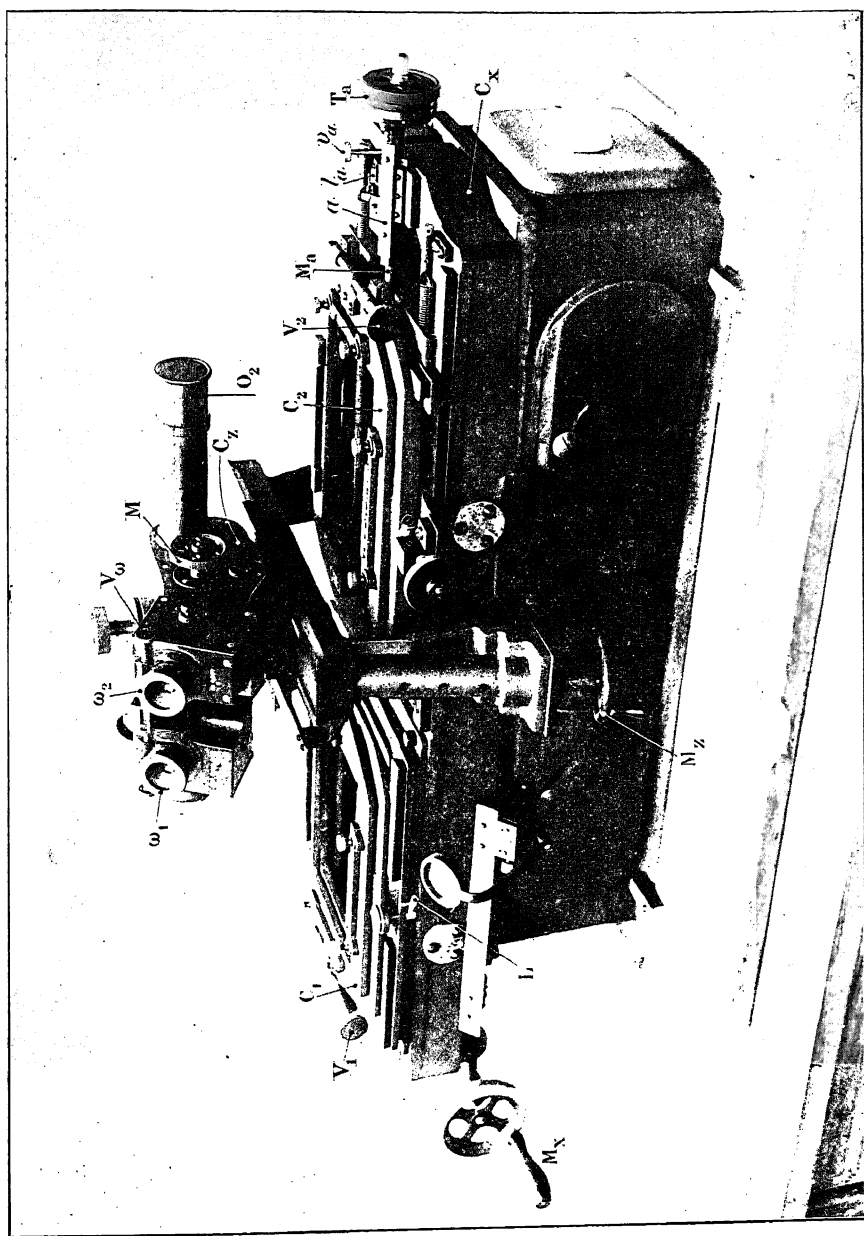
III — LE STÉRÉOCOMPARATEUR.

(Fig. 97-98.)

Description. — Le stéréocomparateur repose sur un solide bâti horizontal en fonte, sur lequel peuvent se déplacer suivant deux directions rigoureusement orthogonales le chariot porte-clichés C_x et le chariot porte-microscope binoculaire C_z. Le chariot C_x supporte à sa partie supérieure deux cadres d'appui C_1 et C_2 sur lesquels reposent les clichés, l'un à côté de l'autre, dans un *même plan horizontal*. Les clichés sont maintenus en place chacun par un système de quatre mâchoires *m*, dont deux sont mobiles à volonté. Les cadres sont mobiles dans leur plan, grâce à deux vis tangentes V_1 et V_2. Le cadre de gauche peut, en outre, se déplacer à la main parallèlement à l'axe longitudinal du chariot et être immobilisé par serrage d'un levier L. Les deux clichés peuvent recevoir un mouvement longitudinal d'ensemble, par translation du chariot C_x le long de ses glissières, au moyen d'une vis de précision commandée par la manivelle M_x dite *manivelle des abscisses ou manivelle des directions*. Les déplacements sont lus sur une échelle mobile *x* graduée en 1/2 mm de 0 à 200, à l'aide d'un vernier fixe au 1/50 donnant les 2/100 mm à la coïncidence (20 µ) et les 5 µ à l'estime. Ce vernier peut se déplacer, légèrement, pour son réglage, parallèlement à l'échelle *x*, à l'aide d'une petite vis terminée par un bouton quadrillé b_x.

Le cadre C_2 peut se déplacer, par une translation de front, par rapport au cadre C_1, sous l'action d'une vis micrométrique M_a appelée *vis des parallaxes*. Cette vis entraîne une échelle *a*, graduée en millimètres, de 0 à 65, devant un index fixe, lequel peut, pour le réglage, recevoir une légère translation parallèle à l'échelle *a* et être bloqué par un levier l_a. L'échelle mobile *a* porte un index, fixe par rapport à elle, devant lequel tourne un tambour T_a monté à frottement dur sur la vis. Ce tambour, dit *tambour des parallaxes*, ou *tambour des ordonnées*, ou *tambour des éloignements*, ou encore *tambour des distances*, porte 100 divisions sur sa circonférence. Il permet des lectures à 1/100 mm à la coïncidence (10 µ) et à 1 µ à l'estime. Une vis de serrage v_a permet d'immobiliser la vis et par suite de régler le tambour au zéro.

Le chariot C_z se déplace dans un plan de profil, grâce à une vis micrométrique commandée par la manivelle M_z dite *manivelle des hauteurs*. Il entraîne un vernier mobile au 1/50 dont le déplacement se mesure le long de l'échelle fixe *z*, graduée en 1/2 mm de 0 à 155, donnant les 2/100 mm (20 µ) à la coïncidence et les 5 µ à l'estime. Ce vernier est réglable grâce à une vis portant un bouton quadrillé b_z.

Le microscope binoculaire d'observation comporte deux corps doublement coudés, munis du système classique de prismes à réflexion totale,

les axes optiques des objectifs O_1 et O_2 étant à peu près verticaux et par suite sensiblement normaux aux clichés. Les axes optiques des oculaires ω_1

et ω_2 sont légèrement inclinés sur l'horizon pour la commodité d'examen des clichés. Ils sont, en outre, réglés en convergence d'environ 7°. L'écartement des oculaires est réglable grâce à la vis V_ω. La mise au point du microscope sur les clichés s'obtient par une translation verticale, commandée par une vis micrométrique M. Le microscope est ensuite immobilisé à l'aide d'une vis de blocage située à l'arrière du stéréocomparateur. Enfin, le

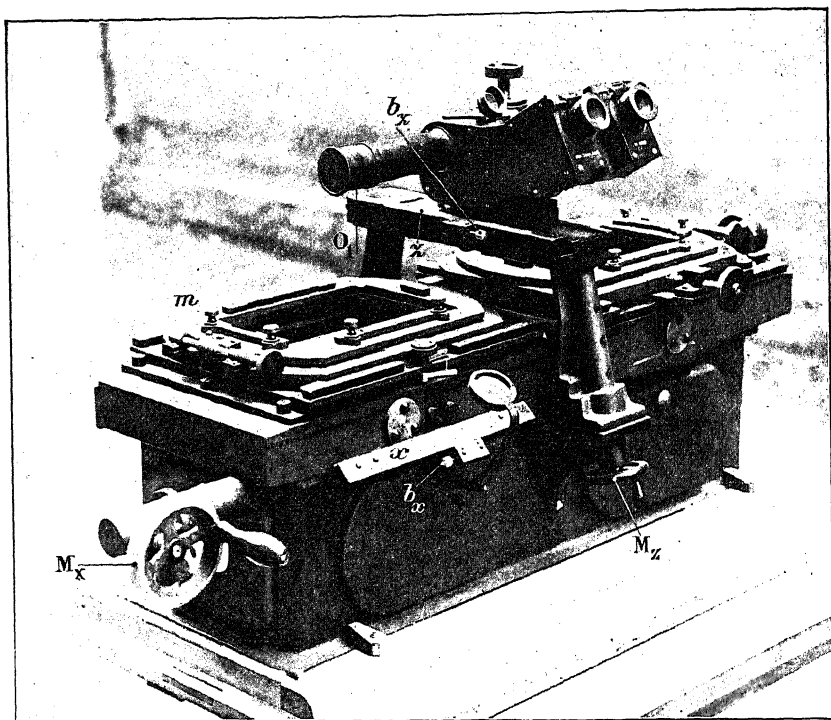



Fig. 98.

cliché de droite peut se déplacer d'un mouvement de profil, grâce à une vis micrométrique V dite *vis de réglage en hauteur*. Ce dispositif permet de tenir compte à chaque instant de la différence de cote des deux extrémités de la base.

L'éclairage des clichés est assuré par en dessous à l'aide de miroirs orientables ou de lampes électriques.

Ajustement des clichés. — Les clichés sont fixés sur leurs cadres d'appui de façon à être vus par le restituteur comme aurait été vue par le photographe la perspective du terrain sur un plan vertical situé à la distance *f*

en avant des points de vue. Ils sont donc placés la gélatine en dessous, si ce sont des négatifs, la gélatine en dessus si ce sont des diapositifs. Les inscriptions portées par ces clichés permettent d'identifier immédiatement le cliché gauche et le cliché droit et de ne pas risquer de les intervertir en les disposant sur leurs cadres d'appui respectifs, le cliché gauche devant être mis à gauche et le droit à droite.

Le restituteur règle ensuite chaque oculaire à sa vue en examinant monoculairement les marques des réticules, les clichés étant cachés par une feuille de papier blanc mat. Puis il règle l'écartement des oculaires, met au point, en vision binoculaire, sur les clichés et immobilise le microscope en serrant sa vis de blocage.

Ces réglages initiaux étant assurés il faut :

1° Orienter les clichés;
2° Régler les échelles graduées.

Orientation des clichés. — Les clichés sont orientés séparément, en commençant par le cliché gauche. Cette orientation a pour but de faire coïncider la trace de l'axe optique d'un corps de microscope sur le plan du cliché correspondant avec l'*axe vertical* du cliché, supposé confondu avec la *verticale principale*. Pour cela, le restituteur pointe monoculairement le trou repère inférieur du cliché gauche, en manœuvrant convenablement les manivelles M_x et M_z. Puis, laissant M_x immobile, il manœuvre M_z, de façon à amener le trou repère supérieur à hauteur du signe central du réticule (1). Ces deux points ne coïncident pas en général : il faut alors les amener en coïncidence en corrigeant moitié à l'aide de la manivelle M_x et moitié à l'aide de la vis de rappel V_1. L'opérateur laisse alors M_x immobile, puis amène le trou-repère inférieur du cliché à hauteur du ballon et fait une nouvelle correction s'il y a lieu. Il opère ainsi par tâtonnements successifs, jusqu'à parfaite coïncidence de l'axe du cliché et de la trace du plan de visée.

Le cliché droit est ensuite orienté de la même façon.

Réglage des échelles graduées. — 1° *Réglage de l'échelle des parallaxes.* L'opérateur, manœuvrant la vis micrométrique M_a, amène la division zéro de l'échelle des parallaxes en face de son index de lecture, puis, agissant sur la manivelle des abscisses M_x et la manivelle des hauteurs M_z, il déplace l'ensemble des deux clichés et le microscope binoculaire jusqu'à ce que le ballon de droite, observé monoculairement dans l'oculaire droit, se trouve sur le trou de repère supérieur droit. Il desserre alors le levier L et déplace le cadre d'appui gauche à la main jusqu'à amener approximativement

(1) ♀ Signe qui a la forme d'un ballon terminé par une croix et que, par la suite, pour simplifier le langage, nous appellerons le ballon.

le ballon gauche sur la verticale principale du cliché gauche. Agissant ensuite sur la manivelle M_x et la manivelle M_z, il réalise cette coïncidence d'une façon plus parfaite, et amène le ballon gauche sur le repère supérieur du cliché gauche en pointant monoculairement dans l'oculaire gauche. Il manœuvre alors la vis micrométrique M_a et la vis de réglage en hauteur V, jusqu'à amener la coïncidence du ballon droit et du repère supérieur du cliché droit, en pointant monoculairement. Il achève le réglage en agissant sur M_a, M_x, M_z et V, en opérant par pointé binoculaire. Il immobilise alors la vis micrométrique à l'aide de la vis v_a, desserre le levier l_a, met l'index de lecture au zéro, ainsi que le tambour de parallaxes. Il bloque alors le levier l_a et libère la vis des parallaxes.

2° *Réglage de l'échelle des distances.* — L'opérateur, ayant ainsi amené le ballon gauche en coïncidence avec le repère vertical supérieur du cliché de gauche, débloque alors le vernier de l'échelle des x et l'amène en face de la division choisie pour origine, en principe la division 100. Il bloque alors le vernier.

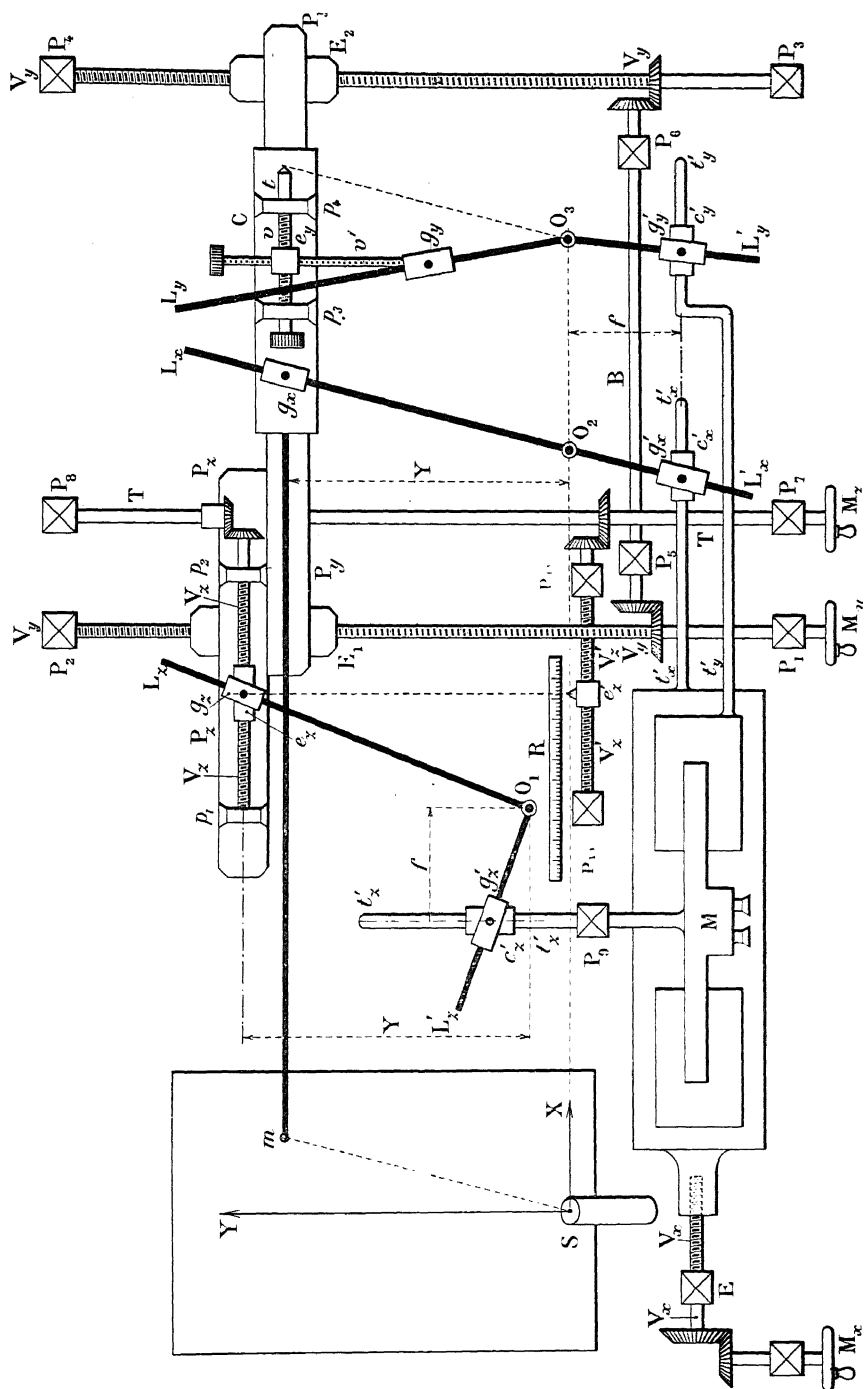
3° *Réglage de l'échelle des hauteurs.* — L'opérateur, manœuvrant les manivelles M_x et M_z, amène le ballon gauche en coïncidence avec le repère horizontal du cliché gauche. Il débloque alors le vernier de l'échelle des z et l'amène en face la division choisie comme origine, la division 80 par exemple. Il bloque alors le vernier.

IV — L'AUTOGRAPHE

Description. — Le stéréoautographe d'Orel n'est autre chose qu'un stéréocomparateur auquel est adapté un système mécanique permettant le tracé automatique et d'un mouvement continu des lignes de la planimétrie et des courbes de niveau. Il peut aussi évidemment, comme cas particulier, marquer la position d'un point isolé et indiquer son altitude.

Le bâti horizontal de l'appareil supporte, outre le stéréocomparateur, trois axes de rotation verticaux fixes O_1, O_2, O_3, autour desquels pivotent les leviers suivants (fig. 99) :

autour de O_1 : le levier L_z ou levier des altitudes,
autour de O_2 : le levier L_x ou levier des directions,
autour de O_3 : le levier L_y ou levier des distances ou levier des parallaxes.

Deux vis sans fin V_y V_y tournent dans des paliers P_1, P_2, P_3, P_4 fixes sur le bâti. Ces vis ont leurs axes parallèles à la verticale principale des clichés. Elles sont commandées par la manivelle M_y dite *manivelle des distances.* Elles sont exactement semblables et tournent constamment du même angle, grâce à leur liaison par l'intermédiaire de deux engrenages d'angle et d'une

barre d'accouplement B tournant dans deux paliers fixes P_5 et P_6. La rotation de ces vis provoque la translation du *pont des distances* P_y, solidaire des écrous E_1 et E_2. L'axe de ce pont est normal aux axes des vis et, par suite, parallèle à l'horizontale principale des clichés.

Une tige T T est parallèle aux vis V_1 et V_2 et tourne dans deux paliers fixes sur le bâti P_7 et P_8. Elle est commandée par la manivelle M_z, dite *manivelle des altitudes.* La rotation de cette tige entraîne, par l'intermédiaire d'un engrenage d'angle, la rotation d'une vis sans fin V_z V_z, dont l'axe est parallèle à l'horizontale principale des clichés. Cette vis tourne dans deux paliers p_1 p_2 portés par le *pont des altitudes* $\mathbf{P}_z$, lequel est invariablement lié au pont des distances P_y. L'engrenage d'angle est porté par le pont P_z et l'un de ses pignons peut se déplacer le long de la tige T T, grâce à un ergot coulissant dans une cannelure, creusée dans la tige parallèlement à son axe.

Une troisième vis V_x V_x peut tourner dans un écrou E fixé au bâti et entraîne la translation des deux cadres porte-clichés parallèlement à leurs horizontales principales. Cette vis est commandée par une manivelle M_x dite *manivelle des directions.*

Un chariot C peut se déplacer le long du pont des distances P_y. Il porte deux paliers p_3 p_4 à l'intérieur desquels tourne une vis micrométrique v, entraînant la translation, suivant l'axe du pont d'un écrou e_y. Une autre vis micrométrique v' peut tourner dans cet écrou. Les axes des vis v et v' sont horizontaux et perpendiculaires l'un à l'autre. L'extrémité de la vis v'' porte une glissière pivotante g_y, à l'intérieur de laquelle peut coulisser le levier L_y. Le chariot C porte en outre une glissière pivotante g_x, à l'intérieur de laquelle peut coulisser le levier L_x.

La rotation de la vis V_z V_z entraîne la translation suivant l'axe du pont des altitudes P_z P_z d'un écrou e_z, portant une glissière pivotante g_z, à l'intérieur de laquelle peut coulisser le levier L_z.

Le levier L_z est coudé à angle droit en O_1 et sa branche L'_z peut coulisser à l'intérieur d'une glissière pivotante g'_z, portée par un chariot C'_z, mobile le long d'une tige t'_z t'_z. Cette tige est invariablement reliée au microscope binoculaire d'observation M; elle est parallèle à la verticale principale des clichés et se meut à l'intérieur d'un palier fixe P_9.

Le levier L_x peut coulisser à son extrémité L'_x à l'intérieur d'une glissière pivotante g'_x, portée par un chariot C'_x, mobile le long d'une tige t'_x t'_x reliée au chariot porte-clichés du stéréocomparateur.

Le levier L_y est coudé en O_3 et sa branche L'_y peut coulisser à l'intérieur d'une glissière pivotante g'_y, portée par un chariot C'_y, mobile le long d'une tige t'_y t'_y reliée au cadre de droite du chariot porte-clichés.

Les chariots C'_x C'_y, C'_z sont fixes sur leurs tiges pendant la restitution. Les axes de ces chariotssont situés à une distance f (égale à la distance focale du photothéodolite) des axes de rotation O_1, O_2, O_3 correspondants.

Si nous agissons sur la manivelle des directions M_x seule, nous déplaçons le chariot porte-clichés et, par suite, les deux clichés parallèlement à l'axe des X. Dans ce mouvement, le point g'_x, fixe sur la tige $t'_x\ t'_x$, subit la même translation, ce qui entraîne la rotation du levier des directions autour du point O_2. Il en est de même pour le point g'_y, dont la translation entraîne une rotation du levier des distances autour du point O_3. Ces deux rotations sont égales et de même sens. Elles provoquent une translation du chariot C le long du pont des distances $P_y\ P_y$. Au cours de ces mouvements, les bras des leviers coulissent dans leurs glissières pivotantes $g_x\ g'_x$, $g_y\ g'_y$.

Si nous agissons sur la manivelle des distances M_y seule, nous provoquons la translation du pont des distances $P_y\ P_y$ parallèlement à l'axe des Y. Dans ce mouvement, le levier $L_x\ L'_x$, relié au châssis porte-clichés immobile, reste fixe. Le chariot C se déplace donc le long du pont $P_y\ P_y$, la glissière pivotante g_x coulissant le long de L_x. La translation du chariot C entraîne une translation égale du point g_y et, par suite, une rotation du levier des distances L_y autour du point O_3, ce levier coulissant dans sa glissière g_y. Il en résulte une rotation du bras L'_y, donc une translation de la glissière pivotante g'_y à l'intérieur de laquelle il coulisse. Le résultat de ce mouvement est une translation parallèle à l'axe des X du cliché droit par rapport au cliché gauche immobile.

Si nous agissons sur la manivelle des altitudes M_z seule, la rotation de la tige T T entraîne la rotation de la vis $V_z\ V_z$, donc la translation de l'écrou e_z et, par suite, a rotation du levier L_z autour du point O_1, ce levier coulissant dans la glissière pivotante g_z. Cette rotation du bras L_z provoque la rotation du bras L'_z qui coulisse dans sa glissière pivotante g'_z. Il en résulte, puisque le chariot C'_z est fixe sur la tige $t'_z\ t'_z$, que le microscope binoculaire M subit une translation parallèle à la verticale principale des clichés. La rotation de la tige T T est transmise à la vis $V_z\ V_z$ par leur engrenage d'angle, lequel participe à la rotation de la tige, grâce à leur liaison par ergot et cannelure.

En résumé, l action des trois manivelles est la suivante :

M_x : translation de l'ensemble des deux clichés selon l'axe des X ;

M_y : translation du cliché de droite par rapport au cliché de gauche suivant l'axe des X;

M : translation du microscope binoculaire parallèlement à la verticale principale des clichés.

Ces déplacements sont donc exactement les mêmes que ceux produits dans le stéréocomparateur en manœuvrant la manivelle des distances, le tambour des parallaxes et la manivelle des altitudes. *Ils permettent donc de poser stéréoscopiquement le repère mobile sur un point quelconque du ter-*

Fonctionnement planimétrique. — Comparons maintenant la figure 100

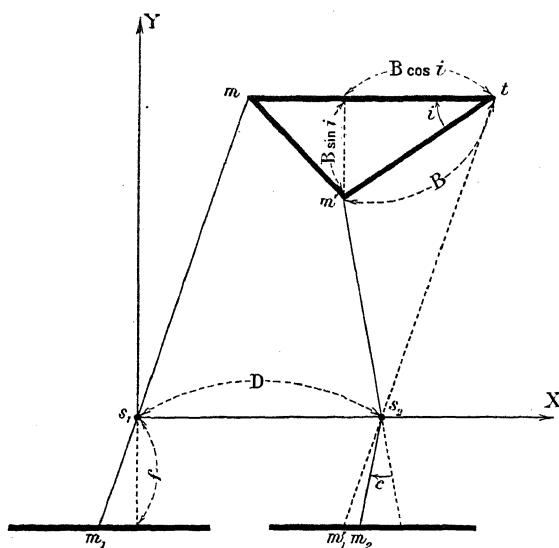



Fig. 100

indiquant le principe de l'autographe à la figure 101 qui représente le schéma de l'autographe.

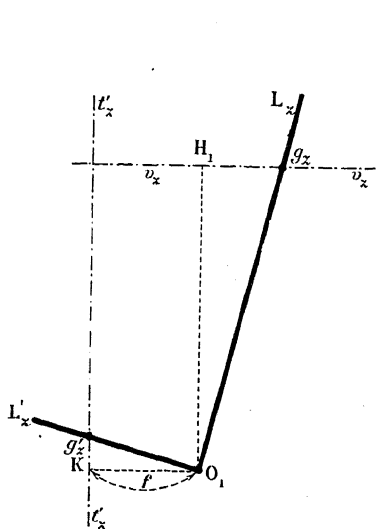
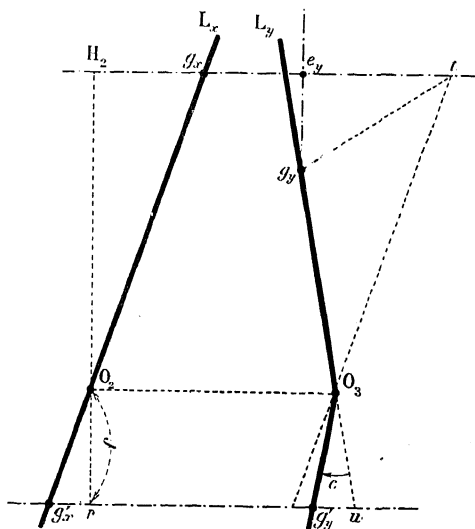



Fig. 101 *a*. Fig. 101 *b*.

Si $O_2 O_3 = D$ et si nous faisons un calage initial tel que :

$$O_2 r = f$$
$$e_y t = \text{B} \cos i$$
$$e_y g_y = \text{B} \sin i$$
$$\widehat{u\, O_3\, g'_y} = c$$
$$g_x t = \text{D},$$

les leviers L'_x et L_y matérialiseront les règles $s_1 m$ et $s_2 m'$ et le triangle $g_x\, t\, g_y$ matérialisera le triangle $m\, t\, m'$. Il s'ensuit que le point g_x décrira la projection horizontale du terrain. Il en sera de même de n'importe quel point invariablement lié à g_x, par exemple de l'extrémité m d'une règle parallèle à l'axe des X et invariablement liée au chariot C (fig. 99). Un crayon traceur placé en m dessinera la carte sur une planchette P, fixée de telle façon que la projection horizontale de l'extrémité gauche de la base coïncide avec un repère fixe S, porté par le bâti, dans l'alignement $O_2\, O_3$, et que la projection horizontale de la base coïncide avec la direction SX confondue avec $O_2\, O_3$. Les points S et m sont réglés de telle sorte que $SO_2 = mg_x$ et par suite $S\, m$ est égal et parallèle à $O_2 g_x$.

Fonctionnement altimétrique. — Examinons maintenant comment le stéréoautographe fournit les dénivelées.

L'appareil est construit de telle façon que la distance du point fixe O_1 à l'axe du pont des altitudes soit égale à la distance du point fixe O_2 à l'axe du pont des distances. Cette condition, étant réalisée pour une position donnée, reste constamment réalisée, puisque ces deux ponts sont parallèles, invariablement liés l'un à l'autre, et se déplacent perpendiculairement à leurs axes. Nous avons donc :

$$O_1 H_1 = O_2 H_2 = \text{Y}.$$

De plus nous avons déjà vu que :

$$O_1\, \text{K} = f.$$

Supposons que le bras L'_z du levier soit parallèle à l'horizontale principale des clichés lorsque le microscope binoculaire vise un point de cote $z_1 = 0$ sur le cliché de gauche. Lorsque nous visons un point de cote z_1 sur le cliché de gauche, ce point se trouve sous le réticule du corps gauche du microscope. Ce dernier s'est donc déplacé parallèlement à $t'_z\, t'_z$ d'une quantité z_1. Or, l'axe de la glissière pivotante g'_z est fixe sur la tige $t'_z\, t'_z$; son déplacement est donc égal à z_1 et par suite :

$$\overline{\text{K}\, g'_z} = z_1.$$

Les triangles $\text{K}\, O_1\, g'_z$ et $O_1\, H_1\, g_z$ étant semblables, comme étant rec-

tang es et ayant un angle égal en O_1, par suite de la perpendicularité des deux bras du levier, nous avons :

$$\frac{\overline{K g'_z}}{K O_1} = \frac{H_1 g_z}{O_1 H_1}$$

ou

$$\frac{z_1}{f} = \frac{\overline{H_1 g_z}}{Y}$$

Par conséquent :

$$\overline{H_1 g''_z} = \frac{z_1 Y}{f} = Z.$$

Le segment $\overline{H_1 g_z}$ représente donc la dénivelée Z. Il suffit alors de munir l'écrou mobile e_z d'un index se déplaçant devant une échelle fixe pour mesurer les dénivelées.

Remarquons que la rotation du levier L_z dépend de deux causes :

1° La manœuvre de la manivelle M_z qui entraîne le déplacement de l'écrou e_z le long de la vis V_z V_z, c'est-à-dire parallèlement à l'horizontale principale des clichés;

2° La manœuvre de la manivelle M_z bui entraîne le déplacement du pont P_z P_z et, par suite, celui de l'écrou e_z parallèlement à la verticale principale des clichés, l'écrou restant fixe sur la vis.

La manœuvre de la manivelle M_x n'entraîne aucune rotation du levier L_z.

Nous voyons donc que si nous manœuvrons les manivelles M_x et M_y, sans toucher à la manivelle M_z, de façon que le repère mobile soit toujours au contact stéréoscopique du terrain, le segment $\overline{H_1 g_z}$ ne varie pas, ce qui revient à dire que le crayon *m* trace une courbe de niveau.

L'échelle des dénivelées est placée près de l'opérateur afin de faciliter les lectures. Elle est constituée par une règle graduée R devant laquelle se déplace un vernier porté par un écrou e'_z mobile sur une vis sans fin V'_z V'_z, tournant dans deux paliers fixes P_{10} et P_{11} et commandée par la manivelle M_z, grâce à un engrenage d'angle. Les vis V_z V_z et V'_z V'_z sont exactement semblables, afin que les déplacements des écrous e_z et e'_z soient identiques. De plus, la règle R est mobile, ce qui permet de la caler initialement, en faisant marquer au vernier l'altitude de la station de gauche lorsque le repère mobile se déplace sur l'horizontale principale du cliché de gauche. Grâce à ce dispositif, il est possible de lire directement les altitudes des divers points du terrain sans effectuer aucun calcul.

Réglage de la distance principale. — Ce qui précède suppose que les points fixes O_1, O_2, O_3, sont à une distance *f* des axes des tiges t'_z t'_z, t'_x t'_x, t''_y t'_y.

Or, la distance focale du photothéodolite, ou plus exactement la distance principale (distance du point nodal arrière de l'objectif au pied de la perpendiculaire abaissée de ce point sur le cliché), distance qui définit la perspective, varie légèrement d'un appareil à un autre. Cette variation est supérieure à la tolérance admissible. Nous avons en effet :

$$Y = \frac{Bf}{a}.$$

d'où, en différentiant par rapport à f :

$$\frac{dY}{Y} = \frac{df}{f}.$$

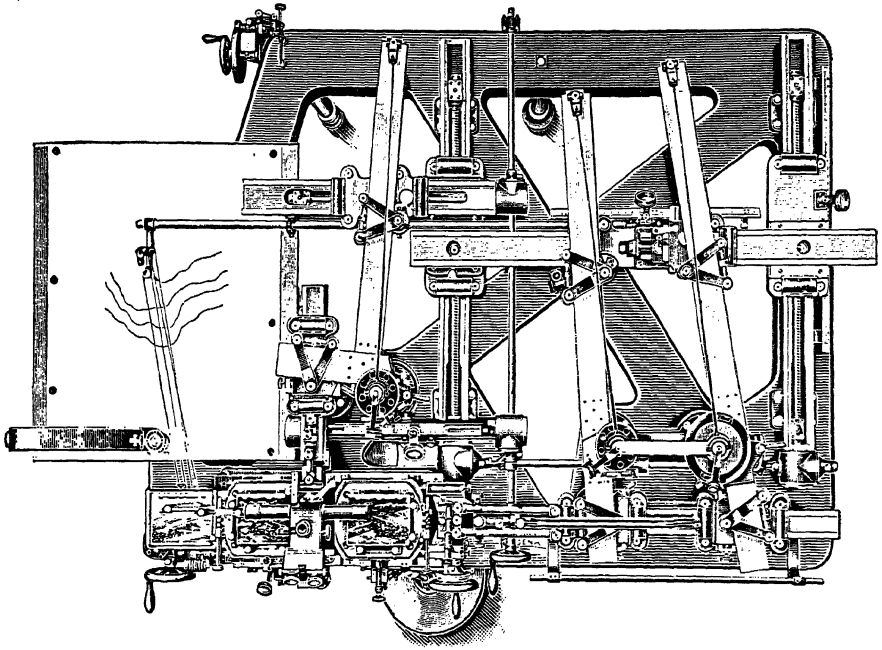



Fig. 102.

Nous verrons que, à 7 500 m, nous avons :

$d\,Y = 1{,}10$ m pour un bon observateur,
$d\,Y = 0{,}80$ m pour un très bon observateur.

Par suite :

$$\frac{0.8}{7\,500} = \frac{df}{200 \text{ mm}}$$
$$df = 0{,}021 \text{ mm}.$$

Une telle constance de la distance principale est impossible à réaliser entre plusieurs appareils. Il est donc nécessaire de pouvoir régler les centres de

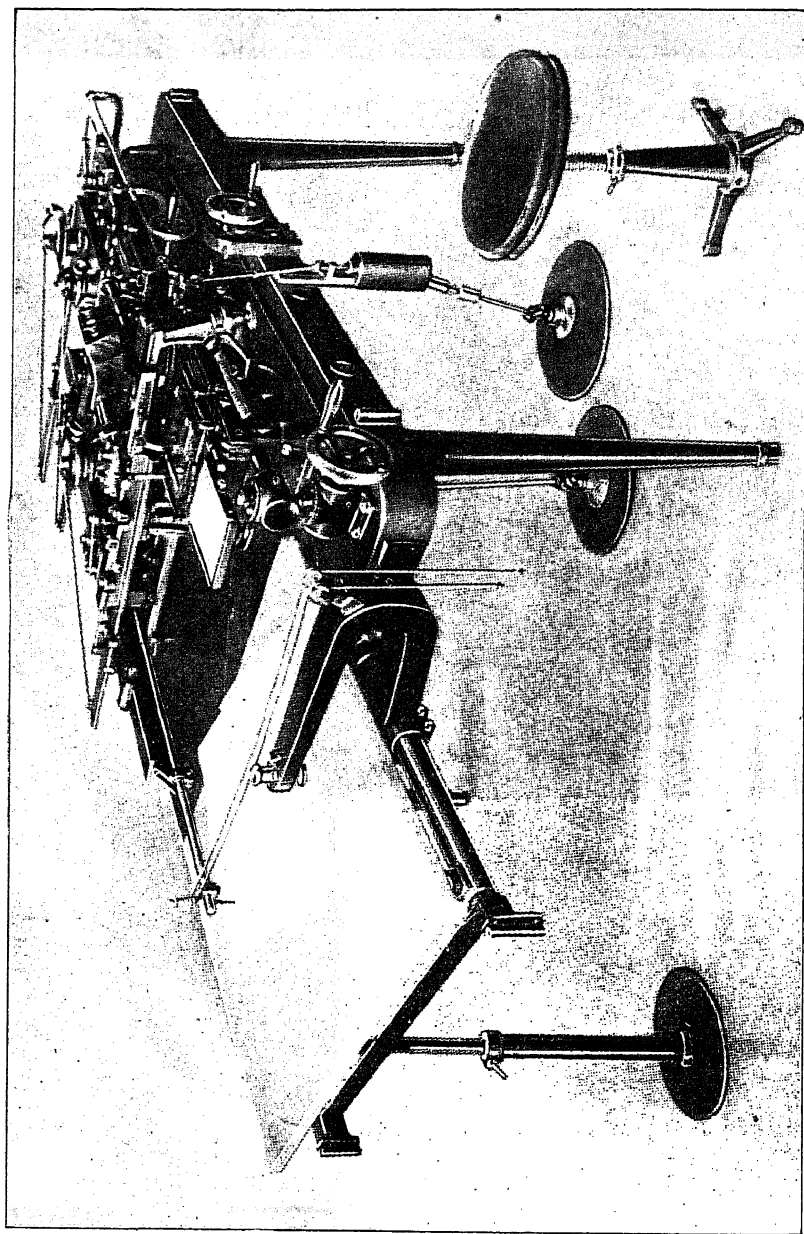



Fig.

rotation par rapport aux tiges correspondantes. Ce déplacement s'opère grâce à trois vis micrométriques permettant de faire varier la distance prin-

cipale de 1/100 en 1/100 de mm, de 18 cm à 20 cm, la distance principale normale étant d'environ 19 cm. Ces vis agissent sur les pivots g'_x, g'_y, g'_z, matérialisés par des axes de galets.

Signalons enfin que le stéréoautographe possède un cercle gradué en O_3, de façon à permettre de couder le levier L_y L'_y d'un angle égal à l'angle de convergence c.

Notons encore que dans l'appareil von Orel la manivelle des altitudes est doublée d'une pédale des altitudes, de sorte que le restituteur manœuvre le repère mobile (fig. 102-103)

suivant l'axe des X : avec la main gauche,
suivant l'axe des Y : avec la main droite,
suivant l'axe des Z : avec le pied.

En outre, une seconde pédale, manœuvrée de temps en temps, remplace la vis de correction du stéréo-comparateur et permet, par suite, l'emploi de bases inclinées. Cette inclinaison des bases sur l'horizon ne doit pas dépasser 15 grades.

L'appareil possède, en outre, toute une série d'organes permettant les réglages initiaux au montage : perpendicularité des axes de rotation au plan horizontal du bâti, parallélisme des vis, tiges et axes dirigés suivant l'axe des X, parallélisme des vis, tiges et axes dirigés suivant l'axe des Y, perpendicularité de ces deux groupes de vis, tiges et axes, égalité de $O_2 H_2$ et de $O_1 H_1$, etc. Ce sont là des réglages exécutés une fois pour toutes et bloqués ensuite.

Au moment de la restitution, l'opérateur utilise les échelles et cercles gradués de l'autographe pour « introduire » les données de cette restitution : distance principale, longueur de la projection horizontale de la base à l'échelle du dessin, inclinaison de la base, inclinaison des clichés sur la base, altitude de la station gauche.

Il règle ensuite la planchette et retouche les données de la restitution à l'aide des points de contrôle, en tenant compte, dans le calcul des dénivelées, des corrections de réfraction atmosphérique.

Il trace ensuite la planimétrie et l'altimétrie.

V — LA PLANCHETTE DE CONSTRUCTION

La planchette de construction est constituée soit par une planche à dessin de 52×62 cm, soit par une glace de 85×120 cm recouverte d'une feuille de papier à dessin. Sur cette planchette, l'axe d'un trou conique matérialise la projection de la station gauche. Une règle plate métallique L_1 porte un pivot s'engageant dans ce trou conique M_1 (fig. 104) de telle façon que le biseau de la règle, qui est gradué en millimètres, tourne autour du

point M_1. Une règle L_2 peut se déplacer le long de la planchette et être immobilisée par un dispositif de serrage en une position quelconque. Enfin une équerre D à biseau gradué permet de tracer des perpendiculaires à la règle L_2 et de mesurer des segments sur ces perpendiculaires.

Ce matériel permet donc d'effectuer rapidement toutes les constructions nécessaires à la détermination de la position planimétrique et de la dénivelée d'un point quelconque. Il est maintenant un peu vieilli, puisque l'autographe fournit ces éléments d'une façon beaucoup plus rapide et plus sûre, mais nous avons cru quand même nécessaire de le décrire rapidement, tout au moins pour son intérêt historique.

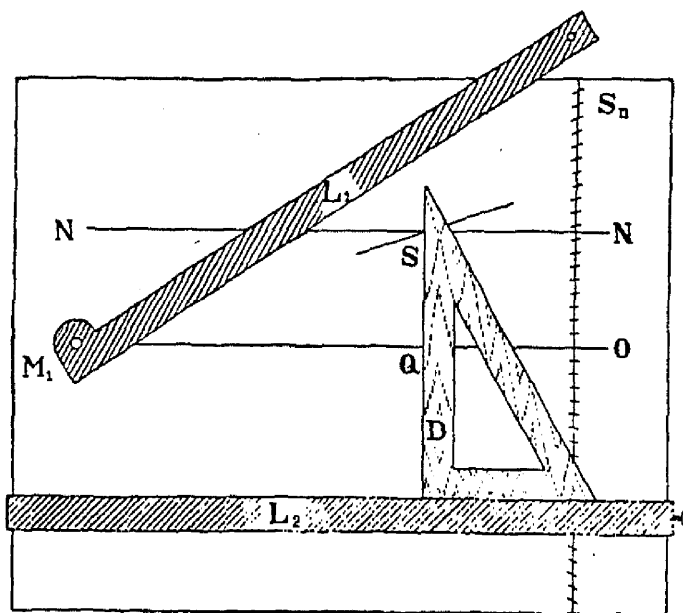



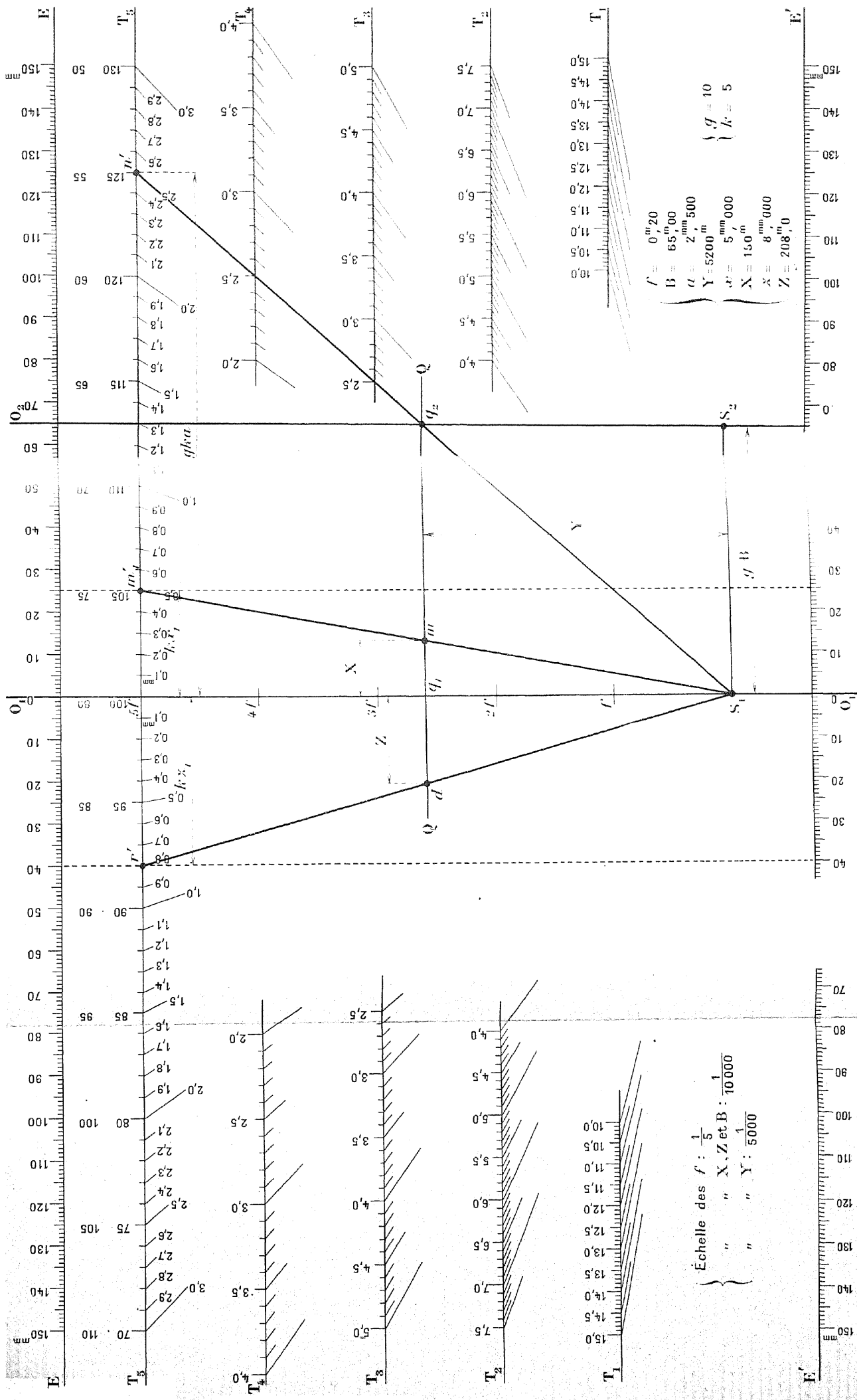
Fig. 104.

Pour faciliter les constructions, la feuille à dessin est préparée comme il suit :

Portons, à partir de S_1, sur l'axe $S_1\,O_1$ la distance principale f exprimée en millimètres, autant de fois que la planche à dessin le permet, cinq fois par exemple. Traçons les profils transversaux correspondants : T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 (fig. 105). Traçons sur ces profils, à partir de l'axe $S_1\,O_1$, des traits équidistants tous les 1 mm pour le profil T_1, 2 mm pour le profil T_2..., 5 mm pour le profil T_5.

Traçons en dessous de $S_1\,S_2$ et au-dessus de T_5 des échelles millimétriques E E′ en inscrivant sur l'axe $S_1\,O_1$, pour l'échelle E, les divisions choisies comme origines sur les échelles des x et des z du stéréocomparateur, 100 et 80, par exemple, et portons les chiffraisons de ces échelles, de 5 en 5, le long de l'échelle millimétrée E.

Ceci posé, supposons que nous prenions :

$$G = 10$$
$$k = 5.$$

Portons maintenant sur les échelles E et E′ les longueurs :

$$O_1\ O_2 = G\ B = 10\ B,$$

B étant mesuré à l'échelle de la carte, soit, pour fixer les idées : B = 6,5 mm représentant une base de 65 m à l'échelle du 1/10 000.

Traçons ensuite la droite $O_2\ O_2$, nous avons :

$$S_1\ S_2 = G\ B.$$

Chiffrons maintenant les échelles T_1, T_2, T_3, T_4, T_5.

Une division de l'échelle T_n représentera :

$$\frac{n}{10 \times n} = 0{,}1\ \text{mm}.$$

Supposons que nous ayons $a = 2{,}500$ mm, nous ferons passer le biseau de la règle pivotante par la graduation 2,500 de l'échelle T_5, la seule qui soit chiffrée sur toute sa longueur, et nous obtiendrons ainsi la droite $S_1\ n'$ qui coupe $S_2\ O_2$ en q_2. Nous pouvons donc maintenant tracer à l'équerre la droite Q Q.

Si nous avons lu sur l'échelle des x du stéréocomparateur le nombre 105, c'est-à-dire $x_1 = 105 - 100 = 5$ mm,

$$kx_1 = 5 \times 5 = 25\ \text{mm},$$

nous joindrons les divisions 25 des deux échelles E et E′ et l'intersection de cette droite avec T_5 nous fournira le point m'_1. Traçons ensuite $m'_1\ S_1$, nous obtiendrons en m la position planimétrique du point cherché.

Enfin, si nous avons lu 88 sur l'échelle des z du stéréocomparateur, c'est-à-dire si

$$z_1 = 88 - 80 = 8\ \text{mm},$$

nous aurons, en joignant les divisions $8 \times 5 = 40$ des deux échelles E et E′, le point r', d'où nous déduirons le point d et par suite la dénivelée $q_1\ d = Z$.

CHAPITRE V

LES PRÉCISIONS INSTRUMENTALES

I — PRÉCISION DES LEVÉS AU STÉRÉOCOMPARATEUR

Formules de bases. — Nous avons établi les formules donnant les coordonnées X, Y, Z d'un point M du terrain en fonction des quantités x_1, x_2, z_1 et a. Dans le cas normal, ces formules se simplifient et se réduisent à :

$$Y = +\frac{Bf}{a} \tag{1}$$

$$X = + x_1 \frac{Y}{f} \tag{2}$$

$$Z = + z_1 \frac{Y}{f} \tag{3}$$

Ces formules ont été établies avec une certaine convention de sens sur les axes de cliché, à savoir que ce sens était le même que celui des projections des axes s_1 X et s_1 Z sur les clichés supposés placés dans un même plan de front, en avant de la base, et à une distance f du plan vertical projetant cette base.

Avec ces conventions de signe, a est toujours positif.

Étudions l'influence des erreurs de mesure relatives aux quantités a, x_1 et z_1.

Éléments de la précision planimétrique. — Supposons d'abord que l'abscisse de cliché de gauche x_1 soit correctement mesurée, mais que nous commettions une erreur da dans la mesure de la parallaxe linéaire. Nous avons :

$$(4) \qquad Y = \frac{Bf}{a} \qquad X = x_1 \frac{Y}{f} = \frac{B x_1}{a}$$

Différentions ces formules par rapport à a :

$$(5) \qquad dY = -\frac{Bf}{a^2} da = -\frac{Y^2}{Bf} da \qquad dX = -\frac{B x_1}{a^2} da = -\frac{X^2}{B x_1} da = -\frac{XY}{Bf} da$$

et, si nous appelons δa, δX, δY les valeurs absolues des erreurs :

$$(6) \qquad \begin{cases} \delta Y = \dfrac{Y^2}{Bf}\delta a \\ \delta X = \dfrac{|X|\, Y}{Bf}\delta a, \end{cases}$$

d'où ,si nous comparons les erreurs δX et δY qu'entraîne une même erreur de mesure δa :

$$(7) \qquad \frac{\delta X}{\delta Y} = \frac{|X|}{Y} = \frac{|x_1|}{f}.$$

L'erreur à craindre *sur l'ordonnée* Y est donc *proportionnelle au carré de l'éloignement* et *inversement proportionnelle à la longueur de la projection horizontale de la base.*

L'erreur à craindre *sur l'abscisse X* est *proportionnelle* à *l'abscisse et à l'éloignement* et *inversement proportionnelle à la longueur de la projection horizontale de la base.*

L'erreur δY augmente donc très rapidement lorsque l'éloignement croît et l'erreur δX augmente très rapidement lorsque le point à restituer s'éloigne à la fois de la base et de l'axe du levé.

Nous voyons immédiatement que le levé perdra rapidement de la précision lorsque nous nous éloignerons de la base, ce qui nécessitera des mesures d'une très grande précision, afin que les erreurs commises dans la restitution des points éloignés restent dans les limites des erreurs tolérables. Par contre, la précision de ces mesures sera surabondante pour les points rapprochés.

Limites de la parallaxe linéaire. — Nous voyons également qu'il y aura intérêt à choisir de grandes bases. Nous devions nous y attendre, puisqu'en somme la restitution stéréophotogrammétrique n'est qu'un cas particulier du procédé de l'intersection. Or, nous sommes assez rapidement limité dans la possibilité d'allonger les bases. Dans la méthode photogrammétrique, ce qui limitait cette possibilité, c'était la nécessité d'avoir sur les deux clichés des images analogues afin de permettre l'*identification des points.* Ici, cette identification n'est plus nécessaire, grâce à la vision stéréoscopique du terrain, mais cette vision exige quand même que les images homologues soient peu différentes comme dimensions et comme orientation, sans quoi les yeux se fatiguent vite, les images ont tendance à se dédoubler et les pointés sont peu précis.

C'est donc un *phénomène physiologique* qui vient limiter la possibilité d'augmenter la base.

Considérons une station S et le tableau T (fig. 106). Soit $m_1\, m_2$ la portion de tableau correspondant au champ du corps intéressé du microscope

binoculaire d'observation et m_0 le centre de ce champ. Ces points sont les images des points M_1, M_2, M_0 du terrain. Nous avons, en appelant Y_1, Y_2 et Y_0 leurs éloignements :

$$Y = \frac{B f}{a},$$

donc :

$$a_1 = \frac{B f}{Y_1}$$
$$a_2 = \frac{B f}{Y_2}$$
$$a_0 = \frac{B f}{Y_0},$$

c'est-à-dire :

$$a_0 - a_1 = B f \left(\frac{1}{Y_0} - \frac{1}{Y_1}\right)$$
$$a_2 - a_0 = B f \left(\frac{1}{Y_2} - \frac{1}{Y_0}\right).$$

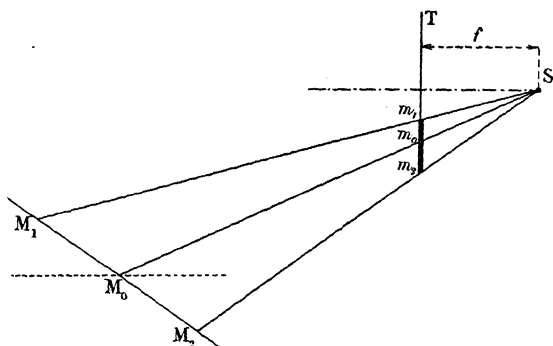



Fig. 106.

Pour une valeur donnée de Y_0, ces formules montrent que la variation de parallaxe linéaire est d'autant plus grande que Y_1 est plus grand et que Y_2 est plus petit, c'est-à-dire d'autant plus grande que le terrain autour du point M_0 est plus proche de l'horizontale.

Envisageons donc ce cas extrême défavorable. Considérons une droite du terrain, une route par exemple, perpendiculaire à la base. Elle a pour images sur les deux clichés les droites $\omega\ n$ et $\omega'\ n'$ (fig. 107). La parallaex linéaire d'un point $m\ m'$ de cette route est le segment a. Plaçons-nous dans le cas défavorable où les clichés sont exploités jusque sur leur bord et appelons a_0 la parallaxe linéaire du point nn' : c'est la parallaxe linéaire maximum que nous nous proposons de calculer. Soit $i\ i'$ le point de la

route apparaissant au centre du champ. Le point situé au bord du champ sera mm'. Appelons r le rayon de ce champ spatial. La variation de parallaxe linéaire du centre au bord du champ est égale à $m't$ et nous avons, en posant $m't = v$ et $\omega' s = p$:

$$\frac{m'\,t}{i'\,m'} = \frac{n'\,s}{n'\,\omega'}$$

$$\frac{v}{r} = \frac{a_0}{\sqrt{a_0^2 + p^2}}$$

$$\frac{v^2}{r^2} = \frac{a_0^2}{a_0^2 + p^2} \qquad a_0 = \frac{v\,p}{\sqrt{r^2 - v^2}}.$$

Cette formule nous donne a_0 en fonction de v. Or, dans les conditions normales d'observation, les images des deux clichés sont à l'infini, c'est-

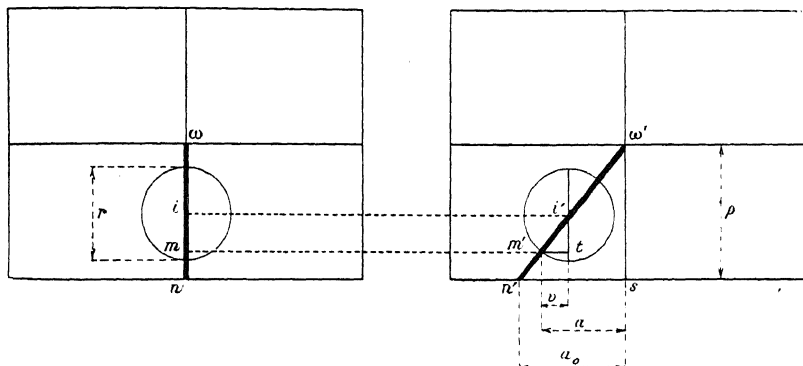



Fig. 107.

à dire que les deux yeux ont leur accommodation figée à l'infini, quel que soit le point du champ examiné, ou plus exactement sont désaccommodés si l'observateur est emmétrope. Pour de telles conditions de vision, la convergence des lignes de visée est en principe nulle. La relation convergence-accommodation présente cependant une certaine souplesse et l'expérience montre que, pour un observateur moyen regardant à l'infini dans un stéréoscope, les images ne sont pas dédoublées tant que la convergence des lignes de visée est inférieure à 12° [1] ou que leur divergence est inférieure à 2°. Or, les axes du microscope binoculaire d'observation sont réglés en convergence d'environ 7° [2]. Il y a donc une marge de variation angulaire

(1) La limite de 12° est atteinte sans gêne. La vision en divergence est toujours fatigante. La convergence limite peut même atteindre 15°, mais en forçant et en fatiguant les yeux.

(2) Les axes des deux corps du microscope sont réglés en convergence et non en parallélisme. S'ils étaient parallèles, le centre du champ serait vu en convergence nulle, les points plus proches en convergence et les points plus lointains en divergence. Les points plus proches pourraient même être vus en diver-

de 5° pour les points plus rapprochés que le centre et une marge de 9° pour les points plus éloignés avant d'arriver au dédoublement des images. Il faudra donc avoir, puisque le grossissement est de 6 × et que la distance minimum conventionnelle de vision distincte est de 25 cm :

$$\frac{6\,v}{25\text{ cm}} \leqslant \text{tg } 5^\circ$$
$$v = 0,36\text{ cm.}$$

Portons cette valeur dans la formule :

$$a_0 = \frac{v\,p}{\sqrt{r^2 - v^2}}.$$

Le champ spatial ayant un diamètre de 12 mm et la plaque avant un format de 13 × 18 cm, nous avons :

$$v = 0,36\text{ cm}$$
$$r = 0,6\text{ cm}$$
$$p = 6,5\text{ cm}$$
$$a_0 = \frac{0,36 \times 6,5}{\sqrt{0,6^2 - 0,36^2}} = \frac{0,36 \times 6,5\text{ cm}}{0,48}$$
$$a_0 = 4,9\text{ cm.}$$

Nous admettrons donc que la *parallaxe linéaire maximum est de 5 cm.*

Examinons maintenant ce qui se passe si nous décentrons l'objectif de ± 3 cm.

Nous avons, en appelant ε la variation apparente de parallaxe angulaire entre le centre et le bord du champ (fig. 108).

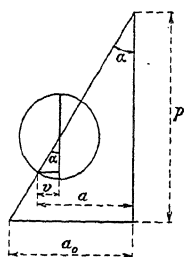



Fig. 108.

$$\frac{6\,v}{25\text{ cm}} = \text{tg } \varepsilon$$
$$a_0 = p \text{ tg } \alpha$$
$$v = r \sin \alpha.$$

Supposons que, quel que soit le décentrement, nous choisissions $a_0 = 5$ cm.

---

gence si la pente du terrain était assez forte. Une telle vision du terrain est désagréable et fatigue rapidement la vue. La vision en faible convergence est au contraire agréable et reposante. Il est donc désirable de régler la convergence des axes de façon que les points voisins du centre soient tous vus en faible convergence, quelle que soit la pente du terrain, et que les points les plus éloignés ne soient jamais vus en divergence. Dans ces conditions, l'opérateur peut examiner tout le champ sans fatigue et se trouve dans d'excellentes conditions physiologiques pour assurer au mieux le contact stéréoscopique du repère mobile et du terrain. C'est pour cette raison que la convergence de 7° a été choisie.

Si nous faisons $p = 9{,}5$ cm, c'est-à-dire si la ligne d'horizon est à 3 cm au-dessus de l'axe horizontal du cliché, nous diminuons α, donc nous diminuons v et par suite ε, donc nous serons dans de bonnes conditions d'observation. Nous avons en effet (fig. 109) :

$$v = 0{,}28 \text{ cm}$$
$$\varepsilon = 3^{\circ}\,45' < 5^{\circ}.$$

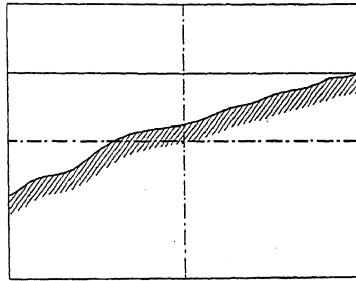



Fig. 109.

Si, au contraire, nous faisons $p = 3{,}5$ cm, c'est que nous voulons avoir le maximum de terrain dans la partie supérieure du cliché. Les points les plus lointains ne sont pas à l'infini et ces points sont tels que leur parallaxe linéaire est égale à 2 cm. La variation de parallaxe linéaire est alors de $5 - 2 = 3$ cm.

Dans ces conditions, nous avons :

$$3 = 3{,}5 \operatorname{tg} \alpha,$$

d'où :

$$v = 0{,}39 \text{ cm}$$
$$\varepsilon = 5^{\circ}\,22'.$$

Cette convergence est donc très proche de la limite. Elle est acceptable, d'autant plus que la détermination de l'angle ε aisément tolérable a été faite en prenant 12° comme convergence limite, et que nous avons dit qu'il est possible d'aller jusqu'à 15° en forçant un peu la vision.

Nous concevons que la physiologie puisse également imposer une *parallaxe linéaire minimum.* Considérons, en effet, un point à l'infini, il lui correspond une parallaxe linéaire nulle. Considérons d'autre part un point éloigné de parallaxe linéaire x ; l'image stéréoscopique de ce point paraîtra à l'infini tant que la longueur x n'aura pas atteint une valeur minimum correspondant à la limite de perception du relief de l'observateur. Cette longueur x vue à la distance minimum de vision distincte apparaît sous un angle $\frac{}{25 \text{ cm}}$. Lorsqu'elle est vue dans le microscope grossissant six fois, elle

est vue sous un angle $\frac{6\,x}{25 \text{ cm}}$. Or, un bon observateur stéréoscopique commet dans la mesure des parallaxes angulaires des erreurs moyennes d'environ 8″ sexagésimales, ce qui revient à dire qu'il ne perçoit pas le relief au-delà des points dont la parallaxe angulaire est de 8″. Nous aurons donc :

$$\frac{6\,x}{25 \text{ cm}} = \frac{8}{200\,000}$$

$$x = \frac{1}{600} \text{ mm.}$$

La parallaxe linéaire minimum serait donc très faible. Mais il ne suffit pas que l'observateur puisse encore discerner que certains points sont plus éloignés que certains autres; il faut qu'il puisse discerner des différences d'éloignement correspondant aux erreurs cartographiques admissibles : ce n'est donc pas la *physiologie qui fixe la parallaxe linéaire minimum, mais la topographie.*

Soit une base $S_1 S_2$ et un point M situé à la distance D. Soit M′ un point situé à la distance $D + dD$, la distance dD correspondant à l'erreur cartographique moyenne admissible. Nous avons (fig. 110) :

$$B = D\,\alpha$$

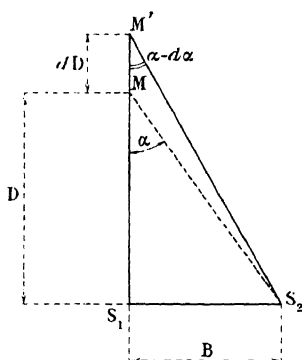



Fig. 110.

(α étant supposé assez petit pour que l'arc et la tangente puissent être confondus)

$$D = \frac{B}{\alpha}$$

$$d\,D = -\frac{B}{\alpha^2}\,d\,\alpha = -\frac{D}{\alpha}\,d\,\alpha.$$

La planchette de dessin de l'autographe permet de restituer jusqu'à

750 mm de la base, c'est-à-dire que, si l'échelle du levé est 1/10 000e, nous avons :

$$D = 7500 \text{ m.}$$

D'autre part, à cette échelle, l'erreur maximum planimétrique admise pour les levés réguliers est de 10 m, c'est-à-dire que l'erreur moyenne quadratique est de $\frac{10 \text{ m}}{3}$, ou :

$$dD = \pm 3,33 \text{ m.}$$

Cette erreur dD provient de toute une série de causes : imperfections du photothéodolite, imperfections opératoires lors de la prise des clichés, imperfections du stéréocomparateur, imperfections opératoires au stéréocomparateur, erreur graphique, etc. L'erreur moyenne quadratique graphique est, à l'échelle du 1/10 000e, de 1 dixième de millimètre, ce qui correspond sur le terrain à une erreur planimétrique moyenne de 1 m. Pour que nos opérations soient homogènes, il nous faut que les diverses causes d'erreur n'excèdent pas cet ordre de grandeur; il est d'ailleurs inutile qu'elles soient nettement inférieures, puisque, graphiquement, nous ne pourrions faire une différence entre une donnée parfaite et une donnée entachée d'une erreur beaucoup plus petite que l'erreur graphique. Nous allons voir, dans ce qui suit, que, pour un restituteur opérant des pointés stéréoscopiques avec une erreur moyenne quadratique de 8″, l'erreur de parallaxe linéaire da, due au pointé seul, la seule que nous considérons pour le moment, en dehors des erreurs dues aux imperfections instrumentales, est de l'ordre de 2 μ :

$$d\,a = 2\,\mu.$$

Or, la distance focale du photothéodolite est d'environ 20 cm [1]. Nous aurons donc :

$$d\,\alpha = \frac{2}{200\,000}$$

d'où, puisque

$$d\,D = 1,00 \text{ m},$$

$$\alpha = \frac{D}{d\,D}\,d\,\alpha = \frac{7500}{1} \times \frac{2}{200\,000} = \frac{15}{200}.$$

Cet angle correspond à une parallaxe linéaire a telle que :

$$\frac{a}{20 \text{ cm}} = \frac{15}{200}$$

$$a = 1,5 \text{ cm.}$$

(1) La distance focale du photothéodolite est voisine de 19 cm. Le stéréautographe permet la restitution de clichés pris avec des distances focales comprises entre 18 cm et 20 cm.

Donc, pour des observateurs stéréoscopiques moyens, nous pourrons compter sur la valeur :

$$a = 2 \text{ cm}.$$

Pour un excellent observateur ne commettant qu'une erreur moyenne de pointé stéréoscopique de 4″ à 5″, nous aurions :

$$a = \frac{1,5 \text{ cm} \times 5}{8} = 1 \text{ cm}.$$

Nous admettrons, par suite, que la *parallaxe linéaire minimum est de 1 cm* (1).

Ces chiffres ne sont pas seulement des chiffres théoriques, ils sont pleinement confirmés par une expérience de plusieurs années des restituteurs utilisant le stéréoautographe von Orel.

Valeur des erreurs planimétriques. — Ces limites de bases étant fixées, calculons l'ordre de grandeur des erreurs δ Y et δ X entraînées par une erreur de mesure $\delta\, a$.

Considérons un bon restituteur pour lequel l'erreur moyenne de parallaxe angulaire est de 8″ et prenons par suite comme valeur limite inférieure de parallaxe linéaire $a = 2$ cm. Supposons que nous voulions restituer jusqu'à l'extrême limite de la planchette de levé, soit jusqu'à 7 500 m. Nous aurons :

$$B = \frac{a\, Y}{f} = \frac{2}{20} \times 7\,500 = 750 \text{ m}.$$

La parallaxe angulaire de 8″ correspond à une longueur x, vue à 25 cm, telle que :

$$\frac{x}{250 \text{ mm}} = \frac{8}{200\,000}$$

$$x = \frac{1}{100} \text{ mm} = 10\, \mu$$

et, comme le grossissement du microscope est de 6 ×, nous avons :

$$\delta\, a = \frac{10\, \mu}{6} = 1,66\, \mu$$

Prenons, pour nous placer dans des conditions nettement défavorables :

$$\delta\, a = 2\, \mu.$$

(1) Si nous conservons $d\,\alpha = 8''$ à $10''$, mais si nous faisons $D = 3\,750$, nous aurons $a = 1$ cm pour les observateurs moyens et non plus pour les observateurs exceptionnels.

Nous avons vu, lors de la description du stéréocomparateur, que l'erreur moyenne de lecture des parallaxes linéaires est :

$$\delta a' = 1 \ \mu.$$

Supposons maintenant que l'erreur moyenne de mesure de parallaxe linéaire due aux imperfections de la vis soit :

$$\delta a'' = 2 \ \mu,$$

ce qui exige une bonne vis micrométrique bien travaillée et bien étalonnée, mais cependant non exceptionnelle, puisqu'elle est appelée à travailler au maximum sur une longueur de 5 cm (1).

Ces trois erreurs ajoutées quadratiquement donneront une erreur moyenne résultante (δa) telle que :

$$(\delta a) = \sqrt{\delta a^2 + \delta a'^2 + \delta a''^2}$$
$$(\delta a) = \sqrt{\overline{2^2} + \overline{2^2} + \overline{1^2}} \ \mu = \sqrt{9} \ \mu$$
$$(\delta a) = 3 \ \mu.$$

Nous aurons donc, pour les points les plus défavorisés :

$$Y = 7\ 500 \text{ m } (2)$$
$$B = 750 \text{ m } (3)$$
$$f = 20 \text{ cm}$$
$$(\delta a) = 3 \ \mu$$

et par suite :

$$\delta Y = \frac{Y^2}{Bf} \delta a = \frac{\overline{7500}^2 \times 100}{750 \times 20} \times \frac{0{,}003}{1\ 000}$$

$$\delta Y = 1{,}10 \text{ m } (4). \qquad (8)$$

---

(1) Remarquons d'ailleurs que, dans la restitution à l'autographe, la vis des parallaxes n'est pas utilisée comme organe de mesure, mais simplement comme organe de manœuvre et que, par suite, les erreurs de lecture n'importent plus.

(2) L'éloignement graphique permis par la planchette de dessin du stéréoautographe peut varier de 85 mm à 750 mm, ce qui, à l'échelle du 1/10 000e correspond sur le terrain à des éloignements de 850 m à 7 500 m.

(3) Remarquons que la base B choisie ne permet de travailler qu'entre 7 500 m et une limite inférieure $Y = \frac{750 \times 20}{5} = 3\ 000$ m.

(4) Nous nous sommes placé pour ce calcul dans le cas le plus défavorable, celui de la restitution à l'éloignement limite permis par les dimensions de l'appareil. Si, au lieu de prendre Y = 7 500 m, nous prenons Y = 3 750 m et B. = 375 m, nous pourrons tolérer une erreur de parallaxe linéaire (δa) = 6 μ.

Donc, si nous faisons :

$$\delta a' = 1 \ \mu$$
$$\delta a'' = 2 \ \mu,$$

il viendra :

Si maintenant, nous supposons à la fois Y maximum et X maximum, c'est-à-dire $|x_1| = 9$ cm, la formule (7) donne :

$$\delta X = \frac{9}{20} \delta Y$$

$$\delta X = \frac{9}{20} \times 1,10 \text{ m}$$

$$\delta X = 0,50 \text{ m.} \qquad (9)$$

Remarquons à ce sujet que l'influence d'une erreur de mesure de parallaxe linéaire est moindre sur les X que sur les Y. C'est ce qui résultait d'ailleurs de la formule (7). Cette formule montre, en outre, que, tandis que tous les points de même éloignement sont entachés du centre au bord du levé d'une erreur constante δY lorsque l'erreur δa est constante, l'erreur δX varie depuis zéro au centre du levé jusqu'à un maximum à son extrémité. Ce maximum n'est que les 9/20 de δY, soit environ la moitié de δY.

Il résulte de ce qui précède qu'*une erreur de mesure de la parallaxe linéaire entraîne à la fois une erreur d'abscisse et une erreur d'ordonnée et que son influence est particulièrement importante sur l'éloignement.*

Mais tout ceci suppose que x_1 était correctement mesuré. Quelle est l'influence d'une erreur dx_1 commise dans la mesure de x_1, a étant supposé correct ?

Les formules (4) différentiées par rapport à x_1 donnent :

$$d\,Y' = 0$$

$$d\,X' = \frac{Y}{f}\, d\,x_1 \qquad (10)$$

$$\delta X' = \frac{Y}{f}\, \delta x_1. \qquad (11)$$

$$(\delta a)^2 + (1^2 + 2^2)\mu^2 = 6^2\mu^2$$
$$(\delta a)^2 = 31\,\mu^2$$
$$\delta a = 5,6\,\mu,$$

ce qui correspond à une erreur moyenne de pointé stéréoscopique de 27″, erreur qui n'est pas atteinte, même par des observateurs assez bons opérant sur des clichés passables.

Donc, si nous nous contentons de restituer jusqu'à 3 750 m, nous pourrons être bien moins exigeant sur tous les réglages des appareils et sur la précision de pointé. Or, cette limite de restitution est celle qui est adoptée en pratique, afin d'être sûr d'obtenir les précisions planimétriques et altimétriques voulues, sans s'astreindre à des pointés et à des réglages voisins de leur limite de perfection. C'est pourquoi, normalement, la distance de 3 000 m est la limite moyenne de travail et que rarement les opérateurs poussent jusqu'à 5 000 m.

Toutefois, nous continuerons notre discussion en envisageant la possibilité de restituer jusqu'à 7 500 m. Les conclusions que nous tirerons nous conduiront à rechercher des précisions très dures à obtenir, mais néanmoins réalisables en opérant avec beaucoup de soin. Quoi qu'il en soit, ce cas est intéressant à considérer, car, dans des circonstances exceptionnelles, il peut être nécessaire d'utiliser au maximum les possibilités d'emploi du matériel. Nous ne devrons pas oublier, toutefois, que dans les conditions normales d'emploi les précisions à réaliser seront nettement plus faibles. Notons d'ailleurs qu'il est des cas, en montagne, par exemple, où il est possible de travailler à la limite de portée, même avec des réglages et des pointés imparfaits, tout en produisant un levé plus exact que le topographe classique, qui, ne pouvant parcourir le terrain, opère un peu au sentiment.

Pour évaluer l'ordre de grandeur de $\delta X'$, donné par cette formule, il nous faut d'abord calculer l'ordre de grandeur de l'erreur δx_1.

Nous avons vu, dans le calcul de l'erreur δa de parallaxe linéaire, que celle-ci résultait de trois causes. :

l'erreur de *pointé stéréoscopique ;*

l'erreur de lecture;

l'imperfection de la vis.

Les mêmes causes d'erreur doivent encore être envisagées, avec une différence essentielle toutefois : il ne faut plus faire intervenir la précision de pointé stéréoscopique, mais la précision de *pointé monoculaire.*

Nous avons vu que, dans les cas défavorables où l'observateur pointe sur des objets assez mal définis géométriquement, l'erreur moyenne de pointé monoculaire, pour un opérateur moyen, est de l'ordre de 1' centésimale. Ce cas est le cas normal pour les pointés topographiques de levé de détails et de filage des courbes de niveau.

Cette erreur de pointé entraînera une erreur moyenne δx d'abscisse de cliché gauche telle que, puisque la distance minimum conventionnelle de vision distincte est de 25 cm et que le grossissement du microscope est de 6 × :

$$\frac{6\,\delta x}{250 \text{ mm}} = \frac{0,16}{1\,000}$$

$$\delta x = 7\ \mu.$$

Nous avons vu, lors de la description du stéréocomparateur, que l'erreur moyenne de lecture est :

$$\delta x' = 5\ \mu \text{ (1)}$$

Supposons maintenant que l'erreur due aux imperfections de la vis soit :

$$\delta x'' = 5\ \mu,$$

ce qui nécessite une bonne vis, mais non une vis extraordinaire, puisque celle-ci ne travaille au maximum que sur 9 cm : elle peut donc, si elle est

(1) La précision du pointé stéréoscopique donnait :

$\delta a = 1{,}7\ \mu$ et l'erreur moyenne de lecture était :

$\delta a' = 1\ \mu$, soit environ les 2/3 de δa. Ici nous avons encore une erreur de lecture approximativement égale aux 2/3 de l'erreur de pointé.

Le choix d'une vis micrométrique dans un cas, et d'un simple vernier dans l'autre cas, sont donc bien en harmonie avec la précision de pointé : ces deux organes de lecture donnent tous deux une erreur suffisamment inférieure à l'erreur de pointé, et permettent de profiter de toute la précision du pointé sans l'altérer notablement par suite de l'erreur de lecture. Le stéréocomparateur est donc très bien conçu à ce point de vue : il utilise des organes bien adaptés à leur rôle et présentant le maximum de simplicité, donc de robustesse, compatible avec la précision à assurer.

soigneusement travaillée et étalonnée [1], donner le 1/200 mm dans la mesure des abscisses de cliché.

Ces trois erreurs composées quadratiquement donnent une erreur dont la valeur est :

$$\delta x_1 = \sqrt{\delta x^2 + \delta x'^2 + \delta x''^2}$$
$$\delta x_1 = \sqrt{7^2 + 5^2 + 5^2}\,\mu = \sqrt{99}\,\mu$$
$$\delta x_1 = 10\,\mu \text{ [2]}.$$

Nous aurons donc, pour les points les plus défavorisés :

$$\begin{cases} Y = 7\,500 \text{ m} \\ f = 20 \text{ cm} \\ \delta x_1 = 10\,\mu \end{cases}$$

et par suite :

$$\delta X' = \frac{Y}{f}\delta x_1 = \frac{7500 \times 100}{20} \times \frac{0{,}010}{1\,000}$$
$$(12) \qquad \delta X' = 0{,}40 \text{ m}.$$

Donc une *erreur de mesure de* x_1 n'a *aucune influence sur l'ordonnée* et *entraîne une faible erreur d'abscisse* X. La formule (11) montre que l'erreur à craindre sur l'abscisse X est *proportionnelle à l'éloignement* et, pour un éloignement donné, *ne dépend pas de l'abscisse.*

Cette erreur, comme l'erreur δ X provenant de l'erreur δa de parallaxe linéaire, augmente donc lorsque le point à restituer s'éloigne de la base, mais beaucoup moins rapidement. Par contre, elle n'augmente pas, pour un éloignement donné, lorsque le point s'éloigne de l'axe du levé.

Précision planimétrique comparée d'un levé au 1/10 000e restitué au stéréocomparateur et d'un levé classique à la même échelle (plan directeur). — Pour apprécier la valeur des levés par restitution stéréophotogrammétrique, il faut les comparer aux levés topographiques classiques exécutés à la même échelle.

Nous avons déjà dit, lorsque nous avons déterminé les parallaxes limites, que l'erreur moyenne planimétrique d'un point de détail était d'environ 3,30 m pour les plans directeurs au 1/10 000e.

(1) Remarquons encore que, dans la restitution à l'autographe, la vis des abscisses de cliché gauche n'est plus utilisée comme organe de mesure, mais simplement comme organe de manœuvre et que, par suite, les erreurs de lecture n'importent plus.

(2) Si nous restituons à 3 750 m au lieu de 7 500 m, nous pourrons, pour la même valeur δ X', tolérer une erreur $\delta x_1 = 20\,\mu$, ce qui donnera.

$$(\delta x)^2 + 25\,\mu^2 + 25\,\mu^2 = 400\,\mu^2$$
$$\delta x = 18\,\mu,$$

soit une erreur moyenne de pointé de 80″ dans le champ apparent.

Examinons maintenant comment se justifie cette valeur numérique et, pour cela, résumons la succession des opérations topographiques classiques que comporte un levé bien exécuté.

Dans un levé régulier au 1/10 000e, l'opérateur établit tout d'abord un canevas d'ensemble s'appuyant sur des points géodésiques. La position planimétrique de ces points est entachée d'une erreur probable de :

0,10 m pour les points du premier ordre;
0,20 m pour les points du second ordre;
0,60 m pour les points du troisième ordre;

c'est-à-dire que l'erreur moyenne quadratique est de $0{,}60 \text{ m} \times \frac{3}{2} = 0{,}90$ m pour les points du troisième ordre. Ces points sont distants de 3 à 10 km. La position planimétrique d'un point géodésique situé vers le haut du levé sera donc entachée, par rapport à la position planimétrique d'un point situé vers le bas du levé, d'une erreur moyenne quadratique de $0{,}90 \text{ m} \times \sqrt{2} = 1{,}30$ m si ces deux points sont du troisième ordre.

Le canevas d'ensemble est constitué par des cheminements exécutés au tachéomètre entre les points géodésiques. Ces cheminements sont considérés comme satisfaisants lorsque l'erreur de fermeture est de 1 m par kilomètre.

Un canevas de détail est ensuite établi en s'appuyant sur le canevas d'ensemble.

Les cheminements de détail sont levés à la planchette déclinée et à la règle à éclimètre. Leur erreur de fermeture admissible est de 10 m pour un développement maximum de 2 500 m.

Supposons ces erreurs de fermeture parfaitement réparties, il n'en subsiste pas moins, sur la position de chaque sommet des cheminements, une erreur moyenne de 1 m due à l'erreur graphique de 1/10 mm.

Les points de détail sont alors rattachés au canevas de détail par rayonnement à la règle à éclimètre, la portée du rayonnement pouvant atteindre 150 m. Cet instrument, employé avec la planchette déclinée, donne une erreur moyenne de 20' dans la détermination d'une direction et une erreur moyenne $1 \text{ m} \times \left(\frac{D}{100 \text{ m}}\right)^2$ dans la mesure d'une distance.

Donc, pour un point de détail situé à 150 m d'un sommet du canevas, l'erreur planimétrique due à l'erreur d'azimut est, puisque 1' vaut 0,16/1 000 :

$$150 \text{ m} \times \frac{20 \times 0{,}16}{1\,000} = 0{,}50 \text{ m}.$$

L'erreur due à l'inexactitude de la mesure de distance est :

$$(1{,}50)^2 \times 1 \text{ m} = 2{,}25 \text{ m}.$$

Ces deux dernières erreurs dirigées suivant les deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle donnent une erreur suivant l'hypoténuse égale à :

$$\sqrt{\overline{2,25}^2 + \overline{0,50}^2} = 2,30 \text{ m.}$$

Enfin, l'erreur graphique de 1/10 mm donne, dans le report de la distance, une erreur planimétrique de 1 m.

En résumé, les erreurs moyennes à considérer sont :

1, 30 m, erreur provenant des points géodésiques;
1 m, erreur graphique du cheminement d'ensemble;
1 m, erreur graphique du cheminement de détails;
2, 30 m, erreur provenant de la règle à échimètre;
1 m, erreur graphique de report du point de détail,

L'erreur moyenne résultante est donc :

$$\sqrt{\overline{1,30}^2 + 1 + 1 + \overline{2,30}^2 + 1} = \sqrt{10} = 3,20 \text{ m.}$$

Nous retrouvons donc ainsi, à très peu près, le chiffre de 3,30 m correspondant à l'erreur maximum planimétrique de 10 m donnée par les traités classiques de topographie.

Nous remarquerons à ce sujet que nous avons supposé que les erreurs de fermeture des cheminements étaient parfaitement réparties, c'est-à-dire que les sommets en étaient exacts, à l'erreur graphique près.

Nous avons donc plutôt sous-estimé les erreurs de la topographie classique, alors que nous avons sur-estimé les erreurs de la topographie par restitution stéréophotogrammétrique [1].

La discussion des erreurs planimétriques dans la restitution stéréophotogrammétrique nous montre qu'il n'y a qu'une cause d'erreur sur l'ordonnée et que l'erreur δY est donnée par la formule (6) :

$$(6) \qquad \delta Y = \frac{Y^2}{Bf}\delta a \qquad (\delta Y = 1,10 \text{ m lorsque } Y \text{ est maximum})$$

Il y a, par contre, deux causes d'erreur sur X et les erreurs moyennes correspondantes sont données par les formules (6) et (11) :

(1) Dans ce qui précède, nous n'avons considéré que les erreurs des mesures au stéréocomparateur, la principale erreur tenant à l'erreur moyenne de pointé. Il nous faut tenir compte, en outre, d'un certain nombre d'erreurs systématiques et accidentelles opératoires (clichés non dans le même plan, mauvaises mesures de base, défauts d'orthoscopie des objectifs, etc.). Nous calculerons par la suite les valeurs maxima que peuvent atteindre ces erreurs pour que nos conclusions ne soient pas changées. Remarquons d'ailleurs, à nouveau, qu'en pratique, nous ne serons appelés à opérer que jusqu'à 3 000 m ou 4 000 m et que, par suite, nos levés seront encore meilleurs que le levé théorique limite à 7 500 m que nous avons envisagé.

(6) $\delta X = \frac{|X| Y}{B f} \delta a$ ($\delta X = 0{,}50$ m lorsque X et Y sont maxima)

(11) $\delta X' = \frac{Y}{f} \delta x_1$ ($\delta X' = 0{,}40$ m lorsque Y est maximum

L'erreur moyenne d'abscisse pour les points les plus défavorisés est donc :

$$(\delta X) = \sqrt{\overline{0{,}50}^2 + \overline{0{,}40}^2} = 0{,}60 \text{ m.}$$

Remarquons en passant que, si nous avions envisagé le cas d'un très bon opérateur ne commettant dans la mesure des parallaxes angulaires qu'une erreur moyenne de 4″, nous aurions trouvé :

$$\delta Y = 0{,}80 \text{ m.}$$

Le stéréocomparateur est donc parfaitement bien conçu : la précision de ses organes de mesure est étudiée très en détail et ceux-ci sont réalisés de façon la plus simple possible, permettant de donner, dans la mesure des X et des Y, des erreurs moyennes du même ordre de grandeur.

L'erreur moyenne planimétrique δl est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont δY et (δX) sont les côtés de l'angle droit. Cette erreur, pour un bon observateur est de :

$$\delta l = \sqrt{\overline{1{,}10}^2 + \overline{0{,}60}^2} = 1{,}25 \text{ m.}$$

Si nous tenons compte maintenant de l'erreur graphique de report de 1/10 mm, soit 1 m à l'échelle du 1/10 000[e], l'erreur moyenne résultante (δl) sera :

$$(\delta l) = \sqrt{\overline{1{,}25}^2 + \overline{1}^2} = 1{,}60 \text{ m.}$$

Cette erreur est inférieure à l'erreur moyenne 3,30 m des plans directeurs et il ne faut pas perdre de vue que c'est celle qui correspond aux points les plus défavorisés.

Il s'ensuit que, *même aux extrémités du levé, tout au moins en ce qui concerne les points de détail, la précision donnée par le stéréocomparateur est supérieure à celle que fournissent les procédés classiques de la topographie régulière.*

Il ne faut toutefois pas trop se hâter de conclure à la supériorité de la méthode stéréophotogrammétrique. Nous verrons par la suite que, en topographie classique, les erreurs planimétriques absolues sont parfois assez notables, mais que les erreurs relatives sont assez faibles, autrement dit que les *levés sont bons partie par partie.* Calculons donc maintenant les erreurs planimétriques par rapport à un sommet d'un point du canevas de détails. Le rayonnement autour de ce sommet donne, comme nous l'avons dit, une

erreur $\delta l = 2{,}30$ m pour les points à 150 m, qui, combinée quadratiquement avec l'erreur de report égale à 1 m à l'échelle du 1/10000^e, conduit à une erreur (δl) telle que :

$$(\delta l) = \sqrt{2{,}30^2 + 1^2} = 2{,}50 \text{ m}.$$

Pour les points à 100 m, nous aurions :

$$(\delta l) = 1{,}40 \text{ m}.$$

Donc, *même pour l'exactitude partie par partie, les levés restitués sont encore supérieurs aux levés classiques, dès que les points de détail sont éloignés de plus de 100 m des sommets des canevas.*

Éléments de la précision altimétrique. — L'ordonnée Z d'un point M du terrain est donnée par la formule :

$$Z = z_1 \frac{Y}{f} = \frac{B z_1}{a}.$$

Une erreur da dans la mesure de la parallaxe linéaire entraîne une erreur dZ donnée par la formule :

$$dZ = -\frac{B z_1}{a^2} da = -\frac{YZ}{Bf} da \qquad (15)$$

ou, en appelant δa, δZ les valeurs absolues des erreurs :

$$\delta Z = \frac{Y \; |Z|}{Bf} \delta a. \qquad (16)$$

Une erreur dz_1 commise dans la mesure de z_1 entraîne une erreur dZ' et nous avons :

$$dZ' = \frac{Y}{f} dz_1 \qquad (17)$$

$$\delta Z' = \frac{Y}{f} \delta z_1 \qquad (18)$$

Enfin, remarquons que Z est connu lorsque a et z_1 sont connus. Z ne dépend pas de x_1. Donc, une *erreur commise dans la mesure de l'abscisse du cliché de gauche n'entraîne aucune erreur sur la dénivelée* Z.

Les formules (16) et (18) sont semblables aux formules (6) et (11). Nous pouvons donc répéter pour les dénivelées Z ce que nous avons dit pour les abscisses X.

L'erreur à craindre *sur la dénivelée* Z et provenant d'une erreur de mesure de la parallaxe linéaire est proportionnelle à *l'éloignement et à la*

dénivelée et *inversement proportionnelle à la longueur de la projection horizontale de la base.*

L'erreur à craindre *sur la dénivelée* Z et provenant d'une erreur de mesure de cote sur le cliché gauche est *proportionnelle à l'éloignement* et, *pour un éloignement donné, ne dépend ni de l'abscisse, ni de la dénivelée.*

Remarquons que nous avons une relation analogue à la formule (7), à savoir :

$$\frac{\delta Z}{\delta Y} = \frac{|z_1|}{f}. \tag{19}$$

Valeur des erreurs altimétriques. — Calculons l'ordre de grandeur de ces erreurs. Supposons Y maximum (Y = 7 500 m) et $|z_1|$ maximum ($|z_1|$ = = 6,5 mm). Nous avons :

$$\delta Z = 1{,}10 \text{ m} \times \frac{6{,}5}{20} = 0{,}35 \text{ m}. \tag{20}$$

Quant à $\delta Z'$, il est donné par la formule (18) dans laquelle nous faisons :

$$\begin{cases} Y = 7\,500 \text{ m} \\ f = 20 \text{ cm} \\ \delta z_1 = 10\ \mu \text{ [1]} \end{cases}$$

$$\delta Z' = \frac{7\,500 \times 100}{20} \times \frac{10 \text{ m}}{1\,000 \times 1\,000}$$

$$\delta Z' = 0{,}40 \text{ m}. \tag{21}$$

L'erreur moyenne résultante est donc :

$$(\delta Z) = \sqrt{\overline{\delta Z}^2 + \overline{\delta Z'}^2} = 0{,}50 \text{ m}.$$

Précision altimétrique comparée d'un levé au 1/10000e restitué au stéréocomparateur et d'un plan directeur au 1/10000e. — Il nous faut maintenant, comme dans le cas de la planimétrie, comparer les erreurs moyennes.

Les traités classiques de topographie donnent 5 m comme erreur

(1) Pour la mesure de z_1 comme pour la mesure de x_1, la valeur de l'erreur de mesure résulte de trois causes :

l'erreur de pointé monoculaire,
l'erreur de lecture,
l'imperfection de la vis.

Nous avons donc les mêmes conclusions relatives au mode de division de l'échelle graduée, à la précision du vernier et à la précision de la vis.

Les calculs précédents supposent toujours que le stéréocomparateur travaille sur des clichés corrects. Nous verrons par la suite les conditions à remplir pour obtenir de tels clichés. Remarquons une fois encore que, en pratique, les restitutions ne sont jamais faites à la portée limite de 7500 m, mais à une portée moitié moindre.

altimétrique maximum pour les levés réguliers au 1/10000e, c'est-à-dire 5/3 = 1,70 m comme erreur moyenne quadratique.

Examinons comme précédemment quelles sont les causes de cette erreur.

Les points géodésiques sont entachés d'une erreur probable de :

0,15 m pour les points du premier ordre;
0,30 m pour les points du second ordre;
1 m pour les points du troisième ordre;
c'est-à-dire que, pour les points du troisième ordre, l'erreur moyenne quadratique est de $1 \text{ m} \times \frac{3}{2} = 1{,}50$ m.

L'altitude d'un point géodésique du troisième ordre, situé vers le haut du levé, est donc entachée, par rapport à l'altitude d'un point de même ordre situé vers le bas du levé, d'une erreur quadratique moyenne égale à

$$1{,}50 \text{ m} \sqrt{2} = 2{,}10 \text{ m},$$

erreur déjà supérieure à l'erreur donnée par les cours.

Supposons, pour nous placer dans un cas très favorable, donc nettement à l'avantage du levé classique, que l'un de ces deux points est un point du Nivellement général de la France, donc pratiquement exact, puisque les erreurs probables sur les altitudes de ces points sont de :

1 mm par kilomètre pour le premier ordre;
1,5 mm par kilomètre pour le second ordre;
5 mm par kilomètre pour le troisième ordre;
8 mm par kilomètre pour le quatrième ordre.

L'erreur moyenne relative des deux points considérés ne sera donc que de 1,50 m.

Les erreurs de fermeture des cheminements d'ensemble et des cheminements de détail levés les uns au tachéomètre, les autres à la règle à éclimètre, par visées directe et inverse, donc avec grand soin, ne sont que de 0,40 m pour la longueur maximum des cheminements. Supposons ces erreurs de fermeture parfaitement réparties, afin de nous mettre encore dans un cas favorable.

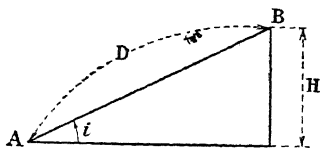
Les points de détail sont rattachés aux sommets du canevas par nivellement indirect à la règle à éclimètre.

Nous avons (fig. 111) :

$$H = D \sin i$$
$$d\,H = \sqrt{\sin^2 i\ (d\,D)^2 + D^2\ \cos^2 i\ (di)^2}$$

avec :

$$\begin{cases} di = 5' \\ dD = 1 \times m \left(\dfrac{D}{100 \text{ m}}\right)^2 \end{cases}$$

Fig. 111.

Donc, si

$$i = 0 \text{ et } D = 150 \text{ m},$$

$$d\,H = 150 \text{ m} \times \frac{5 \times 0,16}{1\,000} = 0,12 \text{ m},$$

et, si

$$i = 45^{\circ} \text{ avec } D = 150 \text{ m},$$

$$d\,H = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\overline{2,25}^2 + \frac{22\,500 \times 0,64}{1\,000 \times 1\,000}} - \frac{2,25\sqrt{2}}{2} = 1, \quad \text{m}.$$

Pour une pente intermédiaire, $i = 20^{\circ}$, nous aurions :

$$d\,H = 0,80 \text{ m}.$$

Pour une telle pente, l'erreur moyenne résultante serait :

$$\sqrt{\overline{1,50}^2 + \overline{0,80}^2} = 1,70 \text{ m}.$$

Nous retrouvons ainsi, pour des pentes de 20° ou de 35/100 environ, le chiffre donné par les cours de topographie (1).

Si donc nous considérons l'*erreur absolue* d'altimétrie (ou erreur par rapport aux points les plus proches de la base), le *levé restitué est nettement supérieur au plan directeur.*

Si, au contraire, nous examinons le levé partie par partie, c'est-à-dire si nous considérons l'erreur relative d'altitude d'un point par rapport aux points voisins, dans la limite de portée de rayonnement de la règle à éclimètre (150 m), le plan directeur paraît être :

équivalent au levé restitué pour les terrains dont la pente est de 15 à 20° (soit environ 30/100),

(1) Ceci est vrai pour les plans directeurs levés avant l'achèvement des travaux du Service du Nivellement général de la France. Pour les levés au 1/10 000e actuels, s'appuyant sur des points cotés remarquablement précis, il ne faut plus faire état dans le calcul de l'erreur altimétrique des erreurs d'altitude des points géodésiques.

supérieur pour les pentes plus petites que 15° à 20°,
inférieur pour les pentes plus grandes que 15° à 20°.

Il en résulte que *la méthode stéréophotogrammétrique est d'autant plus avantageuse que le terrain est plus accidenté.*

Il ne faudrait toutefois pas accepter cette conclusion sans plus ample discussion et croire que, pour les terrains moyennement ou peu accidentés, l'emploi du stéréocomparateur soit à rejeter.

En effet, dans le calcul de δZ, nous avons supposé que, pour Y maximum, z_1 était maximum, c'est-à-dire que nous nous sommes placé dans le cas particulier le plus défavorable. Ce cas correspond à un certain angle α bien déterminé. Si la pente est plus forte, le z_1 maximum est toujours le même, mais le maximum de Y est inférieur à 7 500 m. Si la pente est plus faible, le maximum de Y est 7 500 m, mais à cette valeur de Y correspond une valeur de z_1 inférieure à 6,5 cm.

Si h est la hauteur du centre optique de l'objectif, H la hauteur du point M situé à 7 500 m, nous avons (fig. 112) :

$$\frac{H - h}{7\,500} = \frac{z_1}{f}$$

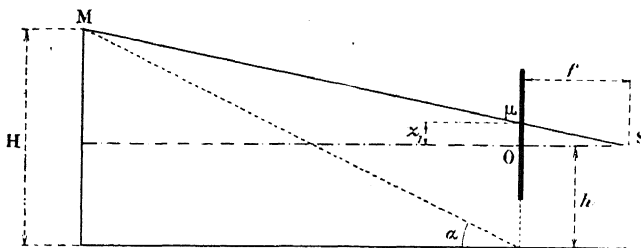



Fig. 112.

ou, en négligeant h devant H :

$$\frac{H}{7\,500} - \frac{}{f}.$$

Supposons le terrain très peu accidenté, par exemple :

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{5}{100}.$$

Il vient :

$$\frac{5}{100} = \frac{z_1}{f} = \frac{1}{20}$$

$z_1 = 1$ cm au lieu de 6,5 cm,

d'où :

$$dZ = \frac{0{,}35 \text{ m}}{6{,}5}$$
$$dZ = 5 \text{ cm.}$$

Si de plus nous supposons que l'opérateur est un très bon opérateur au lieu d'un opérateur moyen bien entraîné, la valeur de dY diminue, donc aussi celle de dZ. En outre, cette valeur diminue encore et très rapidement lorsque Y décroît. Il en résulte que l'erreur de dénivelée provenant de l'erreur de parallaxe linéaire est totalement négligeable.

Il ne reste donc plus à considérer que l'erreur $\delta Z'$, dont, la valeur à l'extrémité du levé est de 0,40 m. Or, si nous faisons $Y = 3\,000$ m, la valeur de $\delta Z'$ tombe à $\delta Z' = 0{,}20$ m.

Pour un tel terrain de pentes moyennes égales à 5/100, l'erreur relative de dénivelée d'un point de détail par rapport à un sommet du canevas situé à 150 m est de 0,16 m, c'est-à-dire du même ordre de grandeur. Il s'ensuit que, *même pour les pentes très faibles, les deux méthodes de levé paraissent être à peu près équivalentes.*

De ce qui précède il résulte que l'altitude d'un point coté isolé, comparée à l'altitude d'un point coté isolé voisin, est, dans tous les cas, aussi correcte dans la topographie classique que dans la topographie par restitution stéréophotogrammétrique, à condition que, dans cette dernière, on ne cherche pas à restituer des points situés jusqu'au maximum d'éloignement permis par les possibilités mécaniques de l'appareil.

Remarquons, d'ailleurs, à ce sujet, que si nous diminuons le maximum d'éloignement, nous augmentons en même temps le minimum [1]. Donc nous pouvons restituer des points plus rapprochés de la base. D'ailleurs, dans les terrains très peu accidentés, il n'y a pas intérêt à chercher à restituer très loin de la base, car les vallonnements parallèles à la base créent, par suite de la mollesse du modelé, des angles morts très importants qui échappent à l'objectif photographique.

En outre, il faut remarquer que les points cotés isolés sons rares (sommets, cols, etc.) et que, par suite, ils sont généralement éloignés les uns des autres. Il en résulte que la stéréophotogrammétrie reprend bien souvent l'avantage, même dans les terrains très peu accidentés.

(1) Pour l'éloignement maximum $Y_M = 7\,500$ m, nous avions, pour un observateur moyen $B = \frac{Y_M}{10} = 750$ m, d'où l'éloignement minimum $Y_m = 750 \times 4 = 3\,000$ m. Pour l'éloignement maximum $Y_M = 3\,000$ m nous avons :

$$B = \frac{Y_M}{10} = 300 \text{ m}$$
$$Y_m = 300 \times 4 = 1\,200 \text{ m.}$$

Enfin, il ne faut pas perdre de vue que l'altimétrie n'a pas uniquement pour but de déterminer l'altitude de points intéressants isolés, mais qu'elle doit surtout aboutir à la représentation du modelé du terrain, au tracé des courbes de niveau. Or, considérons la coupe du terrain selon une ligne de plus grande pente (fig. 113). Soit M le point de la courbe de niveau à l'altitude H.

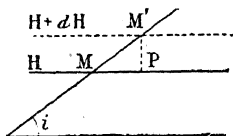



Fig. 113.

Si nous commettons une erreur de mesure dH sur la dénivelée, cela revient à représenter le point M' au lieu du point M. Il en résulte une erreur M P en planimétrie qui vient s'ajouter aux causes déjà considérées. Or, nous avons vu que, en ce qui concerne la planimétrie, les erreurs moyennes, mêmes relatives, étaient plus petites pour les levés restitués au stéréocomparateur que pour les levés classiques. Nous pouvons donc être plus tolérant pour les premiers que pour les seconds et accepter une erreur dH plus grande dans un cas que dans l'autre. Malgré cette latitude, l'erreur altimétrique relative moyenne est du même ordre dans les deux cas. Il s'en suit que les courbes de niveau sont plus correctement représentées dans un levé restitué que dans un plan directeur.

Conclusions sur la valeur comparée des deux méthodes de levés. — La discussion des erreurs probables donne, sans conteste, la supériorité à la méthode stéréophotogrammétrique. La méthode classique peut encore lutter dans les pays très peu accidentés, mais elle devient rapidement inférieure dès que les pentes deviennent plus raides et elle se montre bien vite très inférieure lorsque le terrain devient montagneux. Pratiquement même, en haute montagne, où il est possible de trouver quelques points de station permettant la prise de photographies, il est absolument impossible d'exécuter des cheminements et, encore bien plus, de filer des courbes de niveau. Dans de tels terrains, la méthode stéréophotogrammétrique non seulement s'impose, mais elle est la seule qui soit utilisable. Enfin, dans les régions plates, de parcours facile, il ne faut pas oublier qu'elle est utilisable, mais il est certain qu'elle perd de son intérêt, car il est facile et parfois moins coûteux d'avoir recours aux topographes. Toutefois, la restitution permet le levé avec une approximation du même ordre et c'est là, du point de vue militaire, une propriété précieuse, car cela permet d'établir le plan directeur d'une région occupée par l'ennemi.

II — ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DES ERREURS

Considérons le tableau vertical T, parallèle au plan vertical projetant la base et à la distance f de ce dernier. Nous avons (fig. 114) :

$$s_1 s_2 = B$$
$$s_1 o_1 = s_2 o_2 = f$$
$$\overline{o_1 m_1} = x_1$$
$$o_2 m_2 = x_2.$$

Menons $s_1 l$ parallèle à $s_2 m$. Il en résulte que :

$$\overline{l\ m_1} = \overline{o_1\ m_1} - \overline{o_1 l} = x_1 - x_2 = a$$
$$l\ m_2 = s_1 s_2 = n\ m = B.$$

Le triangle $s_1 n m$ donne :

$$\frac{B}{a} = \frac{s_1 q}{f}.$$

Si donc a est constant, $s_1 q$ est constant. Cela résulte d'ailleurs immédiatement de la formule déjà établie $Y = \frac{B f}{a}$ qui n'est autre que la formule ci-dessus.

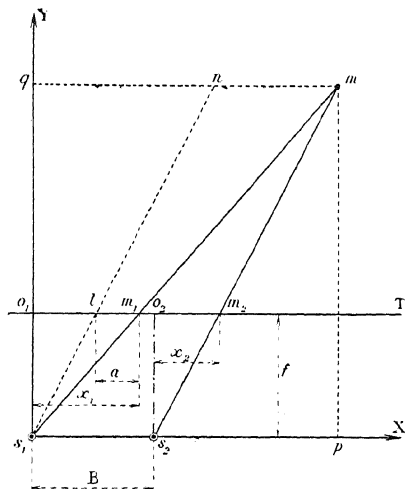



Fig. 114.

Donc, *tous les points de l'espace qui ont même parallaxe linéaire sont contenus dans un plan de front parallèle à la base.*

La connaissance de x_1 fixe la direction du rayon vecteur $s_1\, m$.

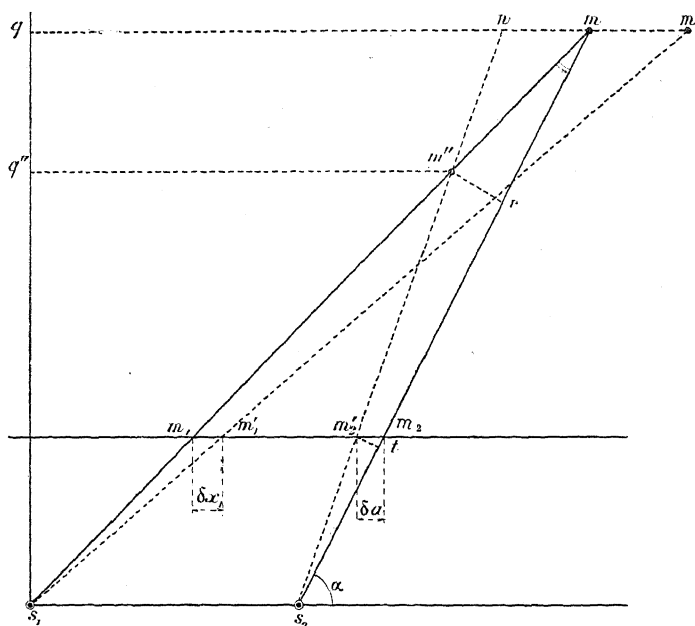
La connaissance de la parallaxe linéaire a fixe la position de la droite $q\, m$ parallèle à l'axe s_1 X et fixe, par suite, la longueur $s_1\, m$ du rayon vecteur.

Nous voyons donc le rôle très différent des paramètres x_1 et a et nous allons pouvoir en déduire immédiatement l'influence des erreurs commises dans la mesure de ces paramètres sur la position planimétrique du point m.

Une erreur $\delta\, x_1$ dans la mesure de x_1 entraîne une erreur d'orientation du rayon vecteur, mais n'influe pas sur l'éloignement. Le point m se déplace donc parallèlement à l'axe s_1 X et vient en m' (fig. 115).

Fig. 115.

Il s'ensuit que :

$$\delta\, Y' = 0$$
$$\delta\, X' = m\, m'$$

et nous voyons immédiatement que δ X' *varie proportionnellement à l'éloignement* et que :

$$\frac{\delta\, X'}{\delta\, x_1} = \frac{Y}{f}$$
$$\delta\, X' = \frac{Y}{f}\, \delta\, x_1,$$

c'est-à-dire que nous retrouvons la formule (10).

Si x_1 est mesuré correctement, mais si nous commettons une erreur δa sur la mesure de a, cela revient à commettre une erreur $m_2 m_2' = \delta x_2$ sur la mesure de x_2 ou une erreur $q q''$ dans la position du plan de front de parallaxe linéaire constante. Le point m vient par suite en m'', la position du rayon vecteur est correcte, mais sa longueur est erronée (fig. 115). Il s'ensuit que l'erreur $m\, m''$ a deux composantes δX et δY suivant les deux axes de coordonnées. Nous pouvons encore dire que le fait de commettre une erreur δa revient à faire une erreur sur l'angle $\widehat{s_1 m s_2}$, c'est-à-dire une erreur sur la projection horizontale de la parallaxe stéréoscopique.

La figure (115) nous montre immédiatement qu'il est nécessaire de mesurer a avec plus de précision que x_1. En effet, supposons que nous ayons :

$$m_2' m_2 = \delta a = m_1 m_1'.$$

Prolongeons $s_2 m''$ jusqu'en n. Nous avons :

$$n\, m = m\, m'.$$

Mais l'angle $\widehat{m'' n m}$ est obtus ou faiblement aigu puisque $s_1 q$ est grand par rapport à $s_1 s_2$. D'autre part, l'angle $\widehat{n m'' m}$ est aigu et, en général, très petit. Il s'ensuit que, dans le triangle $\widehat{m'' n m}$, le côté $m''\, m$ opposé à l'angle $\widehat{m'' n m}$ est plus grand que le côté $n\, m$ opposé à l'angle $\widehat{n m'' m}$. L'erreur $m'' m$ provenant d'une erreur de mesure da est donc plus grande que l'erreur $m\, m'$ provenant d'une erreur de mesure $dx_1 = da$.

Calculons maintenant $m''\, m$. Pour cela, abaissons $m''\, r$ et $m'\, t$ perpendiculaires sur le rayon vecteur $s_2\, m$. Posons :

$$s_1\, m = l$$
$$m\, m'' = \delta\, l.$$

Nous avons :

$$m''\, r = d\, l \sin m$$
$$m_2' t = \delta\, a \sin \alpha$$
$$\frac{m''\, r}{m_2'\, t} = \frac{Y - \delta Y}{f}$$

ou, en négligeant δY devant Y,

$$\frac{m''\, r}{m_2' t} = \frac{Y}{f} = \frac{\delta\, l \sin m}{\delta\, a \sin \alpha}.$$

Mais le triangle $s_1\, m\, s_2$ donne :

$$\frac{l}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin m},$$

donc :

$$\frac{Y}{f} = \frac{\delta l}{\delta a} \times \frac{B}{l}$$

$$\delta l = \frac{Y l}{B f} \delta a.$$

Nous en déduisons immédiatement les composantes δX et δY, puisque la figure 115 nous donne :

$$\frac{\delta l}{\delta Y} = \frac{l}{Y}$$

$$\delta Y = \frac{Y^2}{B f} \delta a$$

$$\frac{\delta l}{\delta X} = \frac{l}{|X|}$$

$$\delta X = \frac{|X| Y}{B f} \delta a.$$

Nous retrouvons donc ainsi les formules (6) déjà établies.

Examinons l'influence des erreurs de mesure sur l'altimétrie.

Supposons d'abord x_1 et z_1 correctement mesurés et une erreur δa commise sur a. Au lieu de déterminer le point exact M, sur la verticale de m, nous déterminons un point M″ sur la verticale de m'' (fig. 116).

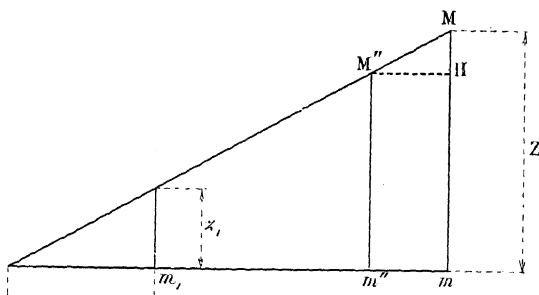



Fig. 116.

Nous avons M H $= \delta Z$. Les triangles semblables $s_1\, m$ M et M″ H M donnent :

$$\frac{\delta Z}{m'' m} = \frac{|Z|}{l}$$

$$\delta Z = \delta l \times \frac{|Z|}{l} = \frac{Y |Z|}{B f} \delta a.$$

Nous retrouvons ainsi la formule (16).

Si x_1 et a sont correctement mesurés, mais si z_1 est erroné de δz_1, la projection m du point déterminé est correcte, mais sa cote est fausse.

Nous avons mesuré $\overline{m_1 \mu'_1} = z_1 + dz_1$ au lieu de $\overline{m_1 \mu_1} = z_1$ et nous avons déterminé M′ de cote $(Z + d\,Z')$ au lieu de M de cote Z.

La figure 117 donne :

$$\frac{d\,Z}{d\,z_1} = \frac{s_1\,m}{s_1\,m_1} = \frac{Y}{f}$$

$$d\,Z' = \frac{Y}{f}\,d\,z_1$$

ou

$$\delta\,Z' = \frac{Y}{f}\,\delta\,z_1.$$

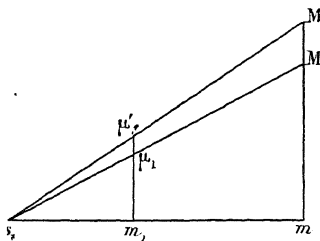



Fig. 117.

Nous retrouvons ainsi les formules (17) et (18).

Enfin, si nous supposons a et z_1 mesurés correctement, mais x_1 erroné, nous déterminons un point P situé sur la verticale du point m' (fig. 115) au lieu de déterminer un point M sur la verticale du point m. Ces deux points sont dans un même plan de front. Or, les deux rayons s_1 M et s_1 P percent le plan de front $m_1\,m'_1$ à la même cote z_1, donc ils percent le plan de front $m\,m'$ à la même cote Z.

Une erreur sur la mesure de x_1 seul n'a donc aucune influence sur la dénivelée. Nous retrouvons encore un résultat précédemment établi.

III — PRÉCISION A RÉALISER DANS LA MESURE DES BASES

Dans ce qui précède, nous avons étudié l'influence des erreurs des paramètres a, x_1, z_1 sur la détermination des coordonnées X, Y, Z du point M de l'espace à déterminer. Nous avons dans cette étude supposé la base B exactement connue.

Les formules

$$Y = \frac{B f}{a}$$

$$X = x_1 \frac{Y}{f}$$

$$Z = z_1 \frac{Y}{f}$$

montrent qu'une erreur de mesure de la base entraîne une erreur sur chacune des coordonnées.

Une erreur da, commise sur a seul, entraîne une erreur $d_1 Y$:

$$d_1 Y = - \frac{Y^2}{Bf} d\, a \quad \text{ou} \quad \delta_1 Y = \frac{Y^2}{Bf} \delta\, a.$$

Une erreur $d\, B$ commise sur B seul entraîne une erreur $d_2 Y$:

$$d_2 Y = \frac{f}{a} d\, B = \frac{Y}{B} d\, B \quad \text{ou} \quad \delta_2 Y = \frac{f}{a} \delta\, B = \frac{Y}{B} \delta\, B.$$

Il importe que cette erreur $\delta_2 Y$ ne soit pas supérieure à $\delta_1 Y$ si nous voulons profiter de toute la précision du stéréocomparateur. Remarquons d'ailleurs, à ce sujet, qu'une erreur de mesure de base n'est pas, en général, très gênante, car les points de contrôle permettent d'effectuer des corrections de base. Toutefois, il est des cas où les points de contrôle peuvent manquer, et il est, par suite, nécessaire de mesurer correctement la base. En outre, la connaissance très approchée de la longueur de la base réduit considérablement les tâtonnements nécessités par les corrections et fait par suite gagner beaucoup de temps.

Nous aurons donc, puisque $\delta_1 Y = 1{,}10$ m pour un observateur moyen :

$$\frac{Y}{B} \delta\, B = 1{,}10 \text{ m},$$

d'où :

$$\delta B \qquad \frac{1{,}10 \text{ m}}{7\,500 \text{ m}} \qquad \frac{1}{7\,000}$$

Or, l'appareil de mesure de base porté par le photothéodolite donne, d'après le constructeur, *une erreur moyenne de 1 cm à 70 m*, avec une stadia de 3 m. L'ensemble des instruments utilisés en stéréophotogrammétrie est donc remarquablement étudié et donne exactement pour chaque organe le degré de précision requis. *C'est un ensemble parfaitement homogène.*

La base est déduite de la mesure du déplacement $a\, b = m$ de la vis

micrométrique lorsque la lunette est pointée successivement sur les deux extrémités A et B de la mire de longueur M. Appelons (fig. 118) :

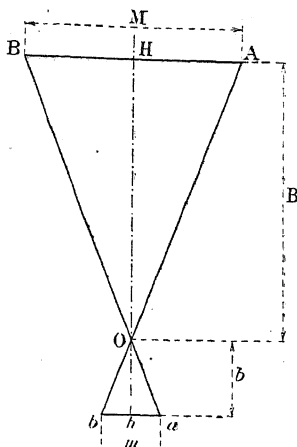



Fig. 118.

B la base O H;

b le bras de levier $o\,h$.

Examinons l'influence d'une erreur $\delta\, m$ de mesure de m sur la mesure de la base B. Nous avons :

(1) $$\frac{m}{M} = \frac{b}{B}$$

(2) $$d\,m = -\frac{b\,M}{B^2}\,d\,B$$

ou

$$\delta\,B = \frac{B^2}{b\,M}\,\delta\,m,$$

Or, la longueur de la mire M et la longueur b du bras de levier sont des constantes. Par conséquent, pour une même erreur de mesure $\delta\,m$ donnée par la vis micrométrique, l'*erreur absolue* δB *est proportionnelle au carré de la longueur de la base*. La formule (3) peut s'écrire :

$$\frac{\delta\,B}{B} = \frac{B}{b\,M}\,\delta\,m,$$

c'est-à-dire que l'*erreur relative* $\frac{\delta\,B}{B}$ *augmente proportionnellement à la longueur de la base.*

Il est donc indispensable de ne pas mesurer de bases plus grandes que 70 m.

Calculons maintenant l'ordre de grandeur des quantités m et δm et envisageons, pour cela, le cas extrême le plus défavorable où $B = 70$ m.

Le bras de levier b est d'environ 12, 5 cm. La vis micrométrique est pourvue d'un tambour gradué divisé en 100 parties, l'intervalle entre deux traits correspondant à une translation de la vis égale à $b/50\,000$. Le pas de la vis est donc :

$$\frac{100\,b}{50\,000} = \frac{125 \text{ mm}}{500} = \frac{25}{100} \text{ mm.}$$

L'intervalle entre deux traits du tambour correspond donc à une translation de :

$$\frac{0{,}25 \text{ mm}}{100} = 2{,}5\ \mu.$$

Le tambour tourne, en outre, devant un vernier au dixième, permettant ainsi des lectures à $0{,}25\ \mu = \frac{\mu}{4}$ près.

Appelons n le nombre de divisions dont il faut faire tourner le tambour pour passer du pointé sur une extrémité de la stadia au pointé sur l'autre extrémité, nous avons :

$$m = \frac{n\,b}{50\,000},$$

donc :

$$\frac{n\,b}{50\,000\ M} = \frac{\ }{B},$$

ou :

$$B = \frac{50\,000\ M}{n}. \tag{4}$$

La mire comporte trois stadias différentes, de 1 m, 2 m et 3 m de longueur, suivant la longueur de la base à mesurer.

Nous avons donc :

$$m = \frac{b\ M}{B} = \frac{0{,}12 \times 3}{70} = \frac{0{,}36}{70} \text{ m}$$

$$m = \frac{360}{70} = \frac{36}{7} \text{ mm} = 5{,}143 \text{ mm.}$$

D'autre part :

$$\delta m = \frac{b\,M}{B^2}\,\delta B$$

$$\delta m = \frac{0{,}12 \times 3}{\overline{70}^2} \times \frac{1}{100}\ \mathrm{m}$$

$$\delta m = \frac{120 \times 3 \times 1\,000}{49 \times 100 \times 100}\,\mu = \frac{36}{49}\,\mu$$

$$\delta m = \frac{3}{4}\,\mu = 0{,}75\,\mu.$$

L'erreur $\delta\, m$ résulte :

1° de l'erreur de pointé $\delta_1\, m$ à l'extrémité gauche de la stadia;
2° de l'erreur de pointé $\delta_2\, m$ à l'extrémité droite de la stadia;
3° de l'erreur $\delta_3\, m$ due à l'imperfection de la vis;
4° de l'erreur de lecture $\delta_4\, m$.

Nous savons que l'erreur moyenne de pointé de bissection (ce qui est le cas pour un pointé d'extrémité de stadia) est de 10″ à 20″ dans le champ apparent. Dans de bonnes conditions d'éclairement et pour un pointé exécuté avec très grand soin, il est possible d'atteindre 10″. L'erreur moyenne angulaire est donc, puisque 1″ vaut 1/200 000e :

$$\frac{10}{200\,000\ G}$$

G étant le grossissement.

Or, le grossissement est d'environ 15 × et le bras de levier est de 125 mm. L'erreur linéaire correspondante est par suite :

$$\delta_1\, m = \frac{10}{200\,000 \times 15} \times 125\ \mathrm{mm}$$

$$\delta_1\, m = 0{,}4\,\mu.$$

De même

$$\delta_2\, m = 0{,}4\,\mu.$$

La vis micrométrique employée est particulièrement soignée. Si, en outre, elle est préalablement étalonnée, il est possible d'admettre :

$$\delta_3\, m = \frac{1}{2}\,\mu.$$

Nous avons vu que l'erreur de lecture était de $\frac{1}{4}\,\mu$. Par suite :

$$\delta_4\, m = \frac{1}{4}\,\mu = 0{,}25\,\mu.$$

Nous avons donc finalement :

$$\delta m = \sqrt{\overline{0,4}^2 + \overline{0,4}^2 + \overline{0,5}^2 + \overline{0,25}^2} = 0,78\ \mu,$$

soit environ :

$$\delta m = \frac{3}{4}\ \mu.$$

Nous retrouvons donc bien la valeur de μ correspondant à la précision de 1 cm dans la mesure d'une base de 70 m de longueur (1).

Ce qui précède montre que cette précision ne peut être obtenue qu'au prix de pointés extrêmement soignés : *la mesure de la base stéréophotogrammétrique est donc une opération très délicate.* Elle peut être avantageusement remplacée, lorsque le terrain le permet, par une mesure à l'aide d'un fil invar portatif, comme le fil Danger, par exemple.

La mesure à la vis micrométrique ne permet pas de dépasser des portées de 60 à 70 m. Lorsque la base est plus grande il faut alors la décomposer, lorsque cela est possible, en tronçons de longueurs inférieures à 70 m et mesurer chacun de ces tronçons.

Les mesures à la vis ont l'avantage de donner directement la longueur de la base réduite à l'horizon. Pour obtenir toute la précision requise, il est indispensable de déterminer plusieurs fois la longueur m et d'en prendre la moyenne. En pratique, l'opérateur effectue six déterminations.

Le mesure tronçon par tronçon gagne également en rapidité et en précision à être exécutée au fil invar, lorsque faire se peut. Elle est longue et pénible et ne s'emploie guère, en pratique, que pour la mesure des bases employées en triangulation complémentaire.

Pour les bases stéréophotogrammétriques plus grandes que 70 m, il est fait appel au procédé de la base auxiliaire (fig. 119).

Pour mesurer une telle base B, l'opérateur choisit un point S'_1 tel que :

1° $S_1\, S'_1$ soit approximativement normal à $S_1\, S_2$;

2° $S_1\, S'_1$ soit égal environ au 1/10 de $S_1\, S_2$.

Le photothéodolite étant en station en S_1, l'opérateur mesure la distance $S_1\, S'_1 = B'$ à l'aide de la vis micrométrique. Il remplace, sur le pied en station en S'_1, la stadia par un cône-mire. Il place alors un pied à translation

(1) L'erreur $\delta m = \frac{3}{4}\mu$ peut paraître extrêmement faible et impossible à ne pas dépasser. Remarquons qu'il s'agit là d'une erreur moyenne, c'est-à-dire que les mesures peuvent avoir une dispersion égale à $6 \times \frac{3}{4} = 4{,}5\ \mu$. Pratiquement l'auteur a constaté qu'une série de pointés sur 10 traits d'un collimateur donnaient pour chaque pointé des nombres compris dans deux intervalles du tambour, soit $5\ \mu$, ce qui justifie les hypothèses faites au cours de ces calculs. Remarquons, enfin, que si nous n'opérons pas à la limite d'emploi de 7 500 m, nous n'avons pas besoin de mesurer la base avec une aussi grande approximation et que, en outre, les points de contrôle permettent de corriger les erreurs de mesure.

en S_2 avec un cône-mire axé sur la verticale de S_2. Il pointe ensuite le cône S_1 puis le cône S_2 et lit sur le cercle horizontal du phothéodolite l'angle $\widehat{S'_1 S_1 S_2}$. Il enlève alors le photothéodolite de son pied, le remplace par un cône-mire et l'installe en S_2, à la place du cône-mire. L'axe de rotation est alors, par construction, rigoureusement confondu avec l'axe du cône-mire qui était en S_2, de sorte que le plan vertical de visée de S_1 vers S_2 est confondu avec le plan vertical de visée de S_2 sur S_1. Il ne reste plus qu'à pointer sur S_1 et sur S'_1 pour déterminer l'angle $\widehat{S'_1 S_2 S_1}$.

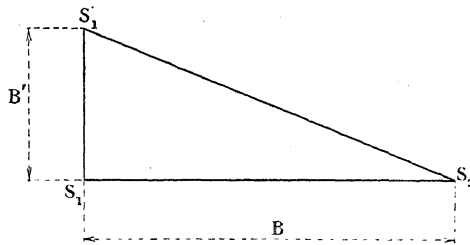



Fig. 119.

Celui-ci étant très petit, il n'est pas mesuré sur le cercle horizontal, mais déduit des lectures à la vis micrométrique, lectures qui donnent sa tangente.

Le triangle $S_1 S'_1 S_2$, dans lequel un côté et deux angles sont mesurés, est connu et peut être résolu par les formules :

$$(5) \qquad \frac{B}{\sin S'_1} = \frac{B'}{\sin S_2}$$

$$S'_1 = 180^0 - (S$$

Donc :

$$B = \frac{B' \sin S'_1}{\sin S_2}$$

Les erreurs dB', dS'_1 et dS_2 commises dans les mesures précédentes entraînent dans la détermination de B une erreur moyenne dB telle que :

$$(d\,B)^2 = \frac{\sin^2 S'_1}{\sin^2 S_2}(d\,B')^2 + \frac{B'^2 \cos^2 S'_1}{\sin^2 S_2}(d\,S'_1)^2 + \frac{B'^2 \sin^2 S'_1}{\sin^4 S_2}\cos^2 S_2\,(d\,S_2)^2$$

ou :

$$(d\,B)^2 = \left(\frac{B}{B'}\right)^2 (d\,B')^2 + \frac{B^2}{tg^2 S'_1}(d\,S'_1)^2 + \frac{B^2}{tg^2 S_2}(d\,S_2)^2$$

$$\left(\frac{d\,B}{B}\right)^2 = \left(\frac{d\,B'}{B'}\right)^2 + \frac{(d\,S'_1)^2}{tg^2 S'_1} + \frac{(d\,S_2)}{tg^2 S_2}$$

et comme

$$S_1 = 90^\circ \text{ environ}$$

$$\operatorname{tg} S_2 = \frac{1}{10} \text{ environ,}$$

il en résulte que :

$$\operatorname{tg} S_1' = 10 \text{ environ.}$$

Par suite :

$$\left(\frac{d\,B}{B}\right)^2 = \left(\frac{d\,B'}{B'}\right)^2 + \frac{(d\,S_1')}{100} + 100\,(d\,S_2)^2.$$

L'erreur commise dans la mesure S_1' est du même ordre que celle commise dans la mesure de S_1, puisque l'erreur sur S_2 est très petite. Or, le cercle horizontal donne les angles avec une erreur moyenne de 10''. Nous avons donc :

$$\frac{d\,S_1'}{10} = \frac{10}{10 \times 600\,000} = \frac{1}{600\,000},$$

ce qui est négligeable devant :

$$\frac{d\,B'}{B'} - \frac{1}{7\,000}.$$

D'autre part, nous avons :

$$d\,S_2 = \frac{3/4\ \mu}{125\,000\ \mu} \qquad 500\,000$$

$$10\,d\,S_2 = \frac{\text{[illegible]}}{50\,000}$$

Il vient donc :

$$\left(\frac{d\,B}{B}\right)^2 = \left(\frac{1}{7\,000}\right) + \left(\frac{}{50\,000}\right)$$

$$\left(\frac{1}{7\,000}\right)^2 + \left(\frac{3/7}{7\,000}\right)^2 = \frac{1,2}{7\,000}.$$

Nous perdons donc très peu de précision relative en opérant de cette manière, ce qui nous permet d'atteindre des bases maxima de 700 m.

IV — ERREURS INSTRUMENTALES ET OPÉRATOIRES DU PHOTOTHÉODOLITE

Nous avons jusqu'ici supposé que les clichés pris avec le photothéodolite étaient parfaits. Examinons maintenant les défauts qu'ils peuvent présenter et déterminons les tolérances instrumentales et opératoires.

Erreur de verticalité des clichés (inclinaison). — Considérons un tableau O X Z vertical et un tableau X O Z′ faisant un angle ε avec le premier. Soit S le centre optique de l'objectif et M un point du terrain. Celui-ci a comme images le point m (x, o, z) et le point m' (x', y', z'). Calculons l'erreur d'abscisse ($x - x'$) provenant de l'erreur de verticalité ε. L'équation de la droite S_m est (fig. 120) :

$$\frac{X - x}{-x} = \frac{Y}{+f} = \frac{Z - z}{-z}.$$

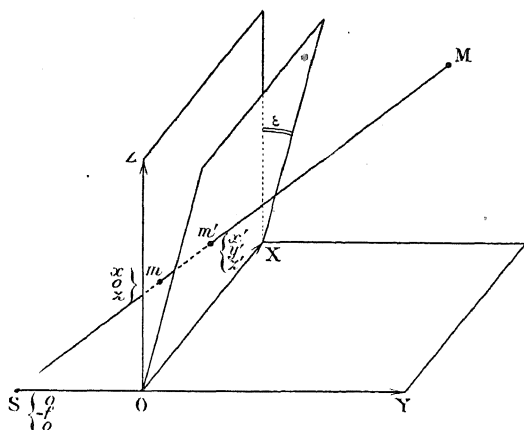



Fig. 120.

L'équation du tableau Z′ O X est :

$$Y = Z\,\varepsilon.$$

Les coordonnées x', y', z' du point m' sont donc données par le système :

$$\frac{x' - x}{x} = \frac{y'}{-f} = \frac{z' - z}{z}$$

$$y' = z'\,\varepsilon,$$

d'où :

$$\frac{x' - x}{x} = \frac{z'\,\varepsilon}{-f} \qquad z \qquad \frac{z\,\varepsilon}{-f - z\,\varepsilon}$$

$$x - x' = \frac{x\,z\,\varepsilon}{f + z\,\varepsilon} - \frac{x\,z\,\varepsilon}{f\left(1 + \frac{z}{f}\varepsilon\right)}$$

Donc, si nous nous limitons aux termes du premier ordre :

$$x - x' = \frac{x\,z\,\varepsilon}{f}\left(1 - \frac{z}{f}\varepsilon\right.$$

$$x - x' = \frac{x\,z\,\varepsilon}{f}.$$

Nous obtenons ainsi l'erreur de parallaxe linéaire due à l'erreur de verticalité d'un des deux clichés. Si δa est l'erreur admissible, nous avons :

$$| x - x' | = \frac{\delta a}{\sqrt{2}},$$

d'où :

$$\frac{\delta a}{\sqrt{2}} = \frac{x z \varepsilon}{f}$$

$$\varepsilon = \frac{f \delta a}{x z \sqrt{2}}.$$

Or, nous avons vu que :

$$\delta a = 3 \mu$$

D'autre part, pour le point le plus défavorisé :

$$x = 90 \text{ mm}$$
$$z = 65 \text{ mm}.$$

Donc :

$$\varepsilon = \frac{200 \times 3}{1\,000 \times 90 \times 65 \times \sqrt{2}}$$
$$\varepsilon = 14'', 5.$$

Si même nous utilisons le décentrement maximum de l'objectif, nous aurons :

$$\varepsilon = \frac{200 \times 3}{1\,000 \times 90 \times 95 \times \sqrt{2}}$$
$$\varepsilon = 10'' \quad (1).$$

Cette erreur est due à une rotation du cliché autour de l'axe O X, c'est l'*erreur d'inclinaison*. Elle n'est négligeable que si ε est très petit (inférieur à 10″) ; elle entraîne donc la nécessité de munir la chambre photographique d'un niveau très sensible : elle justifie la sensibilité de 5″ adoptée pour ce niveau.

(1) Cette condition est évidemment très dure à réaliser. Si nous supposons, en effet, que le plan d'appui du cliché est parfaitement vertical, le cliché fera avec ce plan un angle de 10″ si l'un des grands côtés est parfaitement propre et si l'autre grand côté est recouvert d'une couche de poussières de 6 à 7 μ de diamètre. Or les grains de fécule de pomme de terre utilisés pour la fabrication des plaques à filtres colorés ont un diamètre de 10 à 12 μ. Il faudra donc des surfaces parfaitement nettoyées et des ressorts suffisamment puissants pour assurer un excellent appui des clichés. Notons toutefois que si l'un des côtés est recouvert de poussières invisibles, il y a des chances pour qu'il en soit de même de l'autre côté et que, par suite, ces poussières pourront ne pas être très gênantes. D'ailleurs, il faut tenir compte encore du fait que nos calculs sont faits dans l'hypothèse de la restitution à la portée limite de 7 500 m et du fait que, pour une base donnée, l'erreur de restitution varie comme le carré de la distance.

Cette inclinaison ε n'entraîne pas seulement une erreur de parallaxe linéaire. Elle entraîne aussi une erreur d'abscisse de cliché de gauche, donnée par la formule :

$$\delta x = \frac{x z \varepsilon}{f}.$$

Pour le point le plus défavorisé, cette erreur sera :

$$\delta x = \frac{3}{\sqrt{2}} \mu$$

$$\delta x = 2 \mu.$$

Or, nous savons que l'erreur moyenne tolérable dans la mesure de l'abscisse x_1 est :

$$d x_1 = 10 \mu.$$

L'erreur d'abscisse de cliché de gauche, due à l'inclinaisons de ce cliché, est donc inférieure à l'erreur admissible lorsque $\varepsilon \leqslant 10''$.

L'inclinaison entraîne enfin une erreur de cote de cliché de gauche, donnée par la formule :

$$\delta z = z' - z = \frac{z^2 \varepsilon}{f}.$$

Pour le point le plus défavorisé, lorsque le décentrement est maximum, nous avons :

$$z = 95 \text{ mm}$$

$$10$$

$$200\,000$$

d'où :

$$\delta z = \frac{\overline{95}^2 \times 10}{200\,000 \times 200} \text{ mm}$$

$$\delta z = 4,5 \mu.$$

Or, comme l'erreur moyenne tolérable est :

$$\delta z_1 = 10 \mu.$$

l'erreur de cote de cliché de gauche due à l'erreur d'inclinaison ε est inférieure à l'erreur admissible.

L'erreur d'inclinaison que nous venons de considérer a une partie *systématique :* la non verticalité du plan d'appui des clichés lorsque les bulles des niveaux sont entre leurs repères, due à l'imperfection du parallélisme de ce plan et de l'axe de rotation, et une partie *accidentelle :* la rotation du

cliché autour d'un axe parallèle à l'axe des X, par suite de la présence de poussières sur les côtés horizontaux du cadre d'appui, d'un mauvais calage du niveau parallèle à l'axe des Y, des jeux variables de l'axe, etc. Les erreurs δa, δx_1 et δz_1 qui en résultent varient avec les points considérés sur les clichés. Elles ne sont donc pas éliminables en utilisant des points de contrôle. Elles nécessitent par suite une construction très soignée et de grandes précautions opératoires. Le plan d'appui des clichés doit être parallèle à l'axe vertical de rotation du photothéodolite, avec une tolérance inférieure à 10″, et le jeu de l'axe dans son manchon doit également être inférieur à cette limite. En outre, le niveau parallèle à l'axe des Y doit permettre d'assurer un calage vertical de l'axe dans le plan Z Y à moins de 10″ près : c'est pourquoi sa caractéristique est de 5″. Enfin, aucune poussière ne peut être tolérée sur le cadre d'appui. Toutes ces conditions sont très sévères : ce sont les conditions limites à réaliser pour pouvoir restituer à 7 500 m. Les conditions instrumentales peuvent être satisfaites par réglage en usine, mais il serait difficile d'affirmer qu'un réglage aussi précis se conserve au cours d'une campagne entière. Pratiquement, ces conditions limites, auxquelles l'homogénéité remarquable des divers organes de l'appareil permet de satisfaire, n'ont pas à être atteintes, la portée maximum de travail normal étant de l'ordre de 3 000 m.

Erreur d'horizontalité du grand axe des clichés (dévers). — Supposons que le plan de chaque cliché soit parfaitement vertical, mais que la ligne des repères soit inclinée sur l'horizon d'un angle ε, par suite d'un mauvais réglage des repères ou d'un mauvais calage de la chambre. L'axe vertical auquel nous rapporterons nos mesures aura une erreur angulaire de position ε. Un point M du terrain a comme image le point μ. Les axes de plaque sont $\omega x'$ et $\omega z'$ et le stéréocomparateur va nous donner les longueurs (fig. 121) :

$$x' = \overline{\omega m'}$$
$$z' = \overline{m' \mu}$$

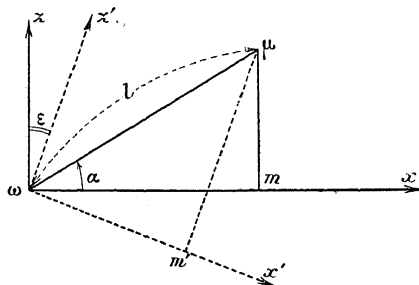



Fig. 121

au lieu des longueurs :

$$x = \omega m$$
$$z = m \mu.$$

Calculons l'erreur $(x - x')$ résultant de l'erreur ε de position de l'horizontale principale. Nous avons :

$$x = l \cos \alpha$$
$$x' = l \cos (\alpha + \varepsilon) = l \ (\cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon),$$

d'où :

$$x - x' = l \varepsilon \sin \alpha = z \varepsilon.$$

Si δa est l'erreur de parallaxe linéaire tolérable, nous avons :

$$x - x' = \frac{\delta a}{\sqrt{2}},$$

d'où :

$$\frac{\delta a}{\sqrt{2}} = l \varepsilon \sin \alpha = z \varepsilon$$
$$\varepsilon = \frac{\delta a}{z\sqrt{2}}.$$

Si nous faisons $\delta a = 3 \mu$ et que nous considérions les points les plus défavorisés, c'est-à-dire $z = 65$ mm, nous avons :

$$\varepsilon = \frac{3}{1\,000 \times 65 \times \sqrt{2}}$$
$$\varepsilon = 6'',5.$$

Si nous utilisons le décentrement maximum de l'objectif, nous aurons

$$\varepsilon = 4'',5.$$

Cette erreur est due à une rotation du cliché autour de l'axe $\overset{\circ}{O}$ Y, c'est l'*erreur de dévers*. Elle nécessite que la chambre photographique soit munie d'un second niveau, à angle droit avec le précédent et ayant une sensibilité de 4″,5 environ. Ceci explique pourquoi les deux niveaux, choisis semblables pour simplifier, ont une caractéristique de 5″. Nous constatons, une fois de plus, que tous les organes du stéréoautographe ont exactement les caractéristiques imposées par la précision de la carte et qu'ils constituent un ensemble parfaitement homogène.

L'erreur de dévers entraîne non seulement une erreur de parallaxe

linéaire, mais aussi une erreur d'abscisse et de cote de cliché de gauche. Ces erreurs ont pour valeur :

$$\delta x = l\,\varepsilon \sin\alpha = z\,\varepsilon$$

et :

$$\delta z = l\,\varepsilon \cos\alpha = x\,\varepsilon.$$

La valeur maximum de δx est :

$$\delta x = \frac{3}{\sqrt{2}}\,\mu$$

$$\delta x = 2\,\mu$$

lorsque le décentrement est maximum.

La valeur maximum de δz est :

$$\delta z = 90 \times \frac{4,5}{200\,000}\ \text{mm}$$

$$\delta z = 2\,\mu.$$

Ces deux erreurs maxima sont donc inférieures aux erreurs admissibles.

L'erreur de dévers, comme l'erreur d'inclinaison, comporte une partie *systématique* due à la construction du photothéodolite (mauvais réglage des index verticaux, etc.) et une partie *accidentelle* (mauvais calage de l'axe dans le plan vertical Z X, jeu variable de l'axe vertical, etc.). Les erreurs da, dx et dz qui résultent de l'erreur de dévers varient suivant le point considéré sur les clichés. Elles ne sont donc pas éliminables à l'aide des points de contrôle. Toutefois, considérons la partie dx qui a le caractère systématique. Nous avons sur le cliché gauche :

$$dx_1 = z_1\,\varepsilon$$

et sur le cliché droit :

$$dx_2 = z_2\,\varepsilon,$$

d'où une erreur da de parallaxe linéaire :

$$da = (z_1 - z_2)\,\varepsilon.$$

Or, les bases étant peu inclinées sur l'horizon, z_1 est très voisin de z_2, donc cette erreur da est du second ordre. Ce n'est, par suite, pas elle qui fixera la tolérance du réglage des index sur une même verticale. Nous obtiendrons cette tolérance en écrivant :

$$dx_1 \leqslant 10\,\mu,$$

d'où :

$$\varepsilon = \frac{\delta x_1}{z_1} < \frac{10\,\mu}{z_1}$$

et, à la limite :

$$\varepsilon = \frac{10}{95\,000} \qquad 9\,500'$$

ce qui donne une tolérance de déplacement relatif des deux index par rapport à la verticale :

$$\delta l = \frac{1}{9\,500} \times 130 \text{ mm}$$
$$\delta l = 14\ \mu.$$

Si nous opérons sans décentrement, nous aurons :

$$\delta l = 20\ \mu.$$

Il faut donc un excellent réglage des index en usine et, si l'appareil était appelé à servir à sa limite d'emploi, il serait avantageux que ces index fussent munis d'organes de réglage, ce qui n'a pas lieu dans le photothéodolite.

Erreur de coïncidence du plan des clichés et du plan vertical projetant la base. — Supposons que l'un des clichés soit parfaitement vertical, mais incliné d'un angle ε sur le plan vertical projetant la base, par suite d'une erreur de pointé sur l'extrémité de la base opposée au point de station. Soit ω' le centre du cliché (intersection des deux axes du cliché).

Un point M du terrain forme une image projetée en m', alors qu'elle aurait dû être projetée en m.

Il en résulte une erreur :

$$(\omega' m' - \omega m) = \delta x.$$

Nous avons (fig. 122) :

$$\omega' m' = f \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon)$$
$$\omega m = f \operatorname{tg} \alpha,$$

Fig. 122

d'où :

$$\delta x = f \frac{\operatorname{tg} \alpha + \varepsilon}{1 - \varepsilon \operatorname{tg} \alpha} - f \operatorname{tg} \alpha$$

$$\delta x = f (\operatorname{tg} \alpha + \varepsilon) (1 + \varepsilon \operatorname{tg} \alpha) - f \operatorname{tg} \alpha$$

$$\delta x = f \varepsilon (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = \frac{f \varepsilon}{\cos^2 \alpha}.$$

Pour le point le plus défavorable, nous avons :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{20}.$$

Donc $\operatorname{tg}^2 \alpha$ est négligeable devant l'unité et par suite :

$$\delta x = f \varepsilon.$$

Cette erreur de coïncidence entraîne, en outre, une erreur de cote de cliché gauche. Calculons cette erreur δz :

Nous avons (fig. 123) :

$$\overline{o\, m} = x$$

$$o\, m' = x'$$

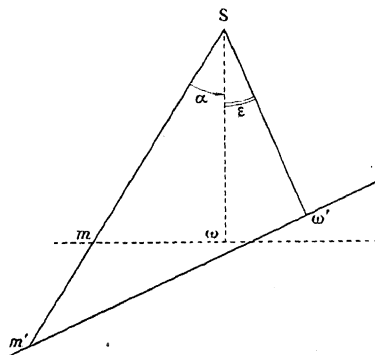
$$\overline{m\, \mu} = z$$

$$\overline{m\, \mu'} = z'.$$

Fig. 123.

Posons $Sm = l$ et menons l'arc de circonférence $m'\, p$ de centre O et de rayon Om'. Il vient (fig. 124) :

$$m'\, p = x\, \varepsilon$$

$$m'\, p = m\, m' \cos \alpha = \delta\, l \cos \alpha,$$

d'où :

$$\delta\, l = \frac{x\, \varepsilon}{\cos \alpha}$$

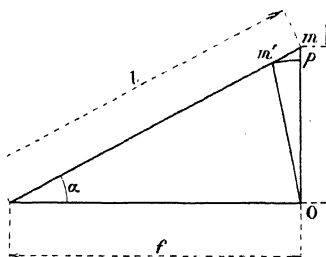



Fig. 124.

D'autre part :

$$\frac{sm}{s\,m'}$$

d'où :

$$\delta\, l$$

Donc :

$$\frac{x\, \varepsilon}{l \cos \alpha} - \frac{x\, \varepsilon}{f}$$

Nous avons donc finalement :

$$\delta\, x = f\, \varepsilon$$
$$\delta\, z = \frac{x\, z\, \varepsilon}{f}$$
$$\delta\, a = f\, \varepsilon_1 \pm f\, \varepsilon_2 = f\, (\varepsilon_1 \pm \varepsilon_2).$$

L'erreur de coïncidence du plan des clichés et du plan vertical projetant la base a des causes *systématiques* instrumentales (l'axe optique de la lunette ne passe pas par l'axe vertical du photothéodolite, l'axe optique passe par l'axe vertical de rotation, mais décrit un plan non parallèle au plan d'appui des clichés, l'axe du photothéodolite et l'axe du cône-mire ne sont pas confondus après substitution de l'un à l'autre de ces appareils, etc.) et des causes *accidentelles* opératoires (les axes sont mal calés et ont un jeu variable, les pointés ne sont pas parfaits, etc.). Pour ce qui concerne les quantités *dx* et *da*, les erreurs, qu'elles soient dues à des causes systématiques ou accidentelles, sont constantes pour une même

paire de clichés : elles peuvent donc être éliminées par l'emploi de points de contrôle. En effet, nous avons :

$$\left\{\begin{array}{l} Y = \dfrac{Bf}{a} \\ X = x_1 \dfrac{Y}{f}, \end{array}\right.$$

formules qui nous permettent de calculer a et x_1 lorsque X, Y, B et f sont connus. D'autre part, le stéréocomparateur nous fournit les valeurs :

$$(x_1 + dx_1) \quad \text{et} \quad (a + da).$$

Nous pouvons donc cacluler δx_1 et δa et corriger les lectures du stéréocomparateur pour tous les points autres que les points de contrôle.

La quantité δz, par contre, varie suivant les points considérés. Elle n'est donc pas éliminable par l'emploi de points de contrôle. Or, nous voulons :

$$\delta z \leqslant 10\,\mu,$$

ce qui nous donne, pour le cas limite :

$$\varepsilon = \frac{200 \times 10}{1\,000 \times 90 \times 95}$$
$$\varepsilon = 45'',$$

condition facile à réaliser.

Mais, les points de contrôle devant servir à éliminer un assez grand nombre d'erreurs systématiques, il est bon de pouvoir, autant que possible, se dispenser de leur emploi. Considérons les erreurs purement instrumentales : ce sont des constantes que nous pouvons déterminer une fois pour toutes, pour toute une série de clichés. Par contre, pour chaque paire de clichés, nous aurons toujours une erreur accidentelle de parallaxe linéaire due à l'imperfection du pointé sur l'extrémité de la base. Cette erreur, entraînant pour tous les points une erreur de parallaxe linéaire constante, a, à ce point de vue, un caractère systématique. Sa valeur est :

$$\delta a = \sqrt{2}\,\delta x = f\,\varepsilon\sqrt{2}.$$

Pour qu'elle soit négligeable, il faudra avoir à la limite :

$$\delta a = 3\,\mu,$$

c'est-à-dire :

$$\varepsilon = \frac{3}{1\,000 \times 200 \times \sqrt{2}}$$
$$2''$$

Il faut donc, pour assurer une coïncidence suffisante du plan du cliché et du plan vertical projetant la base, que la visée effectuée d'une extrémité de la base sur l'autre extrémité ne soit entachée que d'une erreur moyenne de 2″. Or, nous savons que l'erreur moyenne de pointé par bissection, dans des conditions favorables, est de $\frac{10''}{G}$ à $\frac{20''}{G}$. Comme nous opérons aux deux extrémités d'une base, il peut se faire que l'éclairage du cône-mire soit satisfaisant pour une extrémité et médiocre pour l'autre. Il est donc prudent de ne tabler que sur une précision de pointé de l'ordre de $\frac{30''}{G}$, ce qui donne :

$$\frac{30''}{G} = 2'' \quad \text{d'où} \quad G = 15 \times$$

C'est précisément le grossissement de la lunette du photothéodolite et nous constatons, à nouveau, que l'appareil constitue un tout très homogène dans toutes ses parties.

Il nous faut encore, comme précaution opératoire, assurer l'invariabilité des axes verticaux du cône-mire et du photothéodolite lors de leur substitution. Pour la base limite de 70 m, l'écart tolérable sera tel que :

$$\frac{\delta x}{70} = \frac{2}{200\,000}$$
$$\delta x = 0{,}7 \text{ mm.}$$

Il faudra donc assurer le centrage du fil à plomb du trépied au-dessus de son repère avec un soin extrême.

Dans le raisonnement qui précède, nous avons supposé que l'instrument était parfait afin de bien mettre en évidence l'importance de chaque erreur, prise individuellement, les autres erreurs étant supposées nulles. Nous arrivons encore à des conditions opératoires très sévères, mais nous nous sommes, comme toujours, placé dans l'hypothèse de la restitution limite et nous avons calculé l'ordre de grandeur des erreurs tolérables. Nous en concluons qu'au *point de vue théorique*, les appareils utilisés sont homogènes, car leurs divers organes sont étudiés de façon à permettre chacun, *théoriquement*, l'obtention des précisions nécessaires.

Dans l'hypothèse où nous venons de nous placer, l'erreur δa est tolérable. En est-il de même pour δx et δz? Nous avons :

$$\delta x = f \varepsilon$$
$$\delta z = \frac{x z \varepsilon}{f}.$$

Les valeurs maxima de ces erreurs sont :

$$\delta x = \frac{3\,\mu}{\sqrt{2}} = 2\,\mu$$

$$\delta z = \frac{90 \times 95 \times 2}{200000 \times 200} = 0,5\,\mu$$

Elles sont donc très inférieures aux limites admissibles.

Erreur de parallélisme du plan d'appui du cliché et du plan vertical décrit par l'axe optique de la lunette. — Cette erreur est une erreur systématique dont nous venons d'étudier l'effet. Elle entraîne des erreurs δx et δa constantes pour tous les points d'une paire de clichés donnée. Elle peut donc, pour ce qui concerne δx et δa, être éliminée par l'emploi de points de contrôle. Pour ce qui concerne δz, il faut que l'erreur ε de parallélisme soit telle que :

$$\varepsilon \leqslant 45''.$$

La conclusion relative à δx et δa n'est, d'ailleurs, vraie que dans certaines limites. Le fait que les clichés sont systématiquement inclinés d'un même angle ε sur le plan vertical projetant la base fait que, à partir d'une certaine valeur de ε, nous ne devons plus appliquer les formules du cas normal, mais celles du cas des clichés également inclinés sur la base (fig. 125)

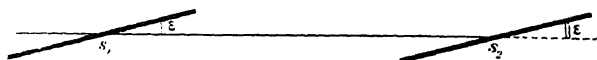



Fig. 125.

Dans le premier cas, nous avons :

$$Y_1 = \frac{B f}{a}$$

et dans le second cas :

$$Y_2 = \frac{B}{a}(f \cos \varepsilon - x_2 \sin \varepsilon),$$

d'où une erreur δY sur Y :

$$\delta Y = \frac{B f}{a} \times \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{B\,x_2}{a}\,\varepsilon,$$

ou, en nous limitant aux termes du premier ordre :

$$\delta Y = \frac{B\,x_2}{a}\,\varepsilon,$$

d'où, en prenant x_2 maximum ($x_2 = 9$ cm) et en considérant le cas défavorable pour le calcul de δ Y :

$$B = 750 \text{ m}$$
$$a = 2 \text{ cm}$$
$$\delta Y = 1{,}10 \text{ m.}$$

Nous avons :

$$\varepsilon = \frac{1{,}10 \times 2}{750 \times 9}$$
$$\varepsilon = 1' \, 10'',$$

condition satisfaite si la précédente : $\varepsilon \leqslant 45''$ est satisfaite. Nous voyons donc qu'il faut une excellente construction du photothéodolite.

Erreur de perpendicularité du cliché et de la droite joignant le point nodal arrière au centre du cliché. — Soit PP le grand axe du cliché, S le point nodal arrière et Sω la perpendiculaire menée par S sur le plan du cliché. Supposons que le plan du cadre d'appui coïncide parfaitement avec le plan vertical projetant la base. Si les index verticaux ne sont pas exactement sur la verticale principale, le point ω se trouve décalé horizontalement et vient en ω', la droite Sω' faisant un angle ε avec la droite Sω. Les abscisses que nous mesurons sont rapportées au point ω' au lieu d'être rapportées au point ω. Il en résulte donc, dans la mesure de l'abscisse de cliché gauche, une erreur (fig. 126) :

$$\delta x_1 = \omega \, \omega'.$$

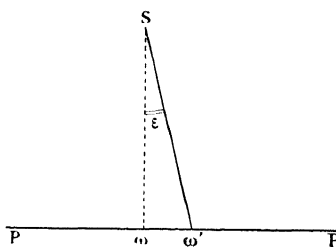



Fig. 126.

Il en est de même pour l'abscisse de cliché droit, de sorte que la parallaxe linéaire est correcte puisqu'elle est égale à :

$$(x_1 + \delta x_1) - (x_2 + \delta x_1) = x_1 - x_2 = a.$$

L'erreur δx_1 est une *erreur de centrage.* C'est une erreur systématique constante, donc éliminable. En effet, nous avons :

$$X = x_1 \frac{Y}{f}.$$

d'où :

$$= \frac{f\,X}{Y}.$$

Si nous considérons un point de contrôle, nous connaissons X, Y et f, donc nous pouvons calculer x_1. D'autre part, le stéréocomparateur nous permet de mesurer :

$$x_1' = x_1 + \delta x_1.$$

Il s'ensuit que nous connaissons la valeur δx_1 dont il faut corriger toutes les lectures d'abscisse de cliché gauche.

En dehors de la cause systématique de translations du point ω, il en est une autre *accidentelle* due aux poussières ou aux inégalités de pression des ressorts d'appui. Ces causes accidentelles provoquent une rotation ε du plan d'appui qui vient de P P_1 en P P_1'. Le point ω vient en ω_1', alors qu'il aurait dû se trouver en ω', pied de la perpendiculaire abaissée de S sur P P_1', le point ω_1' étant l'intersection de P P_1' et de l'arc de circonférence de rayon Pω (fig. 127).

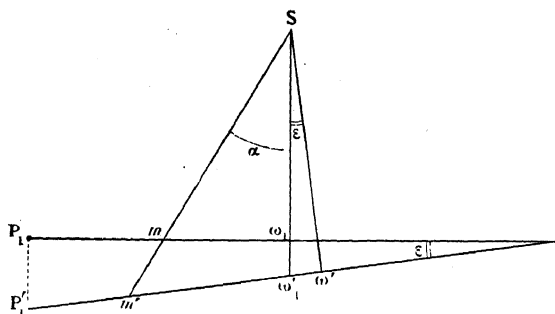



Fig. 127.

Il en résulte que la perspective du terrain se forme sur le plan P P, avec le point ω' comme point principal et la longueur Sω' comme distance principale.

Cette cause accidentelle produit donc :

1° Une erreur de coïncidence du plan du cliché et du plan vertical projetant la base, erreur que nous avons déjà étudiée;

2° Une erreur de distance principale : $\delta f = \omega\,\omega_1'$, erreur que nous étudierons par la suite.

L'erreur que nous venons de considérer provient du décalage du point ω dans le sens horizontal. Ce point peut aussi avoir un décalage dans le sens vertical, provenant soit d'une translation *systématique* produisant une erreur de centrage et une autre *accidentelle* provoquant une rotation de la

surface du cliché autour d'un axe horizontal. L'erreur de centrage (fig. 128)

$$\omega\,\omega' = \delta\,z$$

ne produit aucune erreur de parallaxe linéaire ni d'abscisse de cliché gauche. Elle cause une erreur de cote de cliché gauche. Cette erreur est constante et peut se déterminer à l'aide des points de contrôle. En effet, nous avons :

$$Z = z_1 \frac{Y}{f},$$

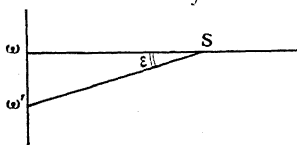



Fig. 128.

d'où :

$$z_1 = \frac{fZ}{Y},$$

formule qui nous donne z_1. D'autre part, le stéréocomparateur nous donne $z_1 + \delta\,z_1$, d'où nous déduisons la valeur $\delta\,z_1$ dont il faut corriger toutes les lectures de cote de cliché gauche.

L'erreur accidentelle, provenant de poussières sur les grands côtés du cadre d'appui, d'inégalité de pression des ressorts d'appui, etc., provoque (fig. 129) :

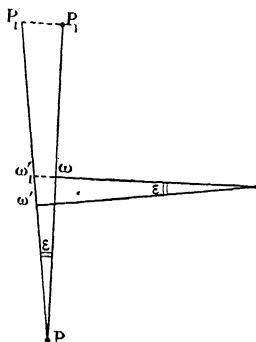



Fig. 129

1° Une inclinaison du cliché sur le plan vertical, erreur que nous avons déjà étudiée;

2° Une variation de distance principale : $\omega\,\omega'_1 = \delta\,f$, erreur que nous étudierons par la suite. Comme précédemment, il est bon, pour réduire autant que possible le rôle à jouer par les points de contrôle, d'essayer de rendre négligeable l'influence du décentrement en hauteur. Il faudra alors :

$$\delta\,z \leqslant 10\,\mu.$$

Les tolérances désirables de réglage des index sont donc :

pour les index verticaux : $\begin{cases} 14\ \mu \text{ avec décentrement,} \\ 20\ \mu \text{ sans décentrement,} \end{cases}$

pour l'index horizontal : 10 μ.

Ces réglages sont assez délicats pour le cas limite de restitution à 7 500 m Pour la restitution à 3 750 m qui, en pratique, est déjà une restitution à longue portée, nous aurions :

pour les index verticaux : $\begin{cases} 30\ \mu = \dfrac{3}{100} \text{ mm} \\ 40\ \mu = \dfrac{4}{100} \text{ ou } \dfrac{1}{25} \text{ mm} \end{cases}$

pour l'index horizontal : $20\ \mu = \dfrac{2}{100}$ ou $\dfrac{1}{50}$ mm.

Le réglage à 1/25 mm est un réglage facile à faire en usine. Le réglage au 1/50 est plus délicat et risque de ne pas se conserver : c'est pourquoi l'index horizontal comporte deux petites vis de réglage.

Erreur de verticalité du petit axe du cliché. — Supposons que le photothéodolite soit parfaitement calé à l'aide de ses deux niveaux : le plan du cliché est vertical, mais il peut se faire que la droite joignant les repères verticaux fasse un angle ε avec la verticale, par suite du mauvais réglage des index.

Nous avons déjà examiné l'influence de cette erreur lors de l'étude du dévers qui comportait une partie *accidentelle* (mauvais calage transversal de l'axe) et une partie systématique (mauvais réglage des index). Nous avons vu que le décalage admissible des index est d'environ :

$$\delta l = 15\ \mu \text{ avec décentrement.}$$
$$\delta l = 20\ \mu \text{ sans décentrement.}$$

Erreur de perpendicularité des axes du cliché. — Les axes ne sont pas matérialisés par quatre repères r_1, r_2, r_3, r_4 (fig. 130), mais seulement par

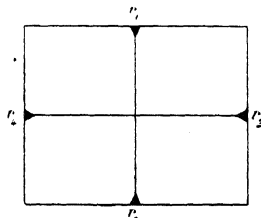



Fig. 130.

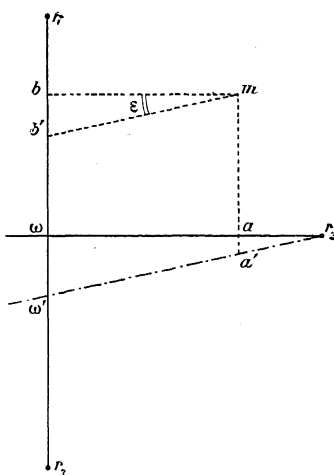
trois repères r_1, r_2, r_3, la droite $r_1\, r_3$, étant l'axe des z et la perpendiculaire abaissée de r_2 sur cette droite étant l'axe des x. La précision d'orthogonalité des deux axes de cliché est la précision d'orthogonalité des deux directions de translation des chariots du stéréocompatareur. Supposons que ces deux directions aient une erreur ε d'orthogonalité. Soit m un point du cliché. Nous devons mesurer (fig. 131) :

$$b\, m = \omega\, a = x$$
$$a\, m = \omega\, b = z.$$

Fig. 131.

Ce que nous mesurons est :

$$b'\, m = \omega'\, a' = x'$$
$$a'\, m = \omega'\, b' = z',$$

d'où les erreurs :

$$\delta\, x = x' - x = b'\, m - b\, m = b'\, m - b'\, m \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) = \frac{b'\, m \times \varepsilon^2}{2}$$

$$\delta\, z = z' - z = a'\, m - a\, m = a\, a'.$$

L'erreur $\delta\, x$ et par suite l'erreur $\delta\, a$ sont du second ordre, donc négligeables.

Le maximum de δz est $\omega\, \omega'$, lequel ne doit pas dépasser 10 μ : Donc la limite ε tolérable est :

$$\varepsilon = \frac{10}{90\,000}$$
$$\varepsilon = 20''.$$

Il faut donc un très bon réglage des directions de translation et un jeu insignifiant des chariots. Ces conditions sont sévères mais réalisables : elles ne sont d'ailleurs nécessaires que pour la restitution à la limite de portée, ce qui est un cas très exceptionnel.

Erreur de distance principale. — Nous avons :

$$Y = \frac{B f}{a}.$$

Différentions cette formule par rapport à f :

$$d\,Y = \frac{B}{a}\,d\,f = \frac{Y}{f}\,d\,f$$

$$\frac{\delta\,Y}{Y} = \frac{\delta\,f}{f}.$$

Donc, en faisant :

$$Y = 7\,500 \text{ m}$$
$$\delta\,Y = 1{,}10 \text{ m}$$
$$f = 20 \text{ cm},$$

il vient :

$$\delta\,f = \frac{1{,}1}{7\,500} \times 200 \text{ mm}$$
$$d\,f = 0{,}03 \text{ mm}.$$

Il faut donc que la distance principale soit mesurée avec une très grande approximation. Pour un très bon observateur, nous aurions même :

$$\delta\,Y = 0{,}80 \text{ m},$$

d'où :

$$d\,f = 0{,}02 \text{ mm}.$$

C'est pour cette raison que la distance principale de chaque photo-théodolite est mesurée au 1/100 mm et inscrite sur chaque appareil [1].

Erreur de mise au point. — Cette erreur influe uniquement sur la netteté et non sur la perspective : elle provient d'une erreur de distance focale, tandis que ce qui importe, au point de vue de la perspective, est la distance principale.

Supposons donc le cliché perpendiculaire à l'axe optique de l'objectif

(1) Cette distance principale doit d'ailleurs être corrigée lors de la restitution, car elle n'est pas constante, par suite des variations de température.

dans la mesure où nous pouvons parler d'axe optique (1), mais à la distance $(f + df)$ du point nodal arrière, f étant la distance focale (et non la distance principale) de l'objectif. Soit Δ l'ouverture utile de l'objectif. Le faisceau lumineux convergent au point m (2) du plan focal P P va donner dans le plan P′ P′ du cliché une tache de diffusion de diamètre t et nous avons (fig. 132) :

$$\frac{t}{\Delta} = \frac{df}{f}$$

$$\delta f = \frac{tf}{\Delta}.$$

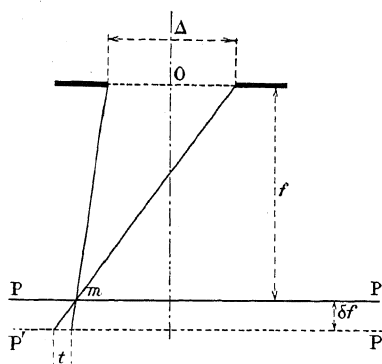



Fig. 132.

Si nous voulons avoir la netteté au 1/50 au centre avec l'ouverture $\frac{f}{16}$ (3), il faut :

$$\delta f = \frac{16}{50} \text{ mm} = \frac{32}{100} = 0{,}32,$$

soit environ :

$$\delta f = 0{,}3 \text{ mm}.$$

Il faut donc une mise au point assez correcte.

Erreur de perpendicularité du cliché sur l'axe optique. — C'est encore une erreur influant uniquement sur la netteté, puisque l'axe de perspective est la droite principale et non pas l'axe optique.

Soit ε l'inclinaison du cliché sur le plan focal correct. Nous aurons une tache de diffusion de diamètre t, tel que (fig. 133) :

(1) L'axe optique est la droite passant au mieux par les centres de courbure de tous les dioptres composant l'objectif.

(2) En supposant que tous les rayons convergent en un point m, c'est-à-dire en négligeant les aberrations, afin d'isoler, comme toujours, chacune des causes d'erreur.

(3) L'ouverture $f/16$ est l'ouverture maximum permise par l'appareil.

$$\frac{ij}{\Delta} = \frac{t}{\Delta} = \frac{ih}{f}$$

$$ih = i\omega \times \varepsilon$$

ou :

$$ih = m\omega \times \varepsilon = l\varepsilon,$$

Fig. 133.

d'où :

$$\frac{t}{\Delta} = \frac{l\varepsilon}{f}$$

$$\varepsilon = \frac{t}{l} \times \frac{f}{\Delta}.$$

Donc, à l'extrémité d'une diagonale, nous avons :

$$l = 11 \text{ cm}$$

$$\frac{f}{\Delta} = 16$$

$$t = 1/50 \text{ mm},$$

d'où :

$$\varepsilon = \frac{16}{50 \times 100}$$

$$\varepsilon = 10'.$$

Cette condition est relativement peu sévère, mais exige néanmoins un objectif assez correctement centré.

Erreur de netteté du cliché. — Nous avons dit que, dans des conditions moyennes, l'erreur moyenne angulaire de pointé monoculaire était de 1' centésimale dans le champ apparent et que l'erreur moyenne de pointé stéréoscopique n'était que de 8" sexagésimales pour un observateur un peu

entraîné mais non exceptionnel. Ces données sont celles qui correspondent à des pointés exécutés sur des objets naturels à l'aide d'une lunette ou d'un télémètre stéréoscopique.

Dans le cas qui nous intéresse, les points examinés ne sont plus aussi nettement définis : ce sont des images photographiques entachées d'aberrations : l'objet n'est plus composé d'une série de points géométriques, mais d'une série de petites taches, images des points géométriques du paysage.

Nous pourrions craindre que, les objets étant moins bien définis, les précisions de pointé fussent beaucoup plus faibles. Mais ces précisions sont déterminées par la constitution de l'œil, par ses imperfections optiques et surtout par la structure de la rétine. Cette structure est telle que l'image rétinienne d'un point géométrique n'est pas un point, mais une petite tache de diffusion qui est vue du point nodal arrière de l'œil sous un angle légèrement variable avec les observateurs et qui, dans la grande majorité des cas, est de 60″ à 75″. Il s'ensuit que le pointé monoculaire par bissection ou par contact sur un point géométrique isolé ou sur le centre d'une petite tache-objet vue du point nodal antérieur de l'œil sous un angle de 60″ à 75″ conduira exactement aux mêmes lectures sur les cercles divisés de l'instrument utilisé.

Le grossissement du microscope employé étant de 6 × et la distance minimum conventionnelle de vision distincte étant de 25 cm, le diamètre de la tache photographique correspondante sera compris entre x_1 et x_2 tels que :

$$\frac{6\,x_1}{250 \text{ mm}} = \frac{60}{200\,000}$$

$$x_1 = 12\ \mu$$

et :

$$\frac{6\,x_2}{250 \text{ mm}} = \frac{75}{200\,000}$$

$$x_2 = 15\ \mu.$$

Or, dans le stéréocomparateur, la largeur du repère mobile est telle que son image dans le plan du cliché est de l'ordre de 12 μ à 15 μ.

Nous constatons donc, une fois encore, que l'appareil est homogène dans tous ses détails.

Nous voyons aussi qu'un diamètre de tache de 15 μ n'altère pas la précision de pointé monoculaire. Nous pouvons même aller plus loin. Considérons une tache de diamètre D (fig. 134) et soit d l'épaisseur de l'image du repère mobile dans le plan du cliché; nous pouvons, tant que le diamètre D n'est pas trop grand par rapport à d, bissecter la tache, c'est-à-dire pointer sur

son centre en appréciant l'égalité d'épaisseur e des segments latéraux. Cette appréciation est suffisamment précise tant que :

$$e \leqslant d.$$

Fig. 134.

Nous aurons donc :

$$D = 3\,d$$
$$D = 45\ \mu,$$

ce qui correspond à une netteté de :

$$\frac{45}{1\,000} = \frac{1}{22},$$

soit environ la netteté au 1/20 mm. Or, l'objectif employé est un Ortho Protar Zeiss, très bien corrigé, dont le diamètre est de $f/8$ soit 24 mm et dont l'ouverture utile permise par le diaphragme peut varier de 12 mm à 4 mm, c'est-à-dire que le rapport d'ouverture varie de $f/16$ à $f/48$. Cet objectif travaille ordinairement à $f/24$, c'est-à-dire que son ouverture utile est de 8 mm. Avec une telle ouverture, la netteté est supérieure au 1/50 sur toute la plaque. Avec la plus grande ouverture permise par le diaphragme monté sur l'objectif, c'est-à-dire l'ouverture $f/16$, la netteté est supérieure au 1/50 de millimètre au centre et se conserve presque jusqu'au bord où elle est d'environ 1/40 mm. Elle est donc très nettement satisfaisante et bien en harmonie avec la précision de pointé monoculaire.

Erreur due au grain du cliché. — Considérons un point M du terrain ; il a comme images sur les deux clichés non pas deux points homologues, mais deux taches homologues μ_1 et μ_2. Ces deux taches sont fusionnées en une tache unique par la vision binoculaire. Il s'agit d'amener, le mieux possible, cette tache au contact stéréoscopique du repère mobile. Ce pointé binoculaire étant plus précis que le pointé monoculaire, l'observateur va chercher à discerner dans la tache examinée un point particulièrement net qu'il amènera au contact de ce repère. Ce point particulier est le grain central de la tache, plus noir que les grains voisins. Il faut donc que l'image stéréosco-

pique de ce grain et l'image stéréoscopique du repère mobile puissent être mises en coïncidence aussi exactement que possible, c'est-à-dire qu'elles aient la même largeur. Il s'ensuit que le grain de la plaque aura un diamètre d tel que :

$$d \leqslant 15\,\mu.$$

Il est inutile d'ailleurs de chercher à réduire davantage le grain, puisque, dans les conditions d'observation du stéréocomparateur, l'image rétinienne d'un tel grain a même dimension que l'image d'un grain infiniment petit. Or, il existe des émulsions dont le grain est inférieur à $1/300$ mm $= 3\mu$ et les plaques au collodion sont encore à grains plus fins. Cette condition limite le choix des plaques, sans créer toutefois de difficulté particulière. Elle conduit à employer des temps de pose assez grands, les émulsions à grains très fins étant généralement lentes, mais cela n'amène aucune gêne pour des photographies prises à terre ([1]).

Erreur de distorsion. — Les centres des taches de diffusion considérées sur les clichés doivent être confondus avec les centres des images géométriques théoriques données par un objectif parfait. L'objectif de la chambre du photothéodolite devra donc, avant tout, être un objectif orthoscopique et, étant données les grandes précisions nécessaires pour la mesure des grandeurs x_1 et a, il faudra que la distorsion soit particulièrement bien corrigée pour tous les points du champ.

L'Ortho-Protar a été examiné à ce point de vue par Wandersleb qui

(1) Les précisions de pointé monoculaire ou binoculaire sur clichés que nous venons d'envisager sont évidemment des précisions limites. Elles ne sont atteintes que pour des pointés très soignés et faits par balancement, lorsqu'il s'agit de pointés stéréoscopiques. Elles nécessitent évidemment des clichés très nets et des détails bien identifiables (constructions, piquets, cailloux, etc.). On ne saurait obtenir ces précisions dans tous les cas, et suivre une courbe de niveau dans un champ, un pré, etc., avec l'approximation correspondante, faute de points suffisamment nets à pointer. Mais n'oublions pas que nous sommes dans les conditions limites de restitution pour lesquelles nous avons supposé que les erreurs moyennes étaient de :

8″ pour les pointés stéréoscopiques;
30″ pour les pointés monoculaires.

Nous avons vu que si nous abaissions la limite de portée de restitution à 3 750 m les erreurs moyennes tolérables étaient de l'ordre de :

25″ pour les pointés stéréoscopiques;
80″ pour les pointés monoculaires.

Il est certain que ces précisions peuvent s'obtenir facilement, même sur des clichés médiocres. Quoi qu'il en soit, en opérant avec un soin extrême, il est quand même possible d'atteindre la limite de 7 500 m et la perte de temps entraînée pour l'obtention d'excellents pointés est largement compensée, dans les cas où cette manière de faire est indispensable, par le gain de temps dans les opérations sur le terrain. C'est le cas des restitutions en haute montagne à l'aide de clichés pris des sommets les plus élevés. Les difficultés des ascensions conduisent à rechercher la portée maximum de restitution. Il faut d'ailleurs remarquer que dans ces cas exceptionnels, même si les précisions théoriques n'étaient pas tout à fait atteintes, les levés restitués seraient encore bien supérieurs aux levés classiques effectués par des topographes ne pouvant guère opérer qu'au sentiment.

en a donné la courbe de distorsion [1]. En appelant x la distance d'une image gaussienne au centre du cliché et $(x + \xi)$ la distance à ce centre de l'image entachée de distorsion, cette distorsion peut être définie par le rapport :

$$D = \frac{\xi}{x}.$$

Wandersleb a construit une courbe de distorsion en portant en abscisses les inclinaisons α des faisceaux incidents sur l'axe optique et en ordonnées les valeurs de D. Il trouve que D est nul pour $\alpha = 0^o$ et $\alpha = 30^o$ et maximum pour $\alpha = 15^o$. Ce maximum est d'ailleurs très petit (fig. 135).

$$D_{15^o} = -\frac{1}{10\,000}.$$

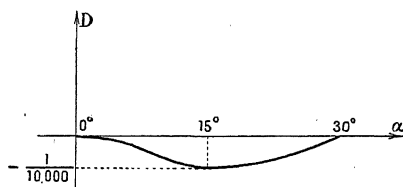



Fig. 135.

Au lieu de porter les angles α en abscisses, nous pouvons porter les longueurs x et nous obtenons la courbe ci-dessous (fig. 136).

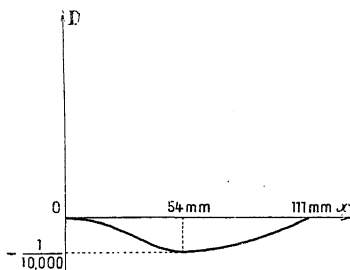



Fig. 136.

Mais la quantité ξ est une aberration qui développée en série est de la forme :

$$\xi = m x^3 + n x^5 + p x^7 + \dots$$

Donc :

$$D = m x^2 + n x^4 + p x^6 + \dots$$

---

(1) La distorsion dans les objectifs photographiques par E. Wandersleb (*Zeitschrift für Instrumentenkunde, février 1907*).

si nous nous limitons aux trois premiers termes. En écrivant :

$$(D)_{54} = -\frac{1}{10\,000}$$
$$\left(\frac{dD}{dx}\right)_{54} = 0$$
$$(D)_{111} = 0,$$

nous avons trois équations nous déterminant les trois coefficients m, n, p.

La résolution des ces équations montre que la valeur absolue maximum de ξ est atteinte pour $x = 59$ mm et que cette valeur est de 5,8 μ. Nous avons donc la courbe ci-dessous donnant ξ en fonction de x (fig. 137).

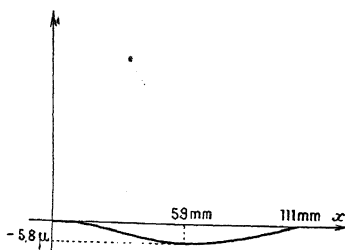



Fig. 137.

Il résulte de la courbe de distorsion que le maximum de δx_1 (erreur moyenne de mesure d'abscisse de cliché de gauche) est de 5,8 μ, c'est-à-dire bien inférieure à l'erreur moyenne tolérable de 10 μ. La distorsion de l'objectif est donc négligeable pour ce qui concerne les mesures d'abscisses de cliché de gauche.

Quelle est son influence sur les mesures de parallaxe linéaire ? Ce qui importe ici, c'est la différence de distorsion entre deux images homologues. Les parallaxes linéaires utilisées sont comprises entre 5 cm et 2 cm et nous savons que l'erreur moyenne de parallaxe linéaire tolérable pour les points les plus défavorisés est de 3 μ. La courbe de distorsion nous montre que la différence de distorsion ne peut dépasser, dans les cas les plus défavorables :

$$2{,}5 \text{ à } 3\ \mu \quad \text{pour} \quad a = 2 \text{ cm}$$
$$5{,}8\ \mu \quad \text{pour} \quad a = 5 \text{ cm}.$$

Mais la parallaxe linéaire de 5 cm correspond aux points les plus rapprochés, soit dans l'hypothèse envisagée :

$$\text{Y maximum} = 7\,500 \text{ m}$$
$$\text{B} = 750 \text{ m}$$
$$\text{Y minimum} = \frac{750 \times 2}{5} = 3\,000 \text{ m}.$$

L'erreur δa tolérable à 7 500 m étant de 3 μ, l'erreur tolérable à 3 000 m, est :

$$\delta a = 3 \times \left(\frac{7\,500}{3\,000}\right)^2 \mu = 30\,\mu > 5,8\,\mu.$$

La distorsion est donc acceptable pour tous les points et elle n'atteint sa limite que pour les points les plus éloignés. Ceci montre que l'Ortho-Protar est, tout au moins au point de vue théorique, bien en harmonie avec le reste de l'appareil (1).

Erreur de planéité du cadre d'appui. — Une surélévation $d\,h_1$ d'un point du côté B B' (fig. 138), par rapport au côté A A', entraîne une rotation α_z du

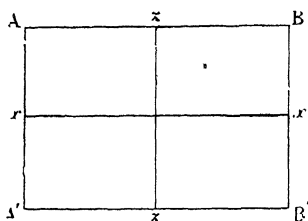



Fig. 138.

cliché autour de A A'. Une surélévation $d\,h_2$ d'un point du côté A B, par rapport au côté A' B' entraîne une rotation α_x autour de A' B'. Les erreurs provenant de ce fait sont des *erreurs systématiques* et nous avons vu que celles-ci doivent être telles que :

$$\alpha_z \leqslant 45''$$
$$\alpha_x \leqslant 10'',$$

d'où :

$$\frac{d\,h_1}{180\text{ mm}} \leqslant \frac{45}{200\,000} \quad \text{ou} \quad d\,h_1 = \frac{4}{100}\text{ mm}$$
$$\frac{d\,h_2}{130\text{ mm}} \leqslant \frac{10}{200\,000} \quad \text{ou} \quad d\,h_2 = \frac{0,65}{100}\text{ mm}.$$

Il faut donc un cadre taillé à moins de 1/100 mm, c'est-à-dire un usinage particulièrement soigné.

(1) Les chiffres donnés par Wandersleb semblent correspondre à une courbe de distorsion obtenue par le calcul. En pratique, il peut se faire que, les courbures n'étant pas obtenues d'une façon parfaite, les épaisseurs n'étant pas exactement égales aux épaisseurs théoriques, les verres n'étant pas absolument homogènes, etc., certains objectifs de ce type soient différents de l'objectif théorique et présentent une distorsion plus sensible. Il conviendrait donc, pour des restitutions à la limite de portée, de choisir parmi les objectifs réalisés celui qui est le plus parfait.

En pratique, nous ne devons pas oublier que, la restitution se faisant aux environs de 3 000 m, comme portée maximum, nous pouvons être beaucoup plus tolérant sur la distorsion et accepter des objectifs s'écartant assez notablement de l'objectif théorique.

Erreur d'appui des ressorts. — Le cliché doit être parfaitement appuyé sur son cadre afin d'éviter d'augmenter les erreurs α_x et α_z ci-dessus. Cela nécessite des ressorts suffisamment puissants et convenablement placés pour ne pas cintrer les clichés. Aucune difficulté particullière ne résulte de ce fait.

Erreur de planéité des clichés. — Supposons que le cadre d'appui soit correct, mais qu'un élément du cliché présente une bosse de hauteur dh (fig. 139). Cet élément appartient à un plan P′P′ décalé par rapport au

Fig. 139.

plan P P d'une quantité $d\,j = d\,h$ et, comme nous avons vu que la limite de $d\,f$ est $\frac{3}{100}$ mm, il faudra que le cliché soit plan à 0,03 mm près.

Il faut, en outre, que les plaques de verre employées soient à faces à peu près parallèles.

En effet, admettons que les deux faces supposées planes fassent un angle ε : Soit $o\,p$ l'axe optique d'un des corps de microscope. Le rayon lumineux suivant cet axe est réfracté suivant $p\,m'$ en entrant dans la lame. Il s'ensuit que le pointé se fait sur le point m' au lieu du point m, d'où une erreur d'abscisse $\delta\,x$. Nous avons, en posant $m\,p = e$ (fig. 140) :

$$m\,m' = \delta\,x = e\,(i - r).$$

Mais :

$$i = n\,r,$$

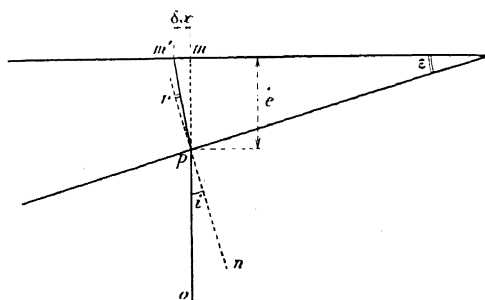



Fig. 140.

d'où :

$$\delta\,x = e\,i\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{n-1}{n} \times e\,\varepsilon$$

et, en appelant $\delta\, a$ l'erreur de parallaxe linéaire tolérable :

$$\delta\, x = \frac{\delta\, a}{\sqrt{2}}.$$

Donc :

$$\delta\, a = \frac{n - 1}{n} \sqrt{2}\, e\, \varepsilon.$$

Si

$$e = 3 \text{ mm}$$
$$n = \frac{3}{2}$$
$$\delta\, a = 3\, \mu,$$

il vient :

$$\varepsilon = \frac{3}{\sqrt{2}} \times 3\,000$$
$$\varepsilon = 7'.$$

Pour $e = 4$ mm, nous avons $\varepsilon = 5'$.

Il faut donc des faces à la fois planes et parallèles avec une approximation assez sérieuse ; par conséquent des plaques soignées et travaillées d'une façon analogue aux miroirs plans. Les plaques normales du commerce sont insuffisantes. Les glaces utilisées sont travaillées à la machine avec une perfection suffisante, sans toutefois exiger un travail optique.

V — PRÉCISION DES LEVÉS A L'AUTOGRAPHE

Dans ce qui précède, nous avons envisagé uniquement la restitution au stéréocomparateur. Nous avons cherché la précision que pouvaient donner des épreuves excellentes, prises dans les meilleures conditions, avec un photothéodolite parfaitement réglé, en ne considérant que les erreurs provenant du mécanisme du stéréocomparateur et de l'imperfection des pointés. Nous avons ensuite calculé quelles étaient les tolérances dans la construction et la mise en œuvre du photothéodolite pour que les erreurs de restitution provenant de ces causes soient du même ordre de grandeur que les erreurs dues à la construction et à la mise en œuvre du stéréocomparateur. Il nous faudrait maintenant, pour apprécier d'une façon exacte la grandeur des erreurs à craindre dans la restitution, grouper toutes les causes d'erreur et composer quadratiquement toutes les erreurs moyennes quadratiques. Un tel calcul serait assez long et ne fournirait, d'ailleurs, que des résultats discutables, toutes les causes d'erreur n'étant pas toujours indépendantes.

En fait, la restitution au stéréocomparateur est maintenant un cas particulier qui se présente rarement dans la pratique, la restitution se faisant presque toujours à l'autographe. Si nous employons cet appareil, les erreurs

dues à la taille des vis ne sont plus à considérer, car les vis ne sont plus des organes de mesure, mais simplement des organes de manœuvre. Il en résulte que toute une série de causes d'erreur sont éliminées et que *la restitution gagne en précision.*

Enfin, nous ne devons pas oublier que nous nous sommes toujours placé dans le cas le plus défavorable de la restitution à la portée limite de 7 500 m, alors qu'en pratique la distance maximum de travail est de l'ordre de 3 000 m. Il en résulte que les tolérances instrumentales et opératoires sont beaucoup plus grandes que celles que nous avons calculées, puisque l'erreur δY varie comme $\frac{1}{Y^2}$. Il n'en était pas moins utile, toutefois, d'envisager le cas limite, car il peut être nécessaire, dans certains cas particuliers, en très haute montagne par exemple, d'obtenir des bases stéréophotogrammétriques le maximum de rendement possible. Il est alors indispensable de régler les appareils avec grand soin et d'opérer avec des précautions exceptionnelles, afin de rester dans les limites d'erreurs permises. Signalons à nouveau que, dans de tels cas, les résultats obtenus, même s'ils sont légèrement inférieurs aux résultats théoriques, sont encore très supérieurs aux résultats qu'aurait pu obtenir un topographe classique des plus habiles, car celui-ci serait dans l'impossibilité de stationner avec ses appareils sur le terrain, en tous les points où il devrait le faire.

Comme conclusion de cette étude, nous ne pourrions mieux démontrer que les limites d'erreurs que nous avons calculées ne sont pas des limites uniquement théoriques, mais des limites pratiques, qu'en nous référant à l'expérience des utilisateurs du stéréoautographe et du stéréocomparateur. L'un d'eux déclare en effet :

« Les levés stéréogrammétriques exécutés au Service géographique de l'Armée au moyen du stéréocomparateur ont, d'ailleurs, permis de constater que certains points géodésiques étaient faux, et, vérifications faites, de rectifier des fautes commises dans leur détermination (1). »

Signalons enfin, pour terminer cette étude, que nous avons supposé que les pointés stéréoscopiques précis étaient faits par balancement. Lorsque l'opérateur utilise l'autographe, il ne peut opérer ainsi que pour les points cotés isolés et pour les points du canevas. Lorsqu'il trace une ligne planimétrique ou une courbe de niveau d'un mouvement continu, il ne peut plus balancer, mais l'expérience prouve qu'un restituteur habile et entraîné obtient pratiquement une précision du même ordre. Il peut, en effet, partir d'un pointé par balancement, qui lui donne une certaine impression de contact du repère mobile. Par continuité, il conserve pendant tout son tracé la même

(1) *Revue de l'Industrie minérale*, nos 22, 23, 24 des *15 novembre, 1er et 15 décembre 1921*. La stéréotopographie, par le commandant Vavon.

impression et il peut, d'ailleurs, vérifier qu'il a bien conservé cette impression, lorsqu'il passe à proximité de points cotés connus du canevas. La pratique prouve qu'il en est bien ainsi, car « une expérience courante consiste à faire restituer une portion de terrain plusieurs fois de suite par le même opérateur ou par plusieurs opérateurs distincts et en utilisant des clichés pris de stations différentes. Les dessins obtenus (planimétrie et courbes de niveau) se superposent exactement dans la plupart des cas et diffèrent rarement de plus de l'épaisseur du trait de crayon [1]. »

Enfin, dans tout ce qui précède, nous nous sommes placé dans l'hypothèse du cas normal. Une discussion analogue aurait pu être faite pour le cas des clichés parallèles, mais inclinés sur le plan vertical projetant la base, et pour le cas des clichés convergents. Les calculs auraient été plus complexes. Dans le cas normal, nous avons :

$$Y_1 = \frac{Bf}{a}.$$

Si les clichés sont inclinés d'un angle i sur la base, nous avons :

$$\begin{aligned} Y_2 &= \frac{B}{a}(f\cos i - x_2 \sin i) = \\ &= \frac{B}{a}(f\cos i - x_1 \sin i + a \sin i) = \\ &= \frac{B}{a}(f\cos i - x_1 \sin i) + B \sin i. \end{aligned}$$

Différentions par rapport à a :

$$d\,Y_2 = -\frac{B}{a^2}(f\cos i - x_1 \sin i)\,d\,a.$$

Calculons la valeur de a qui donne $d\,Y_2 = \pm 1{,}10$ m, lorsque $d\,a = \pm 3\mu$. Pour le bord gauche du cliché de gauche, x_1 est d'environ -7 cm, car $x_2 = -9$ cm et a est d'environ 2 cm. Nous avons :

$$\cos 35 \text{ gr} = 0{,}85$$
$$\sin 35 \text{ gr} = 0{,}52,$$

d'où :

$$a = 2{,}056 \text{ cm},$$

ce qui donne, pour $x_2 = -9$ cm :

$$Y_2 = 7\,900 \text{ m},$$

(1) *Revue de l'Industrie minérale*, nos 22, 23, 24 des *15 novembre, 1er et 15 décembre 1921*. La stéréotopographie, par le commandant Vavon.

distance du même ordre de grandeur que la distance limite $Y_1 = 7\,500$ m. Toutefois, les courbes d'égale parallaxe linéaire n'étant plus des droites, mais des paraboles, la limite Y_2 diminue de la gauche à la droite du levé. Pour l'axe du cliché gauche, nous avons :

$$x_1 = 0$$
$$a = 1,844$$
$$Y_2 = 7\,100 \text{ m.}$$

Or, c'est aux environs de cet axe que se fait la jonction du levé correspondant aux clichés inclinés et du levé correspondant aux clichés parallèles à la base. Le point extrême de ce levé est à une distance D de l'extrémité gauche de la base telle que :

$$D = \sqrt{7\,500^2 + 3\,750^2} = 8\,385 \text{ m.}$$

La jonction ne se ferait donc pas avec toute la précision que comporte le levé du cas normal, si nous voulions exploiter les clichés jusqu'à leur extrême limite. Mais, en pratique, il n'en est jamais ainsi, puisque la portée maximum moyenne est de l'ordre de 3 000 m. D'ailleurs, si nous voulions faire donner aux appareils leur maximum de rendement, les levés obliques, qui devraient être poussés moins loin que le levé normal, constitueraient quand même un excellent appoint augmentant le rendement de la base stéréophotogrammétrique, en permettant de poursuivre le levé de chaque côté du levé normal. Ces levés latéraux possèdent, en outre, l'avantage de fournir un contrôle du levé normal et de donner des vues d'enfilade, par exemple dans des vallées dont un versant en angle mort n'a pu être restitué.

En pratique, il a été constaté que, dans les circonstances habituelles de restitution, les lignes de la planimétrie et les courbes de niveau du levé normal et des levés latéraux se rejoignent exactement sur les flancs du premier levé et se superposent dans les parties communes.

La limite d'éloignement admissible étant fixée, nous pourrions maintenant, comme dans le cas normal, étudier la répercussion des erreurs $d\,x_1$ et $d\,z_1$ sur la précision du levé. Ces calculs ne présenteraient qu'un intérêt purement théorique, car la restitution au stéréocomparateur ne se fait que dans le cas normal et, dans la restitution à l'autographe, les vues inclinées ne sont pas exploitées à l'extrême. Ces vues sont quand même très intéressantes, puisque :

1° dans le cas d'une base unique elles augmentent la surface restituable;

2° dans le cas de bases multiples elles permettent de restituer les zones en angle mort pour les vues normales.

VI — LIMITE D'INCLINAISON DE LA BASE

Nous avons dit que la base ne devait pas être inclinée sur l'horizon de plus de 15 grades. Comment ce chiffre se justifie-t-il?

Supposons que les deux stations S_1 et S_2 présentent une différence d'altitude H (fig. 141).

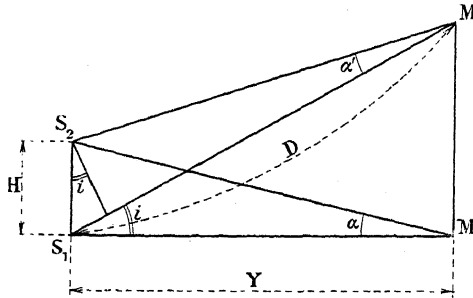



Fig 141.

La parallaxe angulaire verticale α du point M_0 situé dans le plan horizontal passant par S_1 à la distance Y de ce point est donnée par la formule :

$$H = Y \operatorname{tg} \alpha.$$

Mais, si nous appelons φ l'inclinaison de la base, dont la projection horizontale est B, nous avons :

$$H = B \operatorname{tg} \varphi,$$

d'où :

$$B \operatorname{tg} \varphi = Y \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{Y} \operatorname{tg} \varphi.$$

Nous savons que le maximum de $\frac{B}{Y}$ est égal à 1/4. Donc le maximum de tg α est :

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{1}{4} \operatorname{tg} 15 \text{ gr}$$

$$\alpha_m = 3 \text{ gr}, 82.$$

Il s'ensuit que, cet angle étant très petit, nous pouvons confondre l'angle α avec sa tangente et écrire :

H

Considérons maintenant un point M sur la verticale de M_0. Sa parallaxe angulaire verticale est α'. Posons :

$$\widehat{M_0 S_1 M} = i$$
$$S_1 M = D.$$

Abaissons $S_2 P$ perpendiculaire sur $S_1 M$. Nous avons :

$$S_2 P = H \cos i = D \alpha',$$

d'où :

$$\alpha' = \frac{H \cos i}{D} = \frac{H}{Y} \cos^2 i$$
$$\alpha' = \alpha \cos^2 i$$
$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \cos^2 i.$$

Le maximum de l'angle i est donné par :

$$\text{tg}\, i_m = \frac{6,5}{20},$$

ce qui donne :

$$\cos^2 i_m = 0,905.$$

Donc, à moins de 1/10 près, nous avons :

$$\alpha' = \alpha.$$

Ceci posé, soient deux points M et M' du terrain dont les images sont visibles dans le champ du microscope binoculaire d'observation. Soient Y et Y' leurs éloignements, α et α' leurs parallaxes angulaires verticales. Nous avons :

$$\alpha = \frac{H}{Y}$$
$$\alpha' = \frac{H}{Y'}$$

et comme

$$Y = \frac{B f}{a}$$
$$Y' = \frac{B f}{a'},$$

il vient :

$$\alpha = \frac{a H}{B f}$$
$$\alpha' = \frac{a' H}{B f}.$$

La différence de parallaxe angulaire verticale entre ces deux points est donc :

$$p = \alpha - \alpha' = \frac{H}{Bf}(a - a') = \frac{\operatorname{tg} \varphi \times (a - a')}{f}$$

A cette différence de parallaxe angulaire correspond sur les clichés une parallaxe linéaire horizontale :

$$\varpi = p\, f.$$

Cette longueur, étant examinée dans le microscope grossissant six fois, à la distance conventionnelle de 25 cm, donnera des faisceaux émergents faisant entre eux un angle β tel que :

$$\beta = \frac{6\,\varpi}{25}$$

$$\beta = \frac{6}{25} \times \operatorname{tg} \varphi \times (a - a'),$$

$(a - a')$ étant exprimé en centimètres.

Lorsque nous posons le repère mobile sur l'image stéréoscopique du point M, le réglage du microscope binoculaire d'observation est tel que les rayons émergents ont une parallaxe angulaire verticale nulle. Lorsque l'opérateur examine les points voisins du champ, cette parallaxe angulaire n'est plus nulle. Appelons β_m sa valeur maximum dans la vision stéréoscopique. Nous avons :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{25}{6} \frac{\beta_m}{(a - a')}.$$

Dans le cas le plus défavorable, la quantité $(a - a')$ peut varier de 0,28 cm à l'intérieur du champ du microscope. Il s'ensuit que pour être certain de ne pas dépasser, dans aucun cas, la parallaxe angulaire verticale limite de bonne vision stéréoscopique, il faut :

$$\operatorname{tg} \varphi \leqslant \frac{25\,\beta_m}{6 \times 0{,}28}.$$

Pour un observateur moyen, la parallaxe angulaire verticale limite est $\beta_m = 1^o$. Pour les valeurs plus grandes, le fusionnement est très pénible et devient bien vite impossible. Il vient donc :

$$\operatorname{tg} \varphi \leqslant \frac{25 \times 3{,}1416}{6 \times 0{,}28 \times 2 \times 90}$$

$$\varphi \leqslant 16 \text{ gr}, 74.$$

Ce résultat nous justifie donc bien la limite de 15 grades précédemment indiquée.

CHAPITRE VI

LES CORRECTIONS

Nécessité des corrections. — Les constructions graphiques permettant de tracer la carte résolvent les équations :

$$Y = \frac{Bf}{a}$$

$$X = x_1 \frac{Y}{f}$$

$$Z = z_1 \frac{Y}{f}.$$

La quantité f est une donnée de construction, vérifiée d'ailleurs avant chaque campagne de prise de vues. La projection horizontale B de la base résulte de mesures faites sur le terrain. Les quantités a, x_1, z_1 sont mesurées au stéréocomparateur.

Quels que soient la perfection de la construction des appareils et le soin mis à faire les réglages, il peut subsister des erreurs systématiques qu'il importe de connaître, afin de pouvoir les corriger et les éliminer dans les calculs ou dans les constructions. Les points de contrôle sont destinés à fournir les éléments de ces corrections.

Correction de l'axe horizontal du cliché gauche. — Ajustons une paire de clichés dans le stéréocomparateur ainsi qu'il a été exposé précédemment. Soit C un point de contrôle d'image γ_1 sur le cliché de gauche. Lisons la cote de cliché ζ_1 donnée par le stéréocomparateur et déterminons-la, d'autre part, par le calcul en résolvant l'équation :

$$z_1 = f \frac{Z}{Y},$$

dans laquelle nous connaissons f ainsi que Z et Y, coordonnées du point C. Formons la différence :

$$\delta z_1 = (z_1 - \zeta_1).$$

Opérons de même pour tous les autres points de contrôle C′, C″, etc. Nous aurons :

$$\delta z_1 = (z_1 - \zeta_1)$$
$$\delta z'_1 = (z'_1 - \zeta'_1)$$
$$\delta z''_1 = (z''_1 - \zeta''_1)$$

Si les quantités δz_1 sont tantôt positives, tantôt négatives et dispersées sur un intervalle entre $-3(\delta z_1)$ et $+3(\delta z_1)$, en appelant (δz_1) l'erreur moyenne instrumentale tolérable, ces écarts n'auront pas un caractère systématique, ils proviendront des erreurs accidentelles de pointé, du jeu des commandes, des erreurs de lectures, etc. et par suite l'axe horizontal sera correct.

Si tous les écarts δz_1 sont égaux et de même signe, aux erreurs instrumentales tolérables près, c'est que l'axe horizontal est trop haut ou trop bas. Nous devrons donc effectuer une correction d'origine sur l'échelle des z.

Si tous les écarts δz_1 sont, aux erreurs instrumentales tolérables près, d'un même signe pour tous les points situés d'un même côté de l'axe vertical et de signe contraire pour tout l'autre côté, c'est que l'axe horizontal doit être abaissé d'un côté et relevé de l'autre. Il faut alors calculer la rotation de cette droite, faire tourner les deux clichés et procéder ensuite à un nouvel ajustement.

Correction de l'axe vertical du cliché gauche. — Les opérations à faire sont exactement les mêmes que pour le cas précédent; mais en considérant cette fois les écarts :

$$\delta x_1 = (x_1 - \xi_1)$$
$$\delta x'_1 = (x'_1 - \xi'_1)$$
$$\delta x''_1 = (x''_1 - \xi''_1).$$

Correction de base et correction de parallaxe linéaire. — Les corrections permettant d'éliminer les erreurs systématiques dans la détermination des quantités x_1 et z_1 sont faciles, car, X, Y, Z étant connus, chacune des grandeurs x_1 et z_1 figure séparément comme quantité inconnue dans les équations qui les déterminent.

Les quantités B et a, au contraire, figurent ensemble dans les équations qui permettent de les déterminer.

Nous avons [1] :

$$\delta Y = \delta B \frac{f}{a} \pm \frac{Bf}{a^2} \delta a$$

$$\delta Y = \delta B \frac{f}{a} \pm \delta a \frac{Y}{a}$$

$$\delta Y = \frac{1}{a}(f \delta B \pm Y \delta a).$$

(1) Les quantités δB et δa sont ici des erreurs instrumentales fixes dépendant de la construction de l'appareil et de l'imperfection de ses réglages. Les erreurs qui en résultent sont donc des erreurs systématiques qui doivent être ajoutées algébriquement et non quadratiquement comme les erreurs accidentelles. La formule $Y = \frac{Bf}{a}$ donne :

$$dY = \frac{f}{a} dB - \frac{Bf}{a^2} da,$$

c'est-à-dire :

$$\delta Y = \frac{f}{a} \delta B \pm \frac{Bf}{a^2} \delta a.$$

Il est donc possible d'associer deux à deux les points de contrôle, de façon à obtenir une série de systèmes de deux équations dont chacun détermine une valeur de δB et une valeur de δa et de prendre ensuite la moyenne de ces valeurs.

L'erreur sur Y résultant de l'erreur dB est :

$$d_1 Y = \frac{f}{a} dB.$$

L'erreur sur Y résultant de l'erreur da est :

$$d_2 Y = -\frac{Y}{a} da = \frac{f}{a} \times \left(-\frac{Y}{f} da\right).$$

Posons :

$$-\frac{Y}{f} da = d B' :$$

nous avons

$$d_2 Y = \frac{f}{a} d B' = \frac{Y}{B} d B'.$$

Nous pouvons donc considérer l'erreur da comme équivalente à une erreur de base $d B'$, variable avec l'éloignement Y et proportionnelle à cet éloignement. Cette remarque nous conduit à chercher une construction simple tenant compte de ce fait que l'erreur commise sur le rapport $\frac{B}{a}$ de l'expression $Y = \frac{Bf}{a}$ peut être considérée comme provenant d'une erreur commise sur la base B seule.

Reprenons la construction déjà indiquée. Supposons donc B et a parfaitement mesurés. Nous portons, à une échelle convenable, $S_1S_2 = B$ et $S_1 O_1 = f$, puis nous marquons le point p, sur la parallèle à S_1S_2 menée par O_1, en prenant $O_2 p = a$, nous traçons $S_1 p$ dont l'intersection avec S_2O_2 est q (fig. 142). Par q nous menons la parallèle à S_1S_2 et nous prenons son intersection C avec la droite S_1m_1, obtenue en joignant le point S_1 au point m_1 tel que $o_1m_1 = x_1$. Inversement, si nous connaissons le point C et si l'une des deux quantités a ou B est correctement mesurée, nous pouvons déterminer le point q. Supposons maintenant que B ne soit pas exactement connu et que a soit erroné d'une quantité δa constante, la construction inverse va nous donner le point q' et nous avons :

$$\frac{qq'}{\delta a} = \frac{Y}{f}$$

$$\frac{qq'}{s_2 q} = \frac{\delta a}{f} = \text{constante.}$$

Autrement dit, le lieu du point q' est une droite fixe, la droite $S_2\, q'$. Par conséquent, si pour tous les points de contrôle C nous mesurons les quantités $(a + \delta a)$, données par le stéréocomparateur, et si nous construi-

Fig. 142.

sons les points q' correspondants, tous ces points se trouveront, aux erreurs accidentelles tolérables près, sur une même droite. Nous pourrons donc tracer la droite $S_2\,O_2'$, passant au mieux par tous les points q', et c'est cette droite qui sera utilisée aux lieu et place de la droite S_2O_2 pour la construction des points à restituer. Si la restitution se fait au stéréoautographe, et non au stéréocomparateur, il suffira de régler initialement l'appareil de façon à lui donner la convergence ou la divergence déterminée par la construction ci-dessus.

CHAPITRE VII

LES PROCÉDÉS

But des procédés. — Nous avons déjà vu comment les mesures exécutées sur le terrain et les mesures faites au stéréocomparateur fournissaient les coordonnées des divers points du terrain, soit par le calcul, soit graphiquement.

Nous avons ensuite étudié l'influence des diverses imperfections instrumentales ou graphiques sur la précision du levé, et nous avons enfin indiqué comment il était possible d'éliminer les erreurs systématiques.

Toute cette étude nous fournit la *solution géométrique* du problème du levé par stéréorestitution. Il nous faut maintenant exploiter les résultats obtenus et rechercher la *solution topographique* du problème. Cette solution est donné par l'application raisonnée des méthodes qui ont pour but, comme en topographie classique, et suivant la définition du colonel Goulier, « de coordonner les procédés de levé de telle sorte que l'on puisse arriver, le plus sûrement et le plus rapidement possible, à obtenir le degré d'exactitude requis ».

Examinons donc tout d'abord quels sont les procédés de la stéréorestitution. Ils consistent à chercher à simplifier les opérations graphiques, en groupant systématiquement les points à déterminer dans certaines familles de plans particulièrement intéressants. Les intersections du terrain par les plans de groupement s'appellent des *profils*.

Profils d'égale parallaxe linéaire. — Nous avons déjà vu que ces profils jouissaient de deux propriétés importantes :

1° Tous les points M du terrain ayant même parallaxe linéaire sont contenus dans un même plan defront, parallèle à la base, et dont l'éloignement par rapport au plan vertical projetant la base est :

$$Y = \frac{Bf}{a};$$

2° La correction de réglage en hauteur est la même pour tous les points du plan de front de parallaxe constante.

Les traces de tels profils constituent sur le levé une famille de droites parallèles à la projection horizontale de la base.

Sur le cliché de gauche, ces profils ont comme image des courbes homothétiques des sections du terrain par les plans de front correspondants.

Par conséquent, lorsque nous voudrons explorer un profil d'égale parallaxe, nous ferons marquer au tambour T_a la valeur choisie a, nous pointerons stéréoscopiquement un point quelconque du profil en agissant convenablement sur les manivelles M_x et M_z et sur la vis de réglage en hauteur V. Ceci fait, nous laisserons T_a et V immobiles et nous n'aurons plus qu'à manœuvrer la manivelle des directions avec la main gauche et la manivelle des hauteurs avec la main droite, de façon que le repère mobile reste au contact du terrain.

Fig. 143.

Le choix d'un profil d'égale parallaxe linéaire est donc *avantageux au point de vue manœuvre* du stéréocomparateur, puisqu'il n'exige que le maniement de deux commandes sur quatre.

Notons, sur la coupe du terrain par le plan de front considéré, tous les points intéressants planimétriquement ou altimétriquement (intersection du plan de front et des routes, chemins, voies ferrées, cours d'eau, lignes de faîte, lignes de changement de pente, etc.). Arrêtons le repère mobile sur chacun de ces points et faisons, pour chacun d'eux, les lectures correspon-

dantes, sur l'échelle des x et l'échelle des z. Numérotons ces points et inscrivons sur un carnet, dit *carnet de coordonnées*, les numéros d'ordre des divers points du profil et leurs coordonnées x_1 et z_1.

Fixons, sur un agrandissement du cliché de gauche, une feuille de papier calque sur laquelle nous marquerons tous les points intéressants, en les numérotant dans chaque profil. C'est *le calque d'identification.*

Après achèvement de l'étude d'un profil, portons-en les résultats sur un *calque de construction*, ainsi qu'il a été expliqué précédemment et comme il est indiqué à la figure 143. Nous obtiendrons ainsi la position planimétrique de chaque point m dans le système d'axes s_1, X, Y, et sa dénivelée. Nous en déduirons l'altitude du point M :

altitude de M = altitude de s_1 + dénivelée.

Chaque point m est ensuite marqué à l'encre sur le calque de construction et repéré par deux chiffres, dont l'un indique son numéro d'identification et l'autre son altitude.

La parallaxe linéaire du profil considéré est également inscrite à l'encre à l'extrémité droite du profil.

Il est procédé de même pour les divers profils étudiés. Le calque de construction est ensuite superposé au plan du levé, sur lequel le point s_1 et la direction $s_1 x$ ont été reportés, d'après les mesures topographiques faites sur le terrain. Il ne reste plus alors qu'à piquer les points m du calque pour avoir des points cotés du levé.

Profils d'égale abscisse de cliché gauche. — Tous les points d'un profil d'égale abscisse sont contenus dans le plan vertical passant par l'extrémité gauche de la base et par la verticale d'abscisse x_1 considérée sur le cliché de gauche.

Les traces de tels profils constituent sur le levé une famille de droites rayonnant autour de la projection horizontale de l'extrémité gauche de la base.

Sur le cliché de gauche et sur le calque d'identification, ces profils sont représentés par une famille de droites parallèles à l'axe des z_1.

Pour explorer un profil d'égale abscisse, nous ferons marquer à l'échelle des directions l'abscisse choisie x_1, puis nous ne toucherons plus à la manivelle M_x. Nous agirons ensuite sur le tambour T_a, la manivelle M_z et la vis V, de façon à maintenir le repère mobile au contact du terrain et nous lirons pour chaque point intéressant les valeurs a et z_1 qui lui correspondent.

Nous marquerons ces points sur le calque d'identification, nous les numéroterons dans chaque profil et nous inscrirons les valeurs de a et z_1 sur le carnet de coordonnées.

Après achèvement de l'étude d'un profil d'égale abscisse, les projections m, m', etc. des divers points intéressants de ce profil sont obtenues,

ainsi que leurs dénivelées Z, Z′, etc., comme l'indique la figure 144, en appliquant la construction connue.

Chaque point m est marqué à l'encre ainsi que son numéro d'identification et sa cote.

L'abscisse x_1 du profil est inscrite à l'extrémité de celui-ci.

Le calque de construction ainsi établi pour les divers profils rayonnants est ensuite reporté sur la planchette de levé.

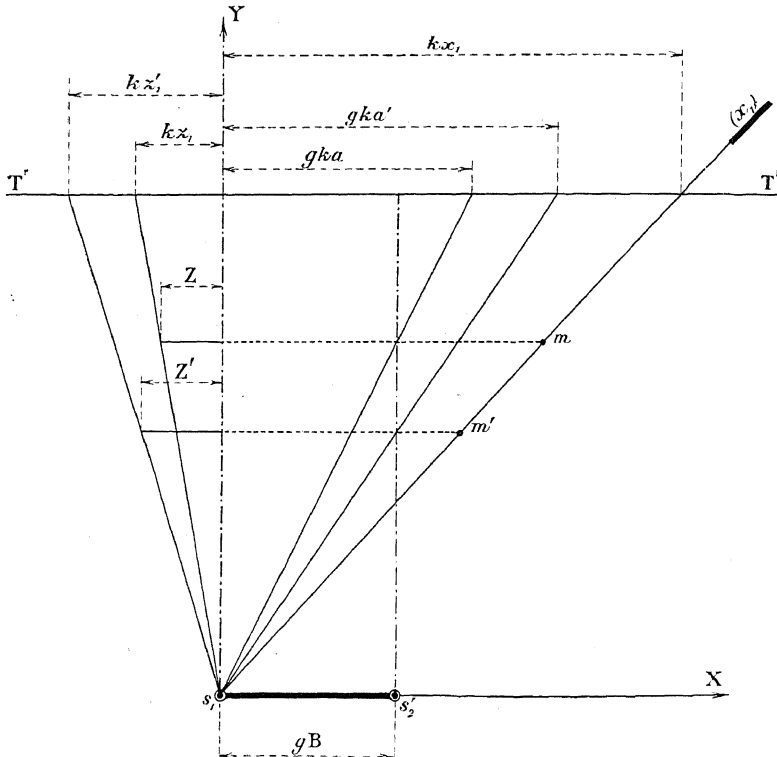



Fig. 144.

Profils d'égale cote de cliché gauche. — Tous les points d'un profil d'égale cote sont contenus dans le plan passant par l'extrémité gauche de la base et par l'horizontale de cote z_1 considérée sur le cliché de gauche.

Ces profils sont représentés sur le cliché de gauche et sur le calque d'identification par une famille de droites parallèles à l'axe des x_1.

A chacun de ces profils correspond sur le calque de construction une droite unique servant à la détermination des dénivelées.

Pour explorer un tel profil, nous ferons marquer à l'échelle des hauteurs la cote choisie z_1, puis nous ne toucherons plus à la manivelle M_z. Nous manœuvrerons ensuite la manivelle M_x, le tambour T_a et la vis V, de

façon à maintenir le repère mobile au contact du terrain. Nous lirons les valeurs de a et x_1 pour chaque point intéressant du profil, nous marquerons ces points sur le calque d'identification, nous les numéroterons, puis nous inscrirons les valeurs de a et de x_1 sur le carnet de coordonnées.

La position planimétrique des points m, m', etc. et leurs dénivelées Z, Z', etc. seront obtenues sur le calque de construction de la façon connue.

La cote du profil est inscrite à l'extrémité de la droite correspondante sur le calque de construction.

Les points m sont marqués à l'encre et reportés sur la planchette de levé comme précédemment.

Parmi les plans d'égale cote, celui qui passe par l'horizontale principale est un plan horizontal. Le profil correspondant est donc une *courbe de niveau.* Ce profil de cote $z_1 = 0$ est le seul profil d'égale cote qui jouisse de cette propriété.

La figure 145 montre que, pour un profil d'égale cote $z_1 \neq 0$, seuls les

Fig. 145.

points du profil qui ont même parallaxe ont également la même dénivelée. Ceci résulte, d'ailleurs, immédiatement de la formule $Z = z_1 \frac{Y}{f}$ qui montre que pour que deux points aient le même Z, lorsque $z_1 \neq 0$, il faut qu'ils aient le même Y, c'est-à-dire le même a, puisque $Y = \frac{Bf}{a}$.

Profils d'égale altitude. — Les trois espèces de profils considérés jusqu'ici sont intéressants, parce qu'ils conduisent à des constructions graphiques simples.

Dans les profils d'égale parallaxe linéaire, tous les points sont répartis sur une même parallèle à l'axe s_1X. La détermination d'un point n'exige que le tracé de deux droites, l'une donnant la position planimétrique, l'autre la dénivelée.

Dans les profils d'égale abscisse de cliché gauche, tous les points sont répartis sur un même rayon. La détermination d'un point exige le tracé de trois droites : deux pour la planimétrie, une pour l'altimétrie.

Dans les profils d'égale cote de cliché gauche, les points ne sont plus répartis sur une droite unique, mais toutes les dénivelées sont données par considération d'un seul rayon de dénivelées. La détermination planimétrique d'un point exige le tracé de trois droites et aucune construction supplémentaire n'est nécessaire pour l'altimétrie.

Tous ces profils sont intéressants à considérer, puisqu'ils n'exigent que la construction de trois droites au plus, alors que quatre sont nécessaires pour la détermination d'un point isolé quelconque.

Mais ces profils obligent à rechercher des points intéressants dans des plans arbitrairement fixés à l'avance et ne possédant, en général, aucun intérêt topographique spécial.

Les profils d'égale altitude sont, au contraire, particulièrement intéressants au point de vue topographique, puisqu'ils fournissent des *courbes de niveau*. Par contre, ces profils sont formés de points qui n'ont, en général, ni même parallaxe linéaire, ni même abscisse ou cote de cliché. Les constructions sont donc, en général, plus compliquées. Mais nous pouvons simplifier les constructions en utilisant la propriété énoncée au paragraphe précédent, à savoir que *les points d'égale cote de cliché et d'égale parallaxe linéaire ont même dénivelée.*

Donc, lorsque nous étudierons un profil d'égale parallaxe linéaire, nous en profiterons pour déterminer sur celui-ci les points de passage des diverses courbes de niveau. Pour cela, nous calculerons la valeur z_1 correspondant à chaque courbe de niveau considérée. Nous ferons marquer au stéréocomparateur les valeurs a et z_1, puis nous agirons sur la manivelle M_x et la vis V jusqu'à ce que le repère mobile arrive au contact du terrain.

Appelons H l'altitude de la courbe de niveau cherchée, H_1 l'altitude de l'extrémité gauche de la base, connue d'après les mesures effectuées sur le terrain (fig. 146).

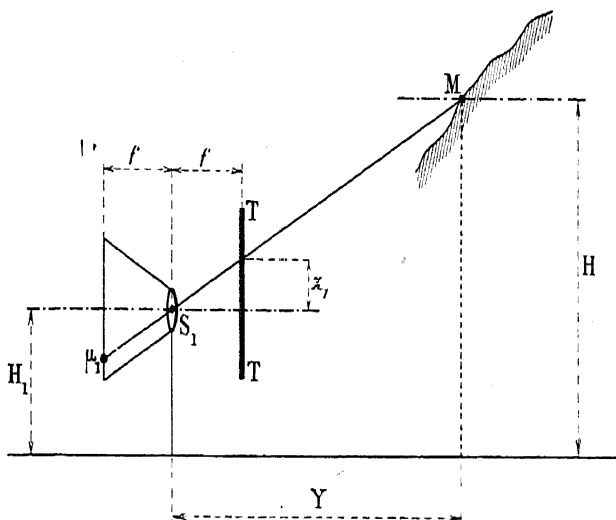



Fig. 146:

Nous avons, suivant que : $H > H_1$ ou $H < H_1$:

$$\frac{\pm (H - H_1)}{Y} = \frac{z_1}{f}$$

$$z_1 = \pm \frac{f}{Y} (H - H_1) = \pm \frac{a}{B} (H - H_1).$$

Cette formule donne la valeur de z_1 à faire marquer au stéréocomparateur pour le profil de parallaxe linéaire a considéré.

La construction des points correspondants, leur numérotage, leur inscription de cote, et leur report sur la planchette s'effectuent comme il a été dit à l'étude des profils d'égale parallaxe linéaire.

CHAPITRE VIII

LES MÉTHODES

I — EXPOSÉ DES MÉTHODES

Les procédés de détermination des coordonnées X, Y, Z ci-dessus exposés s'appliquant soit à des points isolés, soit à des points groupés par profils, conduisent immédiatement à envisager deux méthodes générales d'exploitation des clichés :

1° La méthode des points isolés;
2° La méthode des profils.

Méthode des points isolés. — L'opérateur choisit les points intéressants de la planimétrie et de l'altimétrie (croisées de routes et de chemins, ponts, limites de culture, de bois, extrémités d'alignements droits de routes ou limites de culture, sommets, cols, points remarquables des lignes de faîte, thalwegs ou lignes de changement de pente, lignes de plus grande pente, etc.) et détermine les coordonnées de ces points.

Pour appliquer cette méthode, il est commode, tout au moins pour la planimétrie, de suivre une ligne intéressante par vision monoculaire, en pointant avec le corps gauche du microscope d'observation sur le cliché gauche et en agissant sur les manivelles M_x et M_z. Le restituteur s'arrête sur chaque détail à représenter (carrefour, changement de direction, fin d'alignement droit, etc.), « fignole » son pointé, puis, regardant en vision binoculaire, il agit sur le tambour T_a et la vis V jusqu'à amener au mieux possible le repère mobile au contact du point considéré. Il est recommandable, dans cette opération, d'agir par *balancement*, c'est-à-dire de faire passer le repère d'avant en arrière et d'arrière en avant du point, par quantités de plus en plus petites, afin d'apprécier le contact avec la plus grande précision possible.

L'opérateur note alors les valeurs de a, x_1 et z_1, repère et numérote le point sur le calque d'identification et inscrit les nombres lus sur le carnet de coordonnées. Quand l'itinéraire choisi est parcouru, les points intéressants envisagés sont construits sur le calque de construction, puis reportés sur la planchette de levé. En s'aidant de ces points cotés et en examinant le terrain au stéréocomparateur, le restituteur dessine la projection horizontale de la ligne suivie.

Pour ce qui concerne les lignes caractéristiques de l'altimétrie, il est

préférable de les suivre par pointés binoculaires, en agissant sur les manivelles M_x, M_z et le tambour T_a, puis en actionnant de temps en temps la vis de réglage V, lorsque l'œil commence à éprouver de la difficulté à fusionner et que le repère mobile a tendance à se dédoubler.

L'opérateur s'arrête sur les détails caractéristiques de ces itinéraires, fignole ses pointés par balancement et exécute les mêmes opérations que précédemment pour arriver au tracé de la ligne parcourue.

Il est préférable, dans ce dernier cas, d'opérer en vision binoculaire, car il s'agit de choisir des points tels que des points de changement de pente, des cols, par exemple, dont l'emplacement exact est difficile à fixer en vision monoculaire.

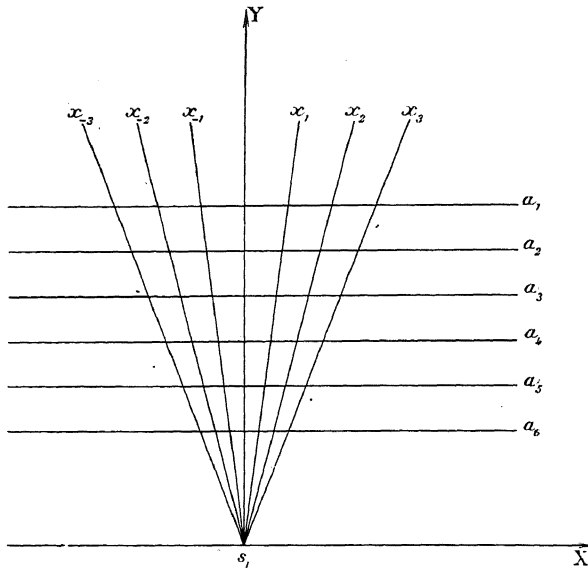
Au cours de la détermination des lignes caractéristiques du terrain, il convient de noter au passage les éléments de mise en place des points intéressants voisins de l'itinéraire suivi, en s'écartant un instant de cet itinéraire pour déterminer ces éléments, mais en y revenant aussitôt.

Le restituteur complète ensuite la représentation planimétrique du terrain en dessinant ce qu'il voit dans le microscope et en appuyant son dessin sur les points cotés qu'il a déterminés et qui jouent ainsi le rôle, en quelque sorte, de sommets d'un canevas de détails.

Pour ce qui est du figuré du terrain, ilconvient de remarquer que ce terrain étant décomposé en surfaces partielles de pente à peu près constante, le restituteur peut procéder maintenant par interpolations, déterminer les points à cotes rondes sur les lignes de faîte, de thalweg, de changement de pente et les lignes de plus grande pente et, par suite, tracer les courbes de niveau, en représentant de son mieux le modelé qu'il voit dans le microscope d'observation.

La méthode des points isolés a l'*avantage de fournir la projection horizontale et l'altitude des points vraiment caractéristiques du terrain*, mais, par contre, *elle entraîne des constructions très longues*, car la détermination de chaque point exige le tracéde quatre droites.

Méthode des profils. — Traçons sur la planchette de levé les profils d'égale parallaxe linéaire a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, etc. et les profils d'égale abscisse de cliché x_1, x_2, x_3... x_{-1}, x_{-2}, x_{-3}... etc. (fig. 147). Déterminons maintenant les altitudes des sommets de ce quadrillage. Pour déterminer ces altitudes, nous opérons par profils d'égale parallaxe successifs. A cet effet, nous ferons marquer a_1 au tambour T_a, puis nous agirons sur la manivelle M_x de façon à faire marquer x_1 sur l'échelle des x. Nous agirons ensuite sur la manivelle M_z et la vis V, pour amener au mieux possible le repère mobile au contact du terrain. Nous lirons alors la cote z_1 de cliché gauche sur l'échelle des z et nous en déduirons Z d'après la construction connue effectuée sur le calque de construction,

Si nous voulons déterminer des points intéressants situés à l'intérieur des mailles du quadrillage, nous devrons avoir recours à la méthode des points isolés.

Fig, 147.

Il est possible toutefois de simplifier les opérations. Considérons, en effet, un point M de parallaxe linéaire a. Il a comme images deux points homologues μ_1, μ_2 dont les coordonnées sur les clichés sont :

$$\mu_1 \quad x = x_1$$

$$\mu_2 \quad x = x_2$$

Soit maintenant un point M′ de parallaxe linéaire $a \quad \Delta a$. Ce point a comme images deux points homologues :

$$\mu_2' \ (x_2', z_2').$$

Pointons stéréocospiquement le point M. Les centres des réticules se projettent en I (x_1, y_1) et II (x_2, z_2). Ne touchons plus dès lors au tambour T_a pointons monoculairement sur le cliché de gauche et amenons l'image du point μ_1' dans le microscope à coïncider avec le centre du réticule. Dans cette opération, chaque repère a subi par rapport aux axes des clichés une trans-

lation dont les composantes sont $(x'_1 - x_1)$ et $(z'_1 - z_1)$. Les centres des réticules se projettent (fig. 148) en :

$$\text{I}' \begin{cases} x'_1 \\ z'_1 \end{cases}$$

$$\text{II}' \begin{cases} x_2 + (x'_1 - x_1) \\ z_2 + (z'_1 - z_1). \end{cases}$$

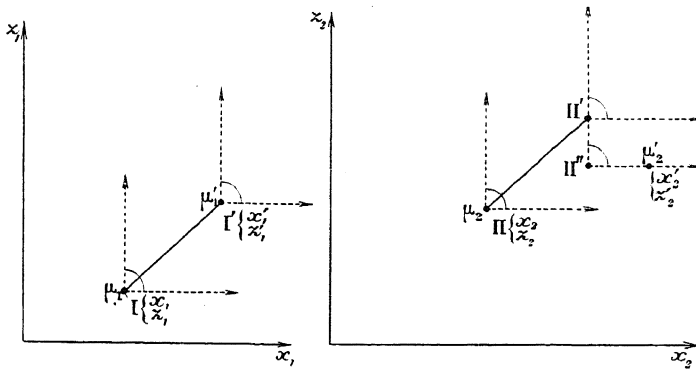



Fig. 148.

Pointons maintenant monoculairement sur le cliché de droite et agissons sur la vis de réglage V seule, de façon à amener l'axe horizontal du réticule à passer par l'image du point μ'_2. Le centre de ce réticule est alors en II″ de coordonnées :

$$\text{II}'' \; \{ x_2 + (x'_1 - x_1)$$

La longueur du segment II″ μ'_2 est :

$$\begin{aligned} \overline{\text{II}'\,\mu'_2} &= x'_2 - [x_2 + (x'_1 - x_1)] = \\ &= (x'_2 - x_2) - (x'_1 - x_1) = \\ &= (a + \Delta\, a) - a = \Delta\, a. \end{aligned}$$

Or, l'axe horizontal du réticule droit porte des graduations équidistantes permettant de mesurer la valeur de la différence de parallaxe linéaire $\Delta\, a$.

Cette manière d'opérer procure un gain de temps, car elle permet de déterminer les points intéressants voisins d'un profil donné d'égale parallaxe linéaire sans avoir à manœuvrer le tambour T_a. Il est toutefois moins précis que le procédé normal, car il met en œuvre la vision monoculaire qui donne des pointés moins précis que la vision binoculaire. Quoi qu'il en soit, ce procédé peut, dans certaines zones du levé et pour certains points particuliers, rendre des services : il permet en particulier d'augmenter dans ces zones l'écartement des profils d'égale parallaxe linéaire.

L'écartement de ces profils, ainsi que celui des profils d'égale abscisse de cliché gauche, sera réglé de façon que, dans la zone à restituer, les points obtenus aient une densité à peu près *uniforme* d'environ un *point par centimètre carré* sur le plan. Il en résulte qu'il faudra rapprocher les profils d'égale abscisse dans les régions éloignées de la base et les écarter dans les régions rapprochées.

La méthode des profils a comme inconvénients de fournir des points *arbitraires* du terrain qui, en général, ne sont intéressants ni au point de vue planimétrique, ni au point de vue altimétrique.

En outre, certains des sommets du quadrillage ne peuvent être utilisés, car ils correspondent à des *points non vus* sur l'un ou l'autre des clichés (angles morts, couverts du terrain, etc.).

Par contre, cette méthode a l'avantage de ne nécessiter, tout au moins pour les sommets du quadrillage, *aucun report* sur la planchette de levé et de n'entraîner, une fois le quadrillage tracé sur le calque de construction, que le *tracé d'une seule droite* pour déterminer la dénivelée.

Le restituteur achève enfin son travail en interpolant entre les points de l'espèce de canevas de détails ainsi mis en place, en dessinant les détails planimétriques et le figuré du terrain et en imitant au mieux possible l'aspect fourni par la vision stéréoscopique dans le microscope d'observation.

La méthode des profils n'est, en somme, que l'adaptation à la topographie par restitution stéréophotogrammétrique de la *méthode dite des « géomètres civils »* employée dans la topographie classique. Cette méthode consiste, en effet, à semer sur le terrain, à des intervalles à peu près égaux, quelles que soient les différences de richesse du modelé, des points dont on détermine les coordonnées et qu'on groupe ensuite deux à deux pour obtenir par interpolation les points à cote ronde permettant de tracer les courbes de niveau.

Cette identité de méthode conduit à envisager l'utilisation d'une méthode plus rationnelle, également employée en topographie classique pour la détermination des courbes de niveau, méthode imaginée par le *commandant du Génie Clerc* et dite *méthode du Génie militaire.*

Méthode du Génie militaire. — Rappelons que cette méthode consiste à déterminer directement, point par point, un certain nombre de courbes ou de fractions de courbes de niveau, limitant les zones de terrain où la pente est continue et permettant, par suite, de tracer les courbes intercalaires par interpolation.

Cette méthode a le double avantage d'être *rapide* et *précise.*

Elle est *rapide*, parce qu'elle n'oblige pas à faire des interpolations pour obtenir les points à cote ronde.

Elle est *précise*, car elle fournit ces points directement, alors que la

méthode des géomètres civils conduit à une interpolation entre des points arbitrairement choisis, interpolation qui suppose que la pente est régulière entre eux, ce qui est rarement le cas en topographie, des lignes de faîte, de thalweg ou de changement de pente pouvant passer entre les points considérés.

En outre, la méthode des géomètres civils conduit à une répartition uniforme des points cotés, alors que ces points peuvent sans inconvénient être largement écartés dans les terrains continus, et doivent être grandement resserrés dans les terrains coupés.

Enfin, la méthode du Génie militaire fournit des courbes de niveau non au bureau, mais sur le terrain même. L'opérateur a par suite constamment son modèle sous les yeux et il peut donc se rendre compte du nombre de points qui lui sont nécessaires pour représenter correctement une section horizontale, suivant la richesse du modelé. Il peut, en outre, déterminer sur place les zones de terrain dans lesquelles les pentes sont continues et tracer ainsi les courbes de niveau ou les fractions de courbes qui les limitent et entre lesquelles l'interpolation est justifiée.

Pouvons-nous adapter cette méthode à la topographie par restitution stéréophotogrammétrique et *filer des courbes de niveau*?

Nous avons déjà vu qu'il est assez facile de déterminer les points de passage des courbes de niveau sur les profils d'égale parallaxe linéaire (points d'égale parallaxe linéaire et de même cote de cliché gauche).

Nous pouvons donc calquer la méthode du Génie militaire et *filer des courbes de niveau* avec beaucoup de précision, en serrant convenablement les profils dans les terrains coupés et en les écartant dans les terrains continus.

Comparaison des trois méthodes. — Chacune des méthodes a ses avantages et ses inconvénients. Il ne saurait être question d'utiliser une seule d'entre elles à l'exclusion des deux autres.

La méthode des points isolés conduit à *des constructions nombreuses*, mais elle permet de *limiter le nombre de points cotés à déterminer* au minimum nécessaire à la bonne représentation du terrain. Elle s'applique aussi bien *aux lignes caractéristiques de la planimétrie qu'aux lignes caractéristiques de l'altimétrie.*

La méthode des profils conduit à des *constructions rapides*. Elle permet assez facilement, lorsque le quadrillage est complété par quelques points intermédiaires, le tracé à vue *des caractéristiques de la planimétrie*. Malheureusement elle est, en général, complètement *indépendante du terrain ;* elle oblige, par suite, à recourir à des *points intermédiaires nombreux* pour le tracé des *caractéristiques de l'altimétrie* et pour la *justification des interpolations.*

La méthode du Génie militaire est la plus rationnelle de toutes pour le

tracé du figuré du terrain. Elle est, par contre, en général *indépendante de la planimétrie* et ne fournit que les points intéressants contenus dans les profils utilisés.

L'application des ces méthodes *dépend donc essentiellement du terrain.* Elle est, en outre, *fonction de l'échelle,* car l'interpolation suivant une ligne suppose que celle-ci s'applique suffisamment bien sur le terrain pour que l'écart planimétrique entre la projection horizontale du point interpolé et la projection du point du sol de même cote, dans le cylindre projetant la ligne, soit inférieur à l'erreur graphique tolérée à l'échelle du levé.

L'adoption d'une méthode est donc une question d'espèce; le dosage des points cotés, le choix de leurs emplacements, la recherche des profils les plus intéressants sont des opérations délicates qui exigent une *longue expérience* et un *sens du terrain* très développé. Seules ces qualités permettront d'obtenir le maximum de résultats dans le minimum de temps. Il *est donc indispensable que le restituteur soit un topographe habile,* rompu aux méthodes et aux procédés classiques de levés. Un tel opérateur, aidé d'ailleurs par la vision stéréoscopique du paysage, qui donne à celui-ci un relief saisissant, saura découvrir les mouvements généraux du terrain qui fixent sa *physionomie propre* et les mouvements secondaires qui lui donnent sa *richesse de modelé.* Il saura saisir le caractère de chaque terrain, fonction de la phase du travail d'érosion, et pourra, par suite, le représenter au mieux avec son allure propre; il saura découvrir l'enveloppe polyédrique de ce terrain, si chère aux topographes classiques, et tracer ses courbes de niveau de façon à accentuer son expression, au risque d'obtenir une représentation quelque peu déformée et caricaturale, mais plus proche de la vérité que les représentations molles à courbes équidistantes et arrondies, monotones et sans caractère, que tracent les débutants inexpérimentés (1). Il est utile, sinon indispensable, que la restitution soit faite par le topographe qui a pris les clichés, afin que celui-ci puisse profiter de la connaissance qu'il a déjà du terrain du levé et tirer le meilleur parti possible de l'image stéréoscopique et, à ce sujet, nous partageons entièrement l'opinion de M. Deville :

« Un topographe a rarement à déployer plus de savoir-faire et d'habileté que quand il fait usage de la photographie, il lui faut non seulement l'expérience, mais encore l'ensemble des qualités qui font un topographe accompli (2). »

(1) Cette représentation un peu « stylisée » de la nature, qui jouit aujourd'hui d'une certaine vogue dans les arts décoratifs, n'est plus guère admise par les topographes qui travaillent aux grandes échelles. Ceux-ci ne cherchent plus à faire une image du terrain facilement reconnaissable, mais ils s'efforcent de le représenter avec le maximum de vérité, afin que les ingénieurs puissent trouver dans la carte un document précis, leur permettant d'étudier des avant-projets avec une approximation première aussi grande que possible. Il en résulte que les partisans de la mise du terrain en « caisse d'emballage » voient leur nombre décroître peu à peu.

(2) *Photographic Surveying, including the elements of descriptive geometry and perspective,* — Préface

II — COMPARAISON DES LEVÉS CLASSIQUES ET DES LEVÉS PAR RESTITUTION STÉRÉOPHOTOGRAMMÉTRIQUE

Canevas. — Les méthodes employées pour les levés par restitution stéréophotogrammétrique sont calquées sur les méthodes de la topographie classique.

Dans la topographie classique, le levé d'une zone de terrain de grande étendue comporte les opérations suivantes :

1° Établissement d'un *canevas d'ensemble* qui a pour but :

a) de servir d'appui au canevas de détails,

b) de permettre la réunion des levés fragmentaires exécutés à l'intérieur du canevas d'ensemble par divers opérateurs;

2° Établissement d'un *canevas de détails* qui a pour but de servir d'appui au levé des détails et qui doit serrer le plus près possible tous les détails intéressants;

3° Exécution du *levé des détails* qui a pour but de déterminer la position planimétrique des détails et de représenter le figuré du terrain.

Cette division du travail topographique résulte du fait que les instruments utilisables sur le terrain doivent être simples, robustes et de faible poids. Ces caractéristiques conduisent à des instruments de précision limitée et de faible portée. Il en résulte que la détermination des points entraîne des opérations successives dans lesquelles les erreurs s'ajoutent. Il est donc nécessaire de limiter le nombre de ces opérations successives et de se réserver des vérifications de fermeture sur des points suffisamment corrects. Le levé des détails doit donc s'appuyer sur un canevas de détails.

La détermination de ce canevas nécessite des instruments plus précis, plus délicats et plus encombrants. Ceux-ci ont également des possibilités d'emploi limitées, ce qui entraîne la nécessité de s'appuyer sur un canevas plus précis, le canevas d'ensemble.

La construction de ce canevas exige des instruments encore plus compliqués, mais les points en sont peu nombreux.

Cette méthode présente les avantages suivants :

1° La *précision du levé est homogène* dans toutes ses parties, car les points éloignés ne sont pas déterminés par un enchaînement d'opérations successives trop nombreuses;

2° La *vitesse d'exécution* est accrue, car les différentes parties sont levées par des opérations indépendantes, ce qui permet d'utiliser des instruments de précision modérée, donc d'emploi rapide. Ceci permet également de répartir la tâche entre plusieurs opérateurs.

Dans les levés par restitution stéréophotogrammétrique, les données

topographiques fournies par une paire de clichés sont rattachées à une base, la base de prise de vues. Il est donc indispensable de situer exactement cette base sur la feuille de dessin, c'est-à-dire de la rattacher à un canevas d'ensemble. Il est de même nécessaire que les divers levés partiels correspondant aux diverses bases soient concordants. De plus, il est indispensable d'appuyer chaque levé partiel sur des *points de contrôle*, afin de pouvoir tenir compte des petites erreurs systématiques qui subsistent toujours. *Le but du canevas d'ensemble est donc le même qu'en topographie classique :*

1° Assurer l'exactitude de l'ensemble du levé;

2° Permettre le raccordement des levés partiels.

Ce canevas d'ensemble permet donc :

1° De situer exactement la base dans le cadre du levé d'ensemble et de corriger les erreurs de mesures faites sur le terrain dans les éléments de cette base (orientation, longueur, inclinaison);

2° De rattacher correctement à cette base corrigée les détails topographiques donnés par la paire de clichés exploitée.

Le canevas d'ensemble sera donc constitué par :

— les points géodésiques de la région à lever;

— les repères du Nivellement général de la France compris dans la région;

— les points des *triangulations complémentaires* à effectuer lorsque la densité des points précédents est trop faible;

— les cheminements reliant les bases aux divers points ci-dessus;

— les extrémités des bases;

— les points de contrôle;

— les cheminements reliant le levé aux repères du Nivellement général de la France qui, en général, sont distincts des points géodésiques.

Les points géodésiques, les repères du Nivellement général et les sommets des triangulations complémentaires seront répartis à peu près régulièrement sur l'étendue du levé, leur densité variant suivant la nature du terrain.

Dans les levés topographiques classiques de topographie générale, qui se divisent en deux classes :

1° les *levés réguliers* au 1/5 000e ou 1/10 000e en terrain moyennement accidenté (pente moyenne inférieure à 1/10),

2° les *levés expédiés* au 1/10 000e ou 1/20 000e en terrain accidenté (pente moyenne supérieure à 1/10),

l'espacement des points ci-dessus devrait être environ :

2 000 mètres pour les levés réguliers au 1/5 000
3 000 mètres pour les levés réguliers au 1/10 000
500 mètres pour les levés expédiés au 1/10 000
1 000 mètres pour les levés expédiés au 1/20 000.

Pratiquement, dans l'établissement des *plans directeurs* au 1/10 000e et au 1/20 000e, cette densité, par suite de diverses raisons (points géodésiques disparus, manque de temps, etc.) n'a pas été atteinte et l'on s'est contenté d'*un point par lieue carrée environ*. Cette dernière densité est, en général, suffisante pour les levés par restitution au stéréocomparateur.

Rôle des points de contrôle. — Les points de contrôle permettent d'éliminer les erreurs systématiques commises à la prise de vue et provenant des deux causes suivants [1] :

1° *Erreurs instrumentales :*

a) Le plan du cadre d'appui des clichés n'est pas parallèle au plan décrit par l'axe optique de la lunette;

b) L'axe vertical du cliché n'est pas parfaitement vertical lorsque le photothéodolite est calé;

c) L'axe vertical du cliché ne passe pas par le point principal.

2° *Erreurs topographiques :*

a) L'extrémité gauche de la base étant supposée correctement déterminée, l'azimut de la base est erroné;

b) La pente de la base n'est pas correctement mesurée;

c) La longueur de la base est erronée.

Or, le stéréocomparateur permet d'exploiter des clichés verticaux quelconques (pourvu que la convergence soit inférieure à 5°) et permet les corrections qui affectent la base. La seule chose qu'il ne peut corriger, c'est le manque de verticalité des plaques.

Nous devons donc agir sur six paramètres. Il nous faut donc au moins *deux points de contrôle par paire de clichés.*

Lorsque tous les réglages ont été effectués à l'aide des points de contrôle, la base est correctement placée par rapport au canevas d'ensemble et les points restitués sont correctement placés par rapport à la base.

Différences entre les méthodes classiques et les méthodes de stéréorestitution. — Il résulte du fait que la restitution s'opère par rapport à la base, et non par rapport à un canevas, que le canevas de détails n'a pas de raison d'être et que *le levé des détails suit immédiatement le levé du canevas d'ensemble*; c'est là une *première différence* avec la topographie classique.

Cette différence n'est pas la seule, il en est une *seconde* qui ne doit pas être perdue de vue lorsqu'on compare les deux méthodes de levés.

(1) Nous supposons que la distance principale est parfaitement connue et que le calage du photothéodolite est fait avec grand soin.

Dans les levés par restitution stéréophotogrammétrique, les points de détails sont, en dernière analyse, rattachés aux bases par le *procédé de l'intersection*.

Dans les levés classiques, le canevas d'ensemble est levé par *intersection trigonométrique* ou par *triangulation graphique*, suivant l'étendue du terrain; le canevas de détails est levé par *cheminement magnétique* (levés réguliers) ou par *cheminement et relèvement magnétiques* (levés expédiés); les détails sont levés par *rayonnement*.

Dans les levés n'utilisant que le procédé de l'intersection, les points éloignés de la base sont déterminés directement, et, par suite, leur *position absolue* par rapport à la base est entachée d'erreurs peu considérables si les angles d'intersection sont mesurés correctement avec l'approximation requise. Par contre, deux points voisins du terrain sont déterminés indépendamment l'un de l'autre et, par suite, leur position absolue peut être convenable, mais leur position *relative* peu satisfaisante.

C'est ainsi qu'un carré $m n p q$, éloigné de la base, pourra être représenté par un quadrilatère quelconque $m\ n'\ p'\ q'$, quoique les erreurs individuelles

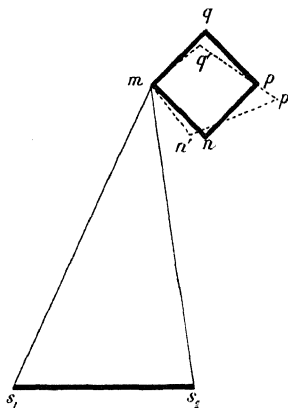



Fig. 149.

$n n'$, $p p'$, $q q'$ soient tolérables (fig. 149). Ce fait est assez grave et peut conduire, dans certains cas défavorables, à des *inversions de relief*.

Dans les levés utilisant le procédé du cheminement, les sommets du cheminement sont déterminés par une suite d'opérations successives comportant des mesures d'angles et des mesures de longueurs. Les erreurs vont donc en s'ajoutant et, par conséquent, les points éloignés de la base risquent d'être entachés d'erreurs assez considérables dans leur *position absolue*. Par contre, les points voisins du terrain sont reliés entre eux par des mesurages directs; il s'ensuit que leur *position relative* est correcte. Le carré $m\ n\ p\ q$

précédemment considéré sera représenté comme un carré, mais son sommet m pourra être assez notablement inexact.

Le procédé du cheminement conduit donc à une *représentation correcte partie par partie avec incorrection de la représentation d'ensemble.*

Le prodédé de l'intersection donne, au contraire, la *correction de l'ensemble*, mais une *précision médiocre dans chaque partie.*

Pour bien marquer la différence essentielle des deux procédés, nous ne saurions mieux faire que de citer le colonel Goulier : « On fera mieux comprendre les avantages et les dangers des cheminements par l'exemple suivant : Supposons un dessin exécuté sur une feuille de papier invariable et que nous considérons comme une représentation correcte du terrain. Exécutons un calque identique à ce dessin sur une feuille de papier transparent bien tendue, ce calque sera, comme l'original, bien exact. Maintenant, détendons la feuille de papier transparent, mouillons-la irrégulièrement et laissons-la sécher librement. Après la dessication qui produira des retraits inégaux, le dessin de ce calque se déformera de telle sorte qu'on ne pourra accorder, avec celles de l'original, qu'à plusieurs millimètres près, les positions relatives de points situés vers les extrémités du dessin; et cependant on pourra faire coïncider sans erreur appréciable, c'est-à-dire à moins de 1 dixième de millimètre près, tous les détails compris dans chaque surface d'un petit nombre de centimètres carrés; de même dans un levé par cheminement, on peut avoir à la fois des inexactitudes insensibles dans chacune de ses parties et des erreurs notables et parfois inadmissibles sur l'ensemble [1]. »

Cette distinction est essentielle et il est indispensable de la garder présente à l'esprit lorsqu'on compare la valeur relative des deux méthodes de levé : la méthode classique et la méthode par restitution stéréophotogrammétrique.

Remarquons que, pour que le point m soit bien déterminé par intersection, il faut que les deux droites $s_1\, m$ et $s_2\, m$ se coupent sous un angle assez grand. Si l'une des droites est entachée dans sa direction d'une erreur angulaire ε, le point m viendra en m' et le déplacement $m\, m'$ sera d'autant plus grand que l'angle $\widehat{s_1\, m\, s_2}$ sera plus petit. Pour une direction $s_1\, m$ correcte et une erreur angulaire constante ε, ce déplacement est minimum lorsque l'angle m est droit. En effet, si $m'p$ est perpendiculaire à $s_2\, m$ (fig. 150) :

$$m'\,p = m\,m' \sin m$$
$$m'\,p = m's_2 \times \varepsilon,$$

d'où :

$$m\,m' = \frac{m's_2 \times \varepsilon}{\sin m}$$

(1) *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 28, page 300.

Mais

$$\frac{m' s_2}{\sin \alpha} \quad \frac{B}{\sin m}$$

au deuxième ordre près.

Donc :

$$m\,m' = \frac{B\,\varepsilon \sin \alpha}{\sin^2 m} = \frac{C^{te}}{\sin^2}$$

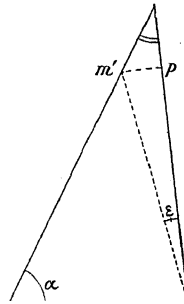



Fig. 150.

Pratiquement, dans la topographie classique, il est admis que l'angle m ne doit pas descendre au-dessous de 30 grades. Il en résulte que l'intersection convient surtout au levé du canevas d'ensemble qui permet l'emploi de grandes bases.

Dans la topographie par restitution par stéréophotogrammétrie, les bases sont, au contraire, comme nous l'avons déjà vu, relativement courtes. Par contre, les mesures de parallaxes angulaires sont très précises, par suite de la précision du pointé stéréoscopique. Ce fait permet, malgré la petitesse des bases, d'avoir des intersections convenables sous de petits angles, *ce qui rend possible le levé des détails à grande distance de la base.* C'est là une *troisième différence* entre les deux méthodes de levés.

Enfin, il faut encore signaler qu'en topographie classique, une intersection m, obtenue à l'aide d'une base $s_1 s_2$, est toujours vérifiée à l'aide d'une troisième visée faite d'un point s_3 (fig. 151).

La topographie par restitution au stéréocomparateur *ne permet pas de faire cette vérification* (1), ce qui constitue une *quatrième différence* entre les deux méthodes.

(1) Tout au moins dans le cas général, car la zone restituée à l'aide d'une paire de clichés chevauche toujours plus ou moins les zones voisines, ce qui permet des vérifications.

Conclusion. — Nous voyons donc, en résumé, qu'en stéréophotogrammétrie, si nous utilisons simplement le stéréocomparateur comme instrument de mesure, sans le jumeler avec l'autographe :

1° Le levé des détails suit immédiatement l'établissement du canevas d'ensemble;

2° La position de tous les points est déterminée par intersection uniquement et jamais par cheminement comme en topographie classique; il n'y a plus d'opérations enchaînées assurant des représentations relatives correctes, mais seulement des déterminations de positions absolues. Il est donc nécessaire, pour obtenir des erreurs relatives admissibles, d'obtenir des précisions très grandes pour les positions absolues, ce qui devient de plus en plus difficile, au fur et à mesure qu'augmente la distance à la base, d'où nécessité de limiter le levé en profondeur;

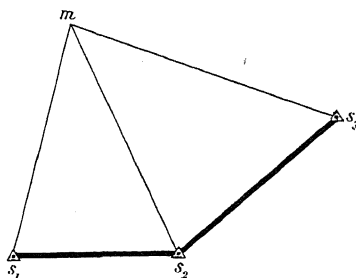



Fig. 151.

3° Les bases peuvent être beaucoup plus petites qu'en topographie classique;

4° Il n'est pas toujours possible, en général, d'avoir des vérifications.

Les méthodes topographiques classiques et les méthodes stéréophotogrammétriques ont donc chacune leurs avantages et leurs inconvénients; elles ont chacune leurs limites propres d'utilisation des divers procédés topographiques. Il importe de tenir compte de ces faits, de les discuter pour chaque cas particulier, afin de faire choix des méthodes les plus convenables à employer et de ne pas chercher à faire rendre à la stéréophotogrammétrie plus qu'elle ne peut donner.

Tout ce que nous venons de dire s'applique au cas où la restitution est effectuée au stéréocomparateur. Si nous utilisons l'autographe, nous n'avons plus à considérer le choix des profils ni des méthodes. Dès que les clichés ont été convenablement placés et l'appareil convenablement réglé à l'aide des points de contrôle, l'opérateur trace directement et d'un mouvement continu les lignes de la planimétrie et les courbes de niveau. Il peut, de place en place, déterminer quelques points cotés isolés (cols, signaux, etc.) et,

au besoin, se constituer quelques éléments de canevas de détails, à l'aide de pointés, réitérés et soignés par balancement de la mire, de quelques points particulièrement intéressants, le crayon traceur étant relevé. Ce canevas permet de vérifier les tracés continus dans lesquels les pointés se font sans balancement; il évite que des erreurs systématiques puissent être commises et aillent en s'ajoutant sans pouvoir être décelées.

Le restituteur à l'autographe n'a plus à interpréter le terrain : il y promène sa mire au contact des lignes planimétriques ou des courbes de niveau, et en enregistre fidèlement tous les déplacements; le tracé correct s'effectue automatiquement d'une façon précise, sans risquer d'être amolli par un débutant, ni caricaturé par un professionnel. Une seule qualité est exigée du restituteur : une bonne acuité stéréoscopique : il n'a plus besoin d'être un topographe exercé et cela justifie le titre de notre ouvrage : *La topographie sans topographes.*

CHAPITRE IX

LES RÉSULTATS [1]

Surface couverte. — Appelons Y_M l'éloignement maximum et Y_m l'éloignement minimum des points restituables, D et d la longueur couverte dans les plans de front correspondants.

Nous avons (fig. 152) :

$$\frac{2p}{f} \quad \frac{18 \text{ cm}}{19 \text{ cm}} = 0{,}95$$

$$\frac{D}{Y_M} : = 1 \text{ environ.}$$

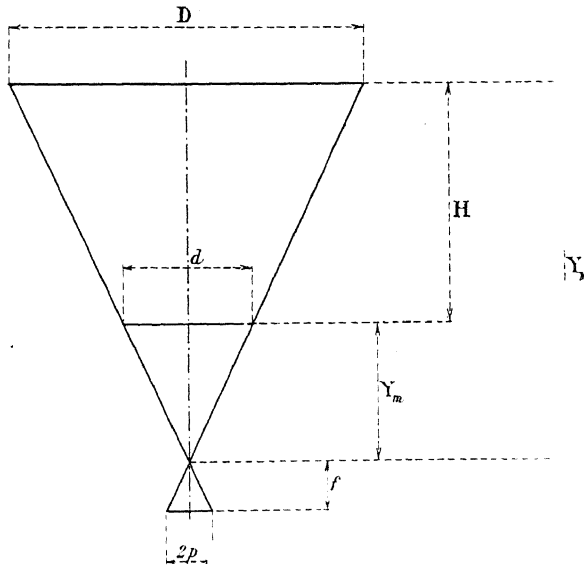



Fig. 152.

Pour une base de 750 m et une distance Y_M de 7 500 m à l'échelle du 1/10 000e, la surface couverte par un cliché est un trapèze dont les bases et la hauteur sont :

$$D = 7\,500 \text{ m}$$
$$d = 3\,000 \text{ m}$$
$$H = 4\,500 \text{ m},$$

(1) Ce chapitre contient de nombreux renseignements d'expérience que l'auteur a pu recueillir auprès de MM. les colonels Talon et Vavon qui, par une longue pratique à la Société française de Stéréotopographie, ont su mettre au point en France les méthodes topographiques nouvelles créées par le colonel Laussedat. L'auteur tient à les remercier ici de leur grande obligeance et les prie d'agréer sa bien sincère reconnaissance.

soit une surface :

$$S = 2\,360 \text{ hectares.}$$

La surface commune aux deux clichés est un trapèze dont les dimensions et la surface sont (fig. 153) :

$$D = 7\,500 - 750 = 6750 \text{ m}$$
$$d = 3\,000 - 750 = 2\,250 \text{ m}$$
$$H = 4\,500 \text{ m}$$
$$S = 2\,025 \text{ hectares.}$$

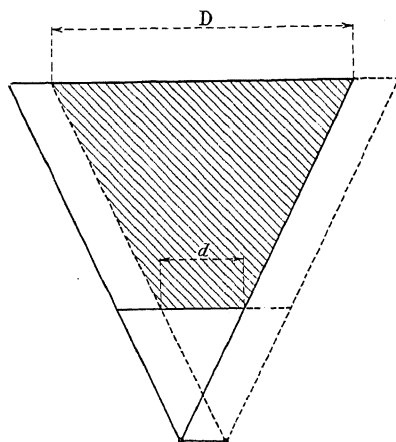



Fig. 153.

Le cas envisagé ci-dessus est le cas limite. Supposons que nous n'opérions que jusqu'à 3 750 m avec une base de 375 m. Nous aurons :

$$Y_M = 3\,750 \text{ m}$$
$$Y_m = 1\,500 \text{ m}$$
$$H = 2\,250 \text{ m}$$
$$D = 3\,750 \text{ m}$$
$$d = 1\,500 \text{ m,}$$

soit une surface couverte

$$S = 590 \text{ hectares.}$$

La surface commune aux deux clichés sera telle que :

$$D = 3\,375 \text{ m}$$
$$d = 1\,125 \text{ m}$$
$$H = 2\,250 \text{ m}$$
$$S = 506 \text{ hectares.}$$

Nous aurons donc, en gros, une surface couverte S par paire de clichés telle que :

Échelle 1/10000	$Y_M = 7\,500$ m, $Y_m = 3000$ m	S = 2000 hectares
	$Y_M = 3750$ m, $Y_m = 1\,500$ m	S = 500 hectares
Échelle 1/20000	$Y_M = 15\,000$ m, $Y_m = 6000$ m	S = 8000 hectares
	$Y_M = 7\,500$ m, $Y_m = 3000$ m	S = 2000 hectares

Ces chiffres sont évidemment purement théoriques et ils sont susceptibles de varier énormément avec la nature du terrain et les emplacements possibles des bases stéréophotogrammétriques. Ce sont des maxima jamais atteints dans la pratique, car ils supposeraient un terrain idéal où rien n'échapperait à l'objectif dans toute la zone commune aux deux clichés. Ce cas ne se rencontre naturellement jamais. Lorsque le photographe opère en haute montagne, il cherche à placer ses bases sur les parties culminantes, afin de dominer le plus possible le terrain à lever, particulièrement lorsque celui-ci comprend des sommets plats ou mollement arrondis, pour lesquels le restituteur pourrait confondre la crête apparente et la crête réelle. Dans de tels cas, les stations photographiques possibles sont peu nombreuses; elles peuvent être telles que les points les plus éloignés soient en deçà de la limite de portée ou telles que des pentes abruptes, des falaises rocheuses fassent que les premiers plans soient au-delà de la distance minimum de restitution. Dans d'autres cas, l'opérateur aura à lever de longues vallées dont il devra prendre les versants de face, afin que tous les mouvements secondaires, lignes de faîte ou thalwegs, soient pris avec le maximum de netteté et ne donnent pas naissance à des angles morts. Dans ce cas, la zone photographiée sera moins profonde que la profondeur théorique ($Y_M - Y_m$). Pour de tels terrains les fonds de vallées sont, en général, en angle mort : il faut donc prendre également des vues d'enfilade, c'est-à-dire choisir des bases normales au thalweg, donc limiter latéralement les zones restituables. Dans d'autres cas, particulièrement en montagne, le terrain ne permettra pas de choisir des bases suffisamment grandes pour atteindre les portées limites. Enfin, il est souvent difficile, en dehors des pays de montagne, de trouver des atmosphères suffisamment transparentes pour permettre une excellente visibilité des détails à la limite de portée de restitution.

Pour toutes ces raisons, nous ne saurions tabler sur les surfaces couvertes théoriques. Donnons donc quelques résultats pratiques d'expérience :

Dans le massif du Dachstein, levé au 1/20000^e par la « Stereographik » de Vienne, la surface couverte était de 1030 hectares par base, dans un

terrain « peu favorable, à cause de la prédominance des hauts plateaux avec peu de points culminants, ce qui obligeait, par conséquent, à multiplier les stations [1]. »

Dans les levés du Tyrol au 1/25000e, effectués en 1913 par l'Institut géographique militaire autrichien, le rendement moyen de chaque base a été de 1 000 hectares.

Dans un levé au 1/20000e au nord-est d'Annecy, le rendement moyen d'une base a été de 700 hectares.

Une seule base, au Brévent, a permis de lever au 1/20000e le versant est de la vallée de Chamonix jusqu'aux crêtes du Mont Blanc, sur une surface de plus de 3000 hectares, les points les plus éloignés étant à près de 15 km de la base.

Rendement. — Le rendement est excessivement variable avec le terrain, suivant les difficultés de parcours de ce terrain, et suivant ses formes qui forcent à plus ou moins multiplier les stations. Nous ne saurions, ici encore, donner des chiffres moyens, mais seulement citer des résultats d'expérience :

Dans le levé du Tyrol au 1/20000e, l'Institut géographique militaire autrichien a obtenu, de 1909 à 1912, une moyenne de 1 000 hectares par jour et par opérateur sur le terrain.

Le levé du Dachstein au 1/20000e a été effectué en trente jours et a exigé trente-cinq bases pour une surface de 36200 hectares.

Les levés au 1/20 000e des Alpes ne se font guère qu'à l'allure d'une base par jour, en moyenne, couvrant de 300 à 600 hectares.

En dehors des opérations sur le terrain, il faut tenir compte de la restitution au bureau. Pour ce travail, effectué par une équipe de deux restituteurs, opérant huit heures par jour, le rendement journalier moyen est de :

— 50 à 70 hectares à l'échelle du 1/10000e, pour les terrains moyennement accidentés;

— 250 à 300 hectares à l'échelle du 1/20 000e pour la haute montagne.

Il convient, à propos de cette question du rendement, de citer un résultat expérimental qui, traduit sous forme numérique, met en lumière d'une façon assez frappante la supériorité de la méthode stéréoautogrammétrique sur les méthodes topographiques classiques : la vitesse de tracé d'une courbe de niveau à l'autographe, pour une restitution au 1/10000e et pour le centre du levé, est, pour un opérateur moyennement exercé, exploitant une bonne paire de clichés, d'environ 3 mm à la seconde, ce qui correspond sur le terrain à une vitesse de 108 km à l'heure. Le topographe classique qui filera avec précision une courbe de niveau à cette allure n'est pas encore né!

(1) *Revue générale des Sciences, 30 mars 1914.* La stéréoautogrammétrie, par Paul Corbin, page 245.

Pour apprécier l'ordre de grandeur de ces résultats, il faut considérer qu'un bon topographe classique, opérant au 1/20 000e à la planchette dans les Alpes, n'obtient pas un rendement de 1 000 hectares par mois, soit moins de 30 hectares par jour de travail effectif.

Il convient, en outre, de ne pas oublier que certaines parties du terrain sont en angle mort et doivent être levées par les procédés classiques. Si les bases ont été judicieusement choisies, les zones non restituées sont de faible étendue et atteignent, en moyenne, le dixième de la surface totale représentée. Il faut d'ailleurs remarquer encore que le topographe doit, après achèvement de la restitution, retourner sur le terrain, non seulement pour boucher les « trous », mais pour vérifier et compléter le levé, voir si des levées de terre n'ont pas été prises pour des chemins, des baraquements provisoires pour des constructions définitives, etc., indiquer par les signes conventionnels convenables les détails à représenter, inscrire le nom des localités, etc.

Quoi qu'il en soit, nous voyons, d'après les quelques chiffres qui précèdent, que la méthode de levé par restitution stéréoautogrammétrique, compte tenu de toutes les opérations qu'elle exige, est d'un rendement bien supérieur à celui de la méthode topographique classique des levés réguliers au 1/10 000e ou au 1/20 000e.

En outre, il ne faut pas oublier que, si le photographe, comme le topographe classique d'ailleurs, ne peut opérer que peu de jours dans l'année, le restituteur, lui, travaille au bureau en toute saison et n'est jamais arrêté par les intempéries. La stéréophotogrammétrie permet donc, en séjournant le moins possible sur le terrain, de rassembler les données suffisantes pour la représentation topographique de zones de terrain très étendues : c'est là un avantage considérable pour les levés militaires et pour les levés en haute montagne.

Pour apprécier le grand rendement de la méthode stéréophotogrammétrique, nous reproduisons (fig. 154) une réduction au 1/4000e d'un levé au 1/1 000e effectué par la « Stereographik », réduction empruntée à la *Revue générale des Sciences* du 30 mars 1914.

Ce levé représente le lac de Pormenaz (Haute-Savoie) et ne comporte aucune planimétrie. Il a été exécuté en exploitant les clichés pris aux extrémités de trois bases représentées sur la figure, ainsi que le champ des clichés gauches de chaque station. Les courbes de niveau sont tracées de mètre en mètre jusqu'à la cote + 20. Les opérations sur le terrain ont duré une demi-journée et la restitution a demandé vingt-trois heures. Quel temps aurait mis un excellent topographe classique pour effectuer un tel travail avec une aussi grande richesse de modelé?

Économie. — Il est difficile de chiffrer exactement le prix de revient à l'hectare des levés classiques et des levés stéréophotogrammétriques, prix qui varie, d'ailleurs, énormément suivant la *nature du terrain*.

Le prix des levés stéréophotogrammétriques est d'autant plus faible que le rendement des bases est plus considérable, c'est-à-dire que les distances maxima de restitution sont plus grandes et que les zones en angle mort sont plus faibles. Il est donc, toutes choses égales d'ailleurs, plus faible en haute montagne qu'en pays peu accidenté.

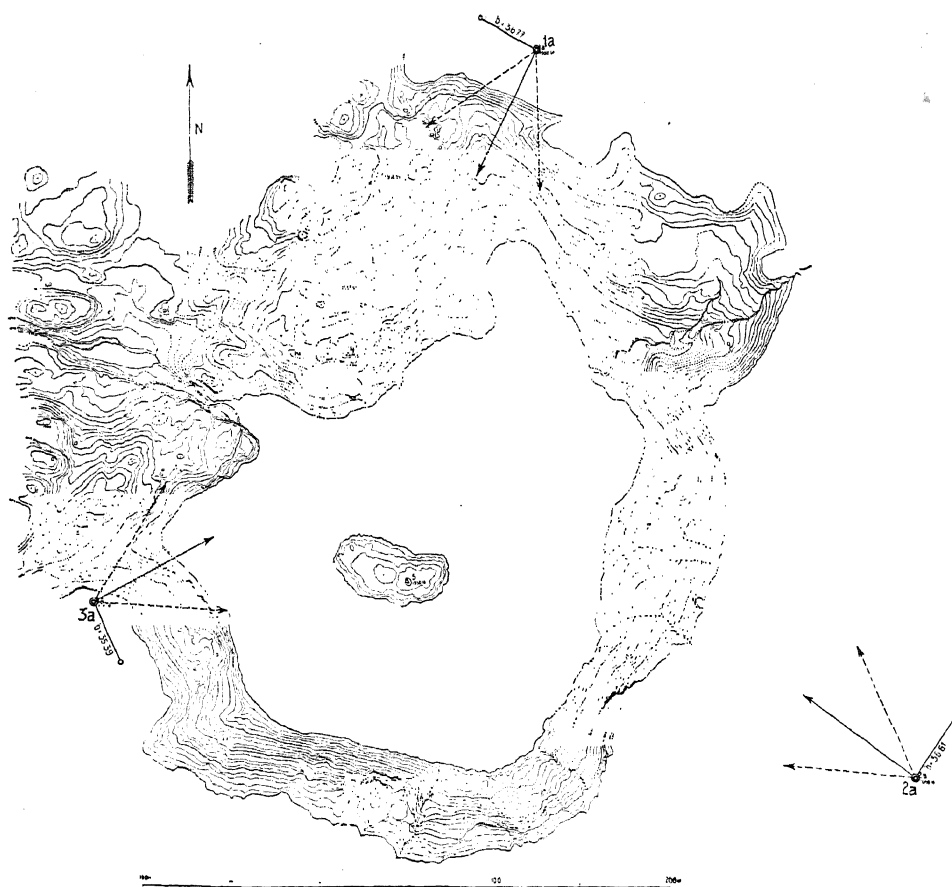



Fig. 154.

Le prix des levés classiques est, au contraire, beaucoup moins élevé en terrain de parcours facile qu'en montagne.

Il faudrait donc, pour comparer les deux méthodes de levé au point de vue prix de revient, effectuer concurremment, par l'une et par l'autre, une série de levés dans des terrains analogues et dresser des statistiques.

Or, les sociétés de stéréophotogrammétrie ne publient pas de telles statistiques, les prix des levés restitués variant beaucoup suivant les terrains et suivant la précision demandée. D'autre part, les levés

classiques sont effectués surtout par des opérateurs militaires qui, pendant une certaine période de l'année, sont en campagne topographique et qui, le reste du temps, sont employés à d'autres travaux. De multiples facteurs entrent dans la détermination des prix de revient : amortissement du matériel, frais d'établissement du canevas et d'exécution des photographies, frais de restitution, etc., pour les sociétés photogrammétriques; solde et indemnités des topographes, amortissement des instruments, temps mort souvent considérable nécessaire à l'instruction des opérateurs, etc., pour les formations civiles ou militaires qui font de la topographie classique.

Quoi qu'il en soit, les opérations sur le terrain étant de très faible durée dans le cas de la méthode stéréophotogrammétrique, la restitution étant très rapide et n'exigeant que très peu de points de contrôle, il est certain que, pour cette méthode, « tout compte fait, le prix de revient est notablement inférieur à celui qu'entraîne l'emploi des procédés ordinaires (1). »

Le fait que l'Institut géographique militaire de Vienne adopta définitivement, il y a plus de quinze ans, la méthode stéréophotogrammétrique, le fait que de nombreuses sociétés d'exploitation de cette méthode se sont montées, tant en Europe qu'en Amérique, et continuent à vivre, prouvent, sans aucun doute, que celle-ci entraîne une réelle économie.

Précision. — Nous avons déjà étudié quelles étaient les conditions pour que les levés restitués soient équivalents aux meilleurs levés classiques. Mais ce que nous avons dit ne fait que nous prouver que, ces conditions étant remplies, les points isolés sont aussi bien déterminés dans une méthode que dans l'autre. Or, le topographe ne détermine les points isolés que pour servir d'ossature à son levé. Il doit ensuite, s'appuyant sur tous ces points, dessiner la planimétrie et le modelé du terrain. Il lui faut donc reproduire de son mieux le modèle qu'il a sous les yeux et ce travail sera d'autant meilleur que l'opérateur sera meilleur dessinateur. Quoi qu'il en soit, celui-ci est amené à joindre au sentiment des points cotés connus, pour la planimétrie, et à interpoler entre les amorces de courbes de niveau, pour l'altimétrie. Le restituteur, au contraire, travaille d'un mouvement continu : il suit les lignes de la planimétrie exactement sans avoir à les copier au mieux, il file toutes ses courbes de niveau sur toute leur longueur. Tous ses points, pour un éloignement donné, auront une précision du même ordre : ils auront tous la précision des points de détail du topographe classique. Nous avons déjà dit, à ce sujet, que plusieurs restituteurs mettant en place la même paire de clichés, en utilisant les points de contrôle, tracent des cartes superposables, en général, à l'épaisseur du trait de crayon près. Quel est l'excellent

(1) *Revue de l'Industrie minérale*, nos 22, 23 et 24 des 15 novembre, 1er et 15 décembre 1921. *La stérotopographie*, par le commandant VAVON.

graphe classique qui, exécutant deux fois le levé d'un même terrain, arrivera, même d'assez loin, à un pareil résultat?

Nous pouvons juger de la précision des levés restitués au stéréoautographe en citant des résultats expérimentaux donnés par M. Corbin (1), relativement à un levé de « tarage » effectué à l'échelle du 1/1 000e aux environs de Vienne. Le terrain d'expérience choisi était uni et sans obstacle et se prêtait à merveille à un levé tachéométrique. Celui-ci fut « exécuté avec un soin extrême, inusité même, puisqu'il comportait trois cent cinquante points par hectare. Aussi a-t-il permis une définition par courbes équidistantes de 1 m particulièrement exacte. On peut dire que ces courbes représentaient le maximum de précision du procédé tachéométrique compatible avec l'échelle. Le dessin à l'autographe a été exécuté sur la feuille même de ce levé tachéométrique. Or, tout d'abord, tous les points tachéométriques repointés à l'autographe ont été retrouvés avec la même cote sauf seize d'entre eux, et ces seize points ont été, après vérification, reconnus entachés d'une erreur dans les calculs tachéométriques ». En outre, les courbes de niveau restituées se sont montrées plus exactes que les courbes interpolées et ont représenté plus fidèlement qu'elles de très petites ondulations du terrain.

Vérité de la représentation et richesse du modelé. — Dans les levés stéréophotogrammétriques, toutes les courbes de niveau sont filées. Dans les méthodes classiques, au contraire, celles-ci ne sont filées que par portions plus ou moins longues et plus ou moins espacées, suivant la nature du terrain et le coup d'œil du topographe. Les éléments de courbes ainsi déterminés fixent l'allure du terrain : ils sont ensuite tracés sur toute leur longueur à l'aide de points cotés, de profils, etc., et complétés à l'aide d'interpolations.

Les courbes de niveau sont donc beaucoup plus exactes dans le premier cas que dans le second, les lignes caractéristiques du terrain : thalwegs, lignes de faîte, lignes de changement de pente, etc., sont mieux à leur place; la représentation est plus vraie.

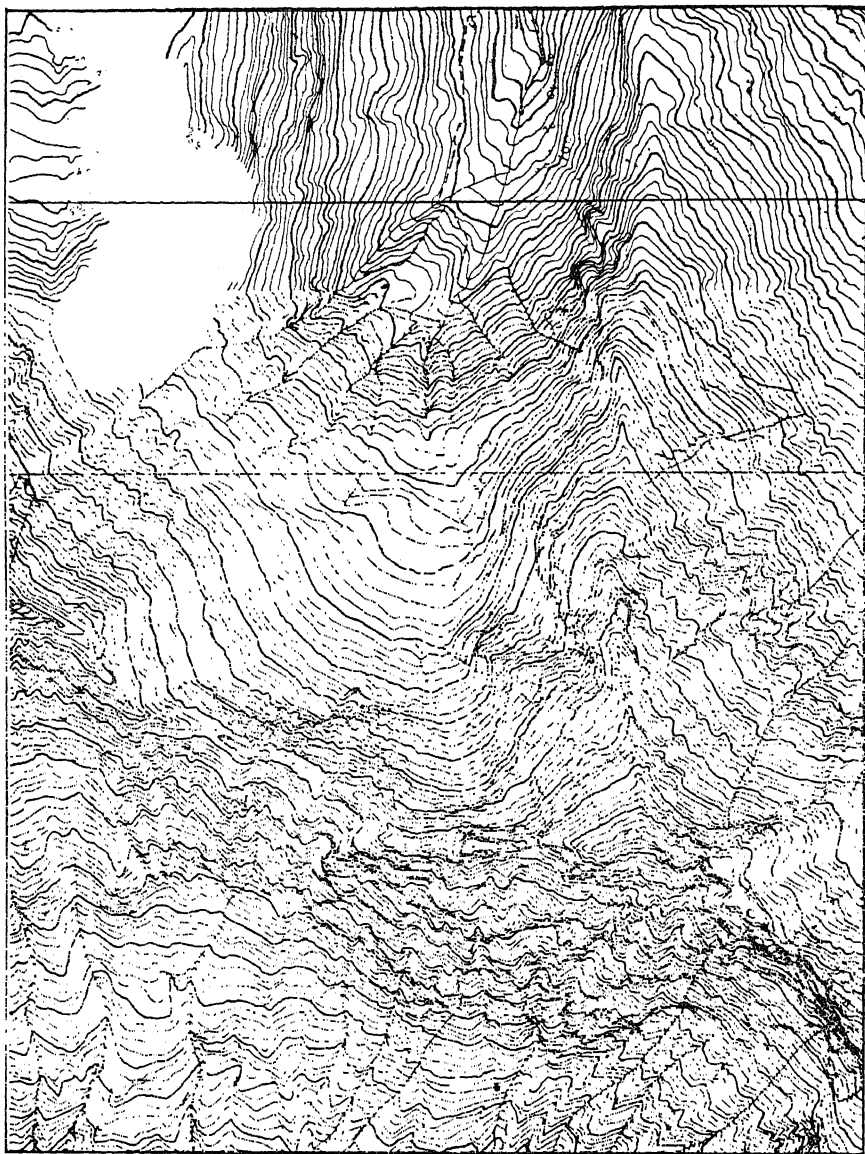
En outre, le topographe classique ne peut représenter les moindres ondulations du terrain, que souvent d'ailleurs il ne perçoit pas ou perçoit mal, par suite de leur éloignement, de la mollesse de leur caractère, d'un éclairage défectueux, etc. De plus, ne pouvant filer toutes les courbes de niveau sur toute leur longueur, il n'en détermine que les portions difficiles et, en les complétant, il cherche à rendre de son mieux le caractère du terrain : il est ainsi conduit à négliger tous les petits accidents secondaires peu marqués et à *généraliser*. Le restituteur, au contraire, suit toutes les

(1) *Revue Générale des Sciences, 30 mai 1914*. La stérécautogrammétrie, par Paul Corbin, page 245.

sinuosités des courbes de niveau que le crayon traceur reproduit fidèlement : les moindres mouvements du sol sont enregistrés, le relief n'est plus seulement représenté plus ou moins schématisé, plus ou moins stylisé, mais dans tous ses détails : le modelé est *riche*. Cette richesse est telle qu'un levé restitué au stéréoautographe se reconnaît immédiatement d'un levé classique, car il se présente avec un aspect tout différent : les courbes de niveau sont beaucoup moins régulières, beaucoup moins parallèles; elles accusent des quantités de petits vallonnements secondaires, de lignes de faîte peu étendues, de méplats; le terrain n'apparaît plus avec un caractère géométrique plus ou moins poussé, il est représenté avec son vrai visage, avec toute sa complexité, tous ses détails les plus infimes perceptibles à l'échelle employée.

Les topographes classiques ne reconnaissent plus, dans les levés ainsi restitués, l'aspect polyédrique auxquels ils ont été habitués pendant de longues années et quelques partisans convaincus de la « mise en caisse d'emballage » reprochent à l'autographe de donner beaucoup trop de détails. Il est clair qu'une telle critique est totalement dénuée de la moindre valeur, car il est toujours possible de généraliser un tracé complexe, mais fidèle, de supprimer les mouvements secondaires sans intérêt, pour ne laisser subsister que les grandes lignes caractéristiques du terrain, dans le cas, par exemple, où la carte doit être notablement réduite. Notons, d'ailleurs, que cette généralisation, lorsqu'elle doit être poussée très loin, est délicate quand il s'agit de réduire des levés classiques : le topographe examine ses dessins partie par partie et ne peut saisir le caractère d'ensemble du terrain : il lui faut souvent retourner dans la région à représenter. Le dessinateur appelé à généraliser un tracé stéréoautographique, au contraire, peut disposer ses paires de clichés dans un stéréoscope et les examiner à loisir, ayant d'un seul coup d'œil la vision d'ensemble d'une étendue de plusieurs kilomètres carrés, ce qui lui permet d'apprécier rapidement les grands mouvements qui donnent au terrain son caractère particulier.

Afin d'illustrer par un exemple bien net la richesse de modelé des levés stéréophotogrammétriques, nous donnons ci-après (fig. 155) une restitution à l'autographe de la Maurienne (région de Moutiers), à l'échelle du 1/20 000^{e}, et un extrait d'un plan directeur de la même région (fig. 156). Le plan directeur accuse, dans la partie ouest de ce levé, une grande arête rocheuse représentée par des signes conventionnels, faute de pouvoir travailler à la planchette dans cette zone tourmentée. Le levé restitué, au contraire, donne les courbes de niveau dans toute cette région et accuse un modelé d'une extrême richesse, infiniment tourmenté et certainement impossible à rendre par le topographe classique. La zone Est, moins accidentée, est représentée en courbes sur le plan directeur : les lignes caractéristiques du terrain sont à peu près en place, les ravines de parcours

possible sont assez exactement indiquées et, par suite, l'allure générale du terrain est assez bien rendue. Mais ce terrain apparaît mou, composé d'une série de « boudins » réguliers, alors que dans la réalité, comme le montre

le levé à l'autographe, il présente une plastique très découpée, accusée par une série d'ondulations dans les courbes de niveau, mettant en évidence une multitude de petits accidents secondaires.

Enfin, à titre documentaire, nous donnons (fig. 157) une restitution à l'autographe et une restitution au stéréocomparateur (fig. 158) de la région de la Meije. Ce document montre que le stéréocomparateur permettait déjà

de faire le levé de régions tourmentées, inaccessibles au topographe classique, avec une bonne exactitude d'ensemble, sans atteindre toutefois à la précision et à la richesse de modelé des levés à l'autographe.

Impersonnalité des levés stéréophotogrammétriques. — Le topographe classique représente le terrain en appuyant son dessin sur un certain nombre de points cotés, dont la densité est plus ou moins grande, suivant son habi-

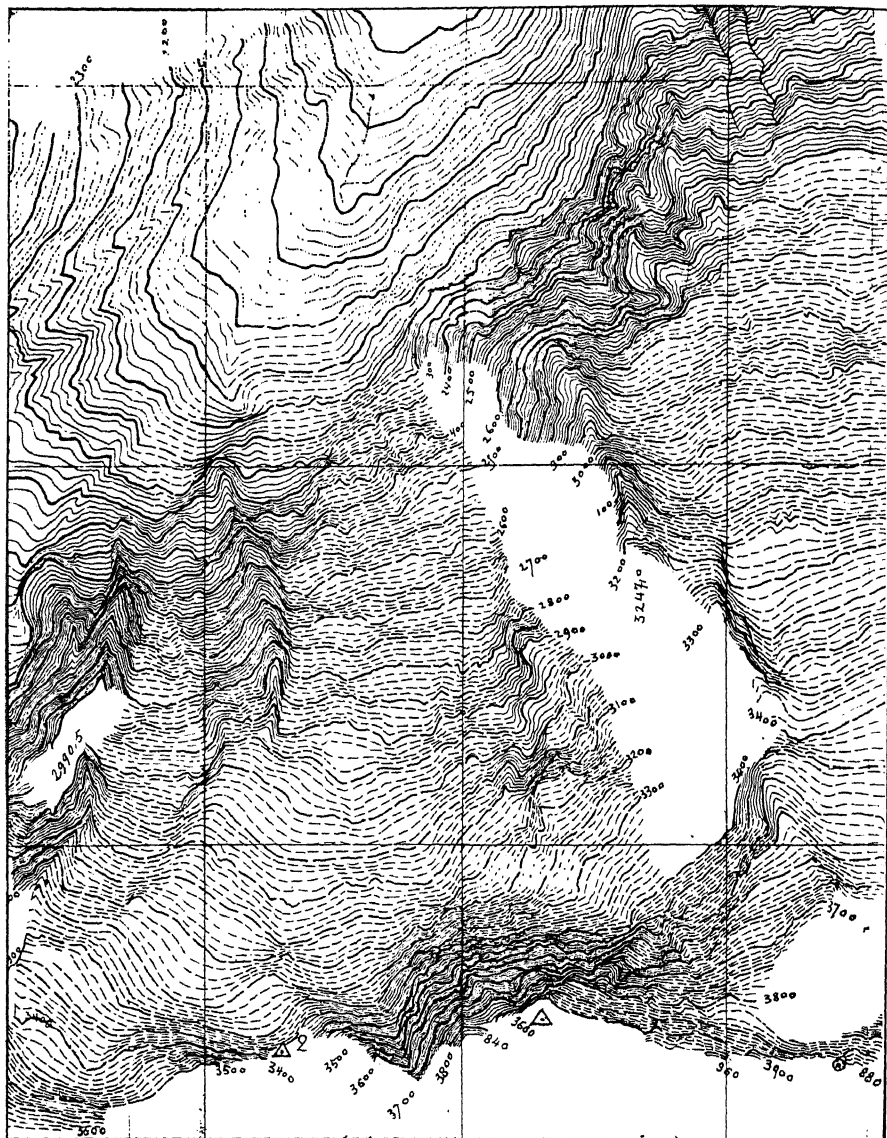



Fig. 157.

leté professionnelle et suivant le caractère de son modèle. Il doit s'astreindre, pour parvenir à des représentations correctes et véridiques, à étudier très en détail les lois qui régissent les formes du terrain, les causes qui inter-

viennent sur la formation de son modelé. Ce topographe, comme l'a dit le colonel Goulier, « parcourt le terrain pas à pas, comme le moucheron qui circule sur le modèle du sculpteur. Il ne voit la surface que par éléments

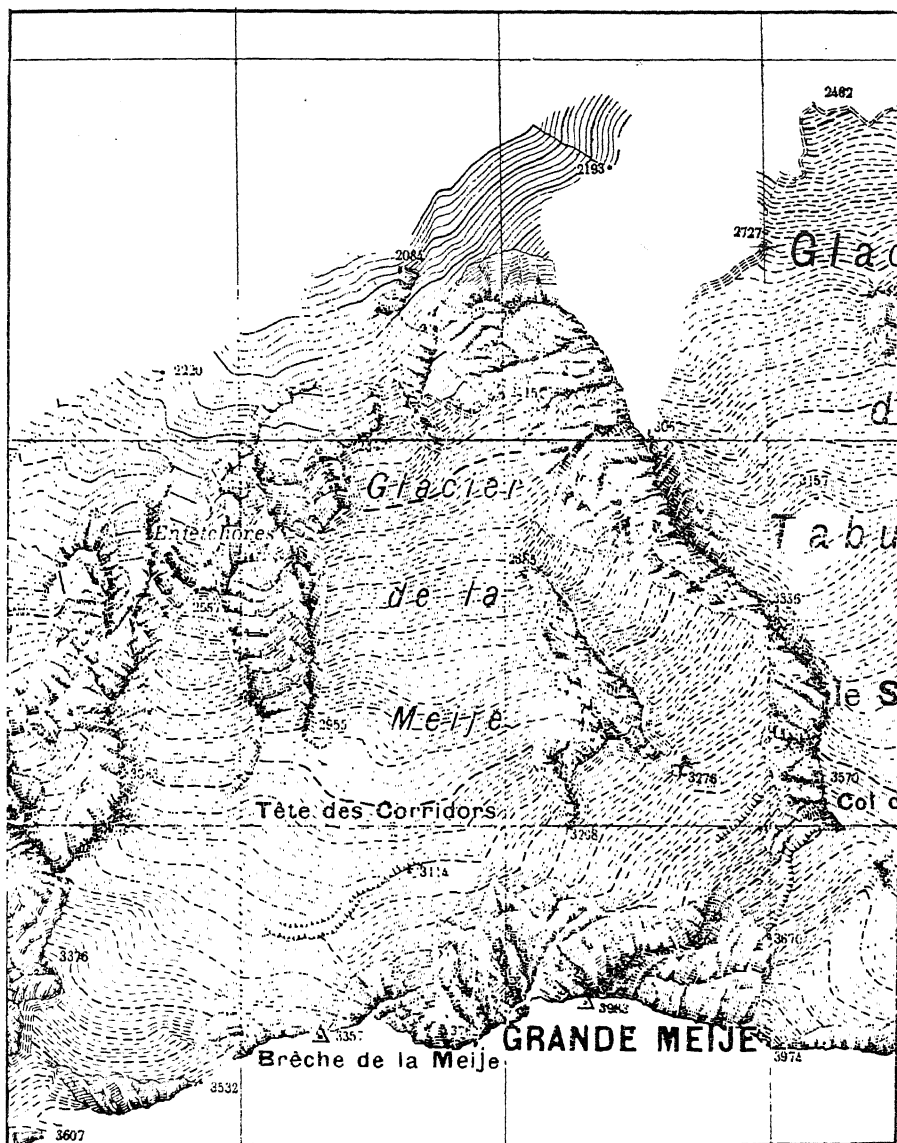



Fig. 158.

successifs, et quand parfois il parvient à obtenir, pour une partie assez restreinte, une vue d'ensemble, cette surface est souvent éclairée défavorablement et souvent aussi l'observateur est trop distant pour que la vision

binoculaire lui fasse concevoir avec exactitude les formes qu'il doit représenter ». Il doit alors faire appel à ses connaissances topologiques, pour interpréter au mieux les données géométriques qu'il a pu recueillir et modeler sur ce squelette une enveloppe plastique reproduisant le modèle avec le maximum de vérité.

Le restituteur, lui, peut ignorer totalement toutes ces lois; il suit le terrain point par point et le reproduit avec une exactitude absolue. Il en résulte que deux restituteurs différents, ayant simplement une bonne acuité stéréoscopique, obtiennent, lorsqu'ils exploitent une même paire de clichés, deux dessins exactement superposables, alors que deux topographes classiques donnent à leur représentation un caractère personnel : ces derniers sont des peintres plus ou moins habiles, ou plutôt des caricaturistes au coup d'œil plus ou moins sûr, alors que les premiers sont de simples photographes. Il en résulte que les différentes minutes des topographes classiques ont une valeur essentiellement fonction du talent des opérateurs et que deux minutes voisines, exécutées dans une même région par des opérateurs différents, ne présentent pas, en général, le même caractère et doivent, par suite, être mises en harmonie lors de leur assemblage. Les minutes restituées, au contraire, étant des représentations scrupuleusement exactes, comme des photographies, ne dépendent pas de l'art des opérateurs, elles sont rigoureusement *impersonnelles*.

Possibilités d'emploi de la stéréophotogrammétrie. — La méthode stéréophotogrammétrique peut évidemment s'employer dans tous les cas où les méthodes topographiques classiques sont utilisables. Mais elle peut, en outre, donner des levés très précis là où ces dernières échouent, c'est-à-dire, en haute montagne et, en général, dans tous les pays de parcours difficile ou impossible : elle est donc tout particulièrement indiquée pour l'établissement des levés devant servir à l'étude d'avant-projets de barrages, d'installations de conduites forcées, de chemins de fer de montagne, de téléfériques, etc.

Elle s'impose également aux colonies et dans tous les cas où il est nécessaire, avec un personnel réduit, séjournant le moins longtemps possible sur le terrain, de recueillir le maximum de documents pour l'établissement d'une carte.

Elle peut rendre, et elle a déjà rendu, d'ailleurs, de merveilleux services pour le levé de côtes mal connues, en utilisant deux photothéodolites installés à demeure sur un navire et dont les obturateurs sont manœuvrés simultanément à l'aide d'un courant électrique.

Elle a encore des circonstances d'emploi qui paraissent imprévues : c'est ainsi, par exemple, qu'elle a été utilisée avec succès pour des levés de mise à jour et de vérification de plans de voies ferrées. De tels travaux sont impos-

sibles à exécuter par les procédés classiques lorsque le trafic ferroviaire est intense; ils sont des plus faciles par restitution de photographies prises sur des ponts, des passerelles, etc.

Le champ d'action des nouvelles méthodes topographiques est donc pratiquement illimité et il convient d'encourager les inventeurs qui cherchent à en diminuer le prix de revient par une construction plus simple et moins coûteuse des appareils.

Inconvénients. — Parmi les arguments que les détracteurs de la stéréophotogrammétrie ont cherché à accumuler pour critiquer les sciences topographiques nouvelles, un seul présente quelque valeur : il est impossible de poser le repère mobile sur le terrain lorsque celui-ci est recouvert de végétation. C'est là un fait certain, mais rien n'empêche le photographe de choisir, pour chaque région, l'époque la plus favorable à la prise des vues.

Cet argument a surtout de la valeur pour le cas des régions boisées. Il faut d'ailleurs remarquer que, dans ce cas, le topographe classique ne peut déterminer les points de passage des courbes de niveau que sur les routes et les layons et qu'il est obligé d'interpoler entre ces points cotés, sans jamais pouvoir filer les courbes. Le restituteur, au contraire, peut tracer facilement les lignes caractéristiques du terrain : thalwegs, lignes de faîte, lignes de changement de pente, etc., ce qui est déjà un avantage. De plus, de place en place, chaque fois qu'une clairière ou une éclaircie se présente, il peut poser son repère mobile sur le sol. En outre, lorsqu'il en a l'habitude, il peut apprécier la surface moyenne de sommet de végétation, estimer en quel point elle coupe l'axe vertical du repère mobile, et tracer les courbes de niveau en maintenant ce point au contact de cette surface. Un tel tracé est naturellement moins précis que le tracé normal, mais il est certainement bien supérieur au tracé largement interpolé du topographe classique. Dans certains cas particuliers, celui des forêts de sapins dans les montagnes par exemple, la surface moyenne de sommet de végétation est très nette et bien parallèle à la surface du sol; en outre, ce sol lui-même est visible en de nombreux endroits fournissant des points de contrôle, et le tracé exact des courbes de niveau, à l'échelle de 1/20 000^{e}, ne rencontre alors aucune difficulté.

Toutefois, pour que les régions boisées soient restituables, il est indispensable qu'elles puissent être dominées par l'appareil photographique et cela limite, dans certains cas, le domaine de la stéréophotogrammétrie. Nous montrerons dans un autre ouvrage que cette dernière restriction n'existe plus avec l'utilisation des vues aériennes. Enfin, nous verrons comment celles-ci n'entraînent plus la sujétion de verticalité des clichés et nous pourrons dire que rien ne restreint plus la possibilité d'emploi des méthodes topographiques nouvelles.

Recrutement du personnel. — Le topographe classique doit réunir une série de qualités qui rendent son recrutement très difficile. Il doit d'abord posséder une instruction scientifique convenable lui permettant de bien connaître les instruments assez nombreux qu'il aura à manipuler : chaînes, rubans d'acier, tachéomètres, règles à éclimètre, alidades nivelatrices, théodolites, niveaux à lunette, etc., d'en apprécier les possibilités et les limites d'emploi, d'en effectuer le réglage. Il lui faut encore être doué d'une excellente vue pour faire de bons pointés et d'un certain talent de dessinateur, afin de reproduire le plus exactement possible le terrain qu'il doit représenter. Enfin, et surtout, il est indispensable qu'il étudie à fond la topologie et qu'il acquière une grande expérience topographique avant d'être capable d'opérer rapidement.

En stéréophotogrammétrie, l'opérateur sur le terrain doit être un bon photographe, afin de tirer de son appareil le maximum de résultats compatibles avec l'éclairage du terrain et de faire rendre aux clichés, lors du développement, tous les détails qu'ils peuvent donner. Il lui faut, en outre, acquérir l'expérience nécessaire au choix judicieux des bases, seule difficulté réelle de la topophotographie, mais il est certain qu'une telle expérience s'acquiert bien plus vite que l'expérience nécessaire au topographe.

Le restituteur n'a pas non plus à étudier le terrain, à en saisir le caractère, à l'interpréter, à le dessiner; une seule qualité physique est exigée de lui : une bonne acuité stéréoscopique. Tout son travail consiste à maintenir le repère mobile au contact du sol : la carte se trace automatiquement sans qu'il ait à s'en occuper.

Lorsque celui-ci a terminé son travail, il ne reste plus qu'à boucher les « trous », mais ceux-ci sont de faible importance (un dixième de la surface levée), ils sont encadrés par des lignes planimétriques et des courbes de niveau très exactes qu'il n'y a plus qu'à réjoindre à l'aide d'opérations topographiques très simples. En dehors de ce complétage, il faut encore vérifier les limites de culture, les détails planimétriques, mettre les signes conventionnels convenables et relever les noms à porter sur la carte : une telle opération ne nécessite guère non plus de qualités bien extraordinaires.

En résumé, la stéréophotogrammétrie, permettant la division du travail, rend aisé le recrutement d'un personnel facile à instruire : elle permet la *Topographie sans topographes*.

TABLE DES MATIÈRES

Pages

CHAPITRE I

HISTORIQUE DE LA PHOTOGRAMMÉTRIE ET DES SCIENCES DÉRIVÉES

CHAPITRE II

LA VISION DU RELIEF

CHAPITRE III

LES PRINCIPES

CHAPITRE IV

LES APPAREILS

CHAPITRE V

LES PRÉCISIONS INSTRUMENTALES

CHAPITRE VI

LES CORRECTIONS

Page

CHAPITRE VII

LES PROCÉDÉS

CHAPITRE VIII

LES MÉTHODES

CHAPITRE IX

LES RÉSULTATS

INSTITUT D'OPTIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE

créé par arrêté des Ministres de l'Instruction publique et du Commerce, reconnu comme Établissement d'utilité publique (loi du 10 août 1920).

3 & 5, Boulevard Pasteur — PARIS (15e)

Téléphone { Ségur 02.86 / Ségur 48.19

ÉCOLE SUPÉRIEURE D'OPTIQUE

L'École forme des Ingénieurs pour les industries de l'optique. Ceux-ci peuvent répartir leurs études en 1, 2 ou 3 années, selon leurs convenances.

INTRODUCTION GÉNÉRALE A L'ÉTUDE DE L'OPTIQUE. — M. Ch. FABRY, Professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Polytechnique, Directeur général de l'Institut d'Optique, Membre de l'Institut.

INSTRUMENTS D'OPTIQUE. — M. L. DUNOYER, Professeur à la Faculté des Sciences.

CALCUL DES COMBINAISONS OPTIQUES. — M. H. CHRÉTIEN, Maître de conférences à la Sorbonne, professeur à l'Institut d'Optique.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — M. le Dr A. POLACK, Chef de service à la Fondation ophtalmologique Ad. de Rothschild.

CHIMIE PHYSIQUE ET CHIMIE DES VERRES D'OPTIQUE. — M. NICOLARDOT, Répétiteur à l'École Polytechnique, Directeur du Bureau International de chimie analytique.

En outre, des conférences sont données sur des sujets spéciaux par MM. COTTON, CROZE, Armand DE GRAMONT, MOUTON, YVON, et des travaux pratiques complètent l'instruction technique des élèves.

Pour suivre avec fruit les cours, il faut avoir les connaissances du programme de la classe de mathématiques spéciales ou du certificat de mathématiques générales.

En fin d'études, un diplôme d'Ingénieur opticien peut être décerné aux élèves, qui peuvent aussi recevoir un certificat d'optique appliquée, valable pour la licence ès sciences, à Paris.

LABORATOIRES DE RECHERCHES ET D'ESSAIS

Vérification de tous instruments d'optique de précision ou d'usage courant. — Essais d'objectifs, mesure des diverses aberrations. — Étude spectrographique des verres. — Mesures d'indices de réfraction. — Photométrie. — Études et recherches sur demande. Mesures de dilatations au dilatomètre Arnulf.

ENSEIGNEMENT PROFESSIONNEL

École professionnelle du travail des verres d'optique (École de Métier de l'État). — Trois années d'apprentissage. Un certificat de capacité professionnelle peut être délivré.

Cours du soir à l'usage des opticiens détaillants (13 leçons), par MM. les docteurs HAAS, préparateur de travaux pratiques de physique à la Faculté de Médecine, et JOSEPH, ancien assistant d'ophtalmologie des hôpitaux de Paris.

Cours du soir à l'usage des contremaîtres et ouvriers (30 leçons), par M. Lucien ROUX, ingénieur diplômé de l'École Supérieure d'Optique, préparateur à l'Institut d'Optique.

Formation d'ingénieurs de l'éclairage. — Enseignement assuré conjointement par l'École Supérieure d'Électricité et par l'Institut d'Optique.